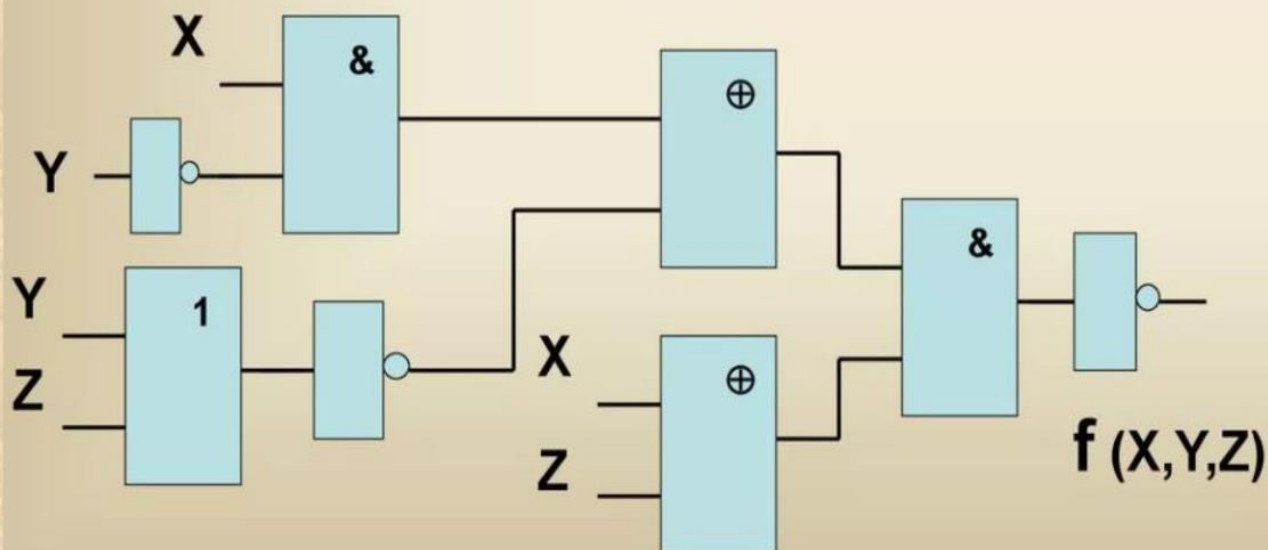


В.Н. Сырицына, О.Е. Кадеева, С.В. Кривоносова

Учебно-методическое пособие

РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ

$$f(X,Y,Z) = ((X * \overline{Y}) \oplus \overline{(Y + Z)}) * (X \oplus Z)$$



УДК 373
ББК 74.2
С 952

Рецензенты: Здор Дмитрий Валерьевич – к. пед. н., доцент, доцент Приморский государственный аграрно-технологический университет.

Шурухина Татьяна Николаевна – к. пед. н., доцент, доцент Школа педагогики ДВФУ, департамент педагогики и психологии развития.

Сырицына, Валентина Николаевна

Кадеева, Оксана Евгеньевна

Кривоносова, Светлана Викторовна

С 952 Решение логических задач ЕГЭ по информатике. Учебно-методическое пособие – М.: Мир науки, 2023. – Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/52MNNPU23.pdf> – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-907731-52-3

DOI: 10.15862/52MNNPU23

Учебное пособие и рассмотренные в нем задачи будут полезны как учащимся для самостоятельной подготовки к единому государственному экзамену или олимпиаде по информатике, так и учителям для проведения основных занятий в школе или элективных курсов для подготовки к ЕГЭ, а также студентам педвузов обучающихся по программам физико-математического цикла при изучении предмета «Методика преподавания информатики». Данное пособие содержит теоретический материал по основам логики. Рассматриваются основные понятия: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность и антиэквивалентность. Их свойства и таблицы истинности, описан порядок выполнения действий логических операций в сложных логических выражениях. Рассмотрены «Законы алгебры логики», которые представлены в виде таблицы, состоящей из трех колонок: первая для дизъюнкции, вторая – конъюнкции и третья для названия закона. Описаны три правила, одно для замены импликации и два – эквивалентности, необходимые для упрощения решения логических задач. Практический блок пособия разделен на два подпункта, каждый из которых содержит разбор конкретного задания на логику из первой части ЕГЭ по информатике (задания № 2, № 15). В конце разбора конкретного типа задач выделены рекомендации и основные трудности, возникающие при их решении.

ISBN 978-5-907731-52-3

© Сырицына Валентина Николаевна

© Кадеева Оксана Евгеньевна

© Кривоносова Светлана Викторовна

© ООО Издательство «Мир науки», 2023

Оглавление

Аннотация	4
Основные проблемы и трудности школьников при подготовке к ЕГЭ по информатике при решении логических задач	5
Основные логические операции и правила. Логика в информатике	7
Основные понятия	7
Логические операции	8
Законы алгебры логики	13
Связь логики и теории множеств	14
Алгоритмы решений заданий блока-логика ЕГЭ по информатике	16
Задание № 2 из ЕГЭ по информатике	16
<i>Рекомендации по выполнению и типичные ошибки задания № 2</i>	73
Задание № 15 из ЕГЭ по информатике	74
<i>Разбор задания № 15 (примеры решений)</i>	74
<i>Рекомендации по выполнению и типичные ошибки задания № 15</i>	86
Задания для самостоятельного решения	88
Заключение	90
Список литературы	91

Аннотация

Учебное пособие и рассмотренные в нем задачи будут полезны как учащимся для самостоятельной подготовки к единому государственному экзамену или олимпиаде по информатике, так и учителям для проведения основных занятий в школе или элективных курсов для подготовки к ЕГЭ, а также студентам педвузов обучающимся по программам физико-математического цикла при изучении предмета «Методика преподавания информатики». Данное пособие содержит теоретический материал по основам логики. Рассматриваются основные понятия: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквивалентность и антиэквивалентность. Их свойства и таблицы истинности, описан порядок выполнения действий логических операций в сложных логических выражениях. Рассмотрены «Законы алгебры логики», которые представлены в виде таблицы, состоящей из трех колонок: первая для дизъюнкции, вторая – конъюнкции и третья для названия закона. Описаны три правила, одно для замены импликации и два – эквивалентности, необходимые для упрощения решения логических задач. Практический блок пособия разделен на два подпункта, каждый из которых содержит разбор конкретного задания на логику из первой части ЕГЭ по информатике (задания № 2, № 15). В конце разбора конкретного типа задач выделены рекомендации и основные трудности, возникающие при их решении.

Основные проблемы и трудности школьников при подготовке к ЕГЭ по информатике при решении логических задач

Большое количество выпускников 11-х классов видят перспективы дальнейшего обучения именно в сфере информационно-коммуникационных технологий. На сегодняшний день информатика является основным звеном для всех наук. Однако поступление в ВУЗы по данной специальности довольно затруднительно, особенно если речь идет о престижном высшем учебном заведении и обучении за счет средств из бюджета. Чтобы помочь выпускникам, желающим связать свою жизнь с информатикой, необходимо качественно подготовить их к единому государственному экзамену (ЕГЭ). Результаты экзамена учащихся прошлых лет показывают, что сдать успешно ЕГЭ по информатике и ИКТ можно лишь в случае изучения всех тем, включенных в содержание базового и углубленного курса информатики в области логики, а именно решение логических задач.

Многие учащиеся достаточно долго не могут определиться с выбором экзамена по причине неопределенности выбора профессии, а также поздней публикации вступительных испытаний ВУЗами. Вследствие этого возникает *проблема поздней подготовки*.

Еще одной проблемой является *повсеместное использование офисных технологий и Интернета*, соответственно родители выпускников, направляя ребенка сдавать ЕГЭ по информатике, необъективно оценивают их уровень владения компьютерными технологиями и знания по информатике.

Практика показывает, что *несформированные математические навыки*, плохо сказываются на результативности экзамена по информатике.

Существенной проблемой является *недостаточное количество учебных часов* на подготовку к итоговой аттестации по информатике и несоответствие учебных программ и школьных учебников содержанию ЕГЭ. Так как на базовом уровне практически не изучаются такие темы, как программирование и логика, то даже идеальному ученику получить больше 50 баллов проблематично. Эта же

проблема наблюдается и на профильном уровне. На практике учитель работает по определенным программам и учебникам. Анализ содержания учебников различных авторских коллективов позволяет сделать вывод – ни один из учебников, вошедших в Федеральный перечень учебников, не может являться основой для подготовки к ЕГЭ по информатике [1, 2, 3].

При решении логических задач учащиеся сталкиваются с рядом трудностей. Для того чтобы научиться решать типовые логические задачи важно хорошо знать теорию по теме «Логика в информатике».

Обычно бывает достаточно сложно составить ход решения из условия задачи к требуемому результату. Преодолеть эту трудность поможет только многократный разбор и решение подобных задач. Не знание основных законов логики, таблиц истинности и обозначений логических операций, также плохо скажется на выполнении заданий.

Часто на экзамене из-за волнения происходит путаница в логических операциях и законах, советуем «взять на заметку» такое правило: перед началом выполнения логического задания выписать на отдельном листе бумаги таблицы истинности для всех логических операций. Да, это займет 7–10 минут на экзамене, но зато Вам не придется каждый раз вспоминать заново этот материал, Вы в любое время сможете им воспользоваться и будете уверены, в том, что, не допустите ошибок в вычислениях и рассуждениях при выполнении конкретного задания.

Следует отметить, что год от года результаты выполнения ЕГЭ по информатике и ИКТ экзаменуемыми средней и сильной групп подготовки растут. Это показывает, что хорошая подготовка к экзамену, тренировка в решении экзаменационных заданий различных типов – верный путь к успеху.

В качестве ресурсов, которые полезно использовать при подготовке к ЕГЭ по информатике, рекомендуем сайт Еремина Е. А. и Полякова К. Ю. [10], а также сайт Полякова К. Ю. [7, 9].

Основные логические операции и правила

Логика в информатике

Основные понятия

Логика – наука, изучающая законы и формы мышления; учение о способах рассуждений и доказательств.

Логика в информатике – направления исследований и отрасли знания, где логика применяется в информатике и искусственном интеллекте.

Высказывание – повествовательное предложение, про которое можно определенно сказать истинно (логическая 1) оно или ложно (логический 0).

Умозаключение – форма мышления, посредством которой из одного или нескольких высказываний, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем заключение.

Логические операции – мыслительные действия, результатом которых является изменение содержания или объема понятий, а также образование новых понятий.

Логическое выражение – устное утверждение или запись, в которое, наряду с постоянными величинами, обязательно входят переменные величины (объекты). В зависимости от значений этих переменных величин (объектов) логическое выражение может принимать одно из двух возможных значений: истина (логическая 1) или ложь (логический 0).

Сложное логическое выражение – логическое выражение, состоящее из одного или нескольких простых логических выражений (или сложных логических выражений), соединенных с помощью логических операций.

Таблица истинности – таблица, в которой указаны значения логической функции для всех возможных комбинаций значений ее аргументов.

Логическая задача (задача на логику) – задача, для решения которой, как правило, требуется логическое мышление, сообразительность, иногда

применение нестандартного мышления, а не специальные знания высокого уровня.

Логические операции

Логическое отрицание или инверсия

Инверсия – логическая операция, которая каждому высказыванию ставит в соответствие новое высказывание, значение которого противоположно исходному [12].

Для записи инверсии используются следующие знаки:

Таблица 1. Виды записи инверсии

НЕ	$\neg$	–
НЕ A	$\neg A$	$\bar{A}$

Инверсия определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 2. Инверсия

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Свойство инверсии: «Двойное отрицание» $\neg \neg A$ равно самому A.

Логическое сложение или дизъюнкция

Дизъюнкция – логическая операция, которая каждым двум высказываниям ставит в соответствие новое высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны [12].

Для записи дизъюнкции используются следующие знаки:

Таблица 3. Виды записи дизъюнкции

ИЛИ	$\vee$		+
A ИЛИ B	$A \vee B$	$A B$	$A+B$

Дизъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 4. Дизъюнкция

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Свойства дизъюнкции [11]:

1. Если хотя бы одно из подвыражений дизъюнкции истинно на некотором наборе значений переменных, то и вся дизъюнкция принимает истинное значение для данного набора подвыражений.
2. Если все выражения из некоторого списка дизъюнкции ложны на некотором наборе значений переменных, то и вся дизъюнкция этих выражений тоже ложна.
3. Значение всей дизъюнкции не зависит от порядка записи подвыражений (как в математике – сложение).

Логическое умножение или конъюнкция

Конъюнкция – логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум высказываниям новое высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны [7].

Для записи конъюнкции используются следующие знаки:

Таблица 5. Виды записи конъюнкции

И	$\wedge$	.	&	*
A И B	$A \wedge B$	$A \cdot B$	$A \& B$	$A * B$

Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 6. Конъюнкция

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Свойства конъюнкции [12]:

1. Если хотя бы одно из подвыражений конъюнкции ложно на некотором наборе значений переменных, то и вся конъюнкция будет ложной для этого набора значений.
2. Если все выражения конъюнкции истинны на некотором наборе значений переменных, то и вся конъюнкция тоже будет истинна.
3. Значение всей конъюнкции сложного выражения не зависит от порядка записи подвыражений, к которым она применяется (как в математике умножение).

Логическое следование или импликация

Импликация – это сложное логическое выражение, которое истинно во всех случаях, кроме как из истины следует ложь. То есть данная логическая операция связывает два простых логических выражения, из которых первое является условием (A), а второе (B) является следствием [12].

Для записи импликации используются следующие знаки:

Таблица 7. Виды записи импликации

$\rightarrow$	$\Rightarrow$	$\supset$
$A \rightarrow B$	$A \Rightarrow B$	$A \supset B$

Читается «ЕСЛИ...ТО» (например, «если A, то B»)

Импликация определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 8. Импликация

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическая равнозначность или эквивалентность

Эквивалентность – это сложное логическое выражение, которое является истинным тогда и только тогда, когда оба простых логических выражения имеют одинаковую истинность. « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

Для записи эквивалентности используются следующие знаки:

Таблица 9. Виды записи эквивалентности

$\leftrightarrow$	$\sim$	$\equiv$	$\Leftrightarrow$
$A \leftrightarrow B$	$A \sim B$	$A \equiv B$	$A \Leftrightarrow B$

Читается «ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА» (например, «A тогда и только тогда, когда B»).

Эквивалентность определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 10. Эквивалентность

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое операция XOR (антиэквивалентность)

Исключающее «или» (антиэквивалентность) – логическая операция, в случае двух переменных результат выполнения операции истинен тогда и только тогда, когда один из аргументов истинен, а другой – ложен [7].

Для записи антиэквивалентности используются следующие знаки:

Таблица 11. Виды записи антиэквивалентности

xor	$\neq$	$\oplus$
$A \text{ xor } B$	$A \neq B$	$A \oplus B$

Антиэквивалентность определяется следующей таблицей истинности:

Таблица 12. Антиэквивалентность

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Порядок выполнения логических операций в сложном логическом выражении:

- 1) инверсия;
- 2) конъюнкция;
- 3) дизъюнкция;
- 4) импликация;
- 5) эквивалентность.

Для изменения указанного порядка выполнения логических операций используются скобки.

Таблицы истинности можно составить и для произвольной логической функции $F(a, b, c, \dots)$.

В общем случае таблицы истинности имеют размер 2^N строк комбинаций для N независимых логических переменных [12].

Законы алгебры логики

Таблица 13. Законы алгебры логики

Для ИЛИ, +	Для И, *	Название закона
$A + 0 = A$	$A * 0 = 0$	Закон исключения констант
$A + 1 = 1$	$A * 1 = A$	
$A + B = B + A$	$A * B = B * A$	Переместительный закон (коммутативности)
$A + (B + C) = (A + B) + C$	$A * (B * C) = (A * B) * C$	Сочетательный закон (ассоциативности)
$A * (B + C) = (A * B) + (A * C)$	$A + (B * C) = (A + B) * (A + C)$	Распределительный закон (дистрибутивности)
$\overline{A + B} = \overline{A} * \overline{B}$	$\overline{A * B} = \overline{A} + \overline{B}$	Закон де Моргана
$A + A = A$	$A * A = A$	Закон идемпотентности
$A + A * B = A$	$A * (A + B) = A$	Закон поглощения
$(A * B) + (\overline{A} * B) = B$	$(A + B) * (\overline{A} + B) = B$	Закон склеивания
$A + \overline{A} = 1$		Закон исключенного третьего
	$A * \overline{A} = 0$	Закон непротиворечия
$\overline{\overline{A}} = A$		Закон двойного отрицания

Операций импликации и эквивалентности иногда нет среди логических операций конкретного компьютера или транслятора с языка программирования. Однако для решения многих задач эти операции необходимы. Существуют правила замены данных операций на последовательности операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции.

Так, заменить операцию импликации можно в соответствии со следующим правилом: $A \rightarrow B = \neg A \vee B$

Для замены операции эквивалентности существует два правила [12, 7]:

1. $A \leftrightarrow B = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$

2. $A \leftrightarrow B = (A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee B)$

В справедливости данных формул легко убедиться, построив таблицы истинности для правой и левой частей обоих тождеств.

Связь логики и теории множеств

- Пересечение множеств соответствует умножению логических величин: $A \cap B = A \wedge B$, а объединение – логическому сложению: $A \cup B = A \vee B$.
- Пустое множество $\emptyset$ – множество, не содержащее ни одного элемента, оно играет роль нуля в теории множеств.
- Пересечением двух множеств называется новое множество, состоящее из элементов, принадлежащих одновременно обоим множествам: $A \cap B = \{x | x \in A \text{ и } x \in B\}$

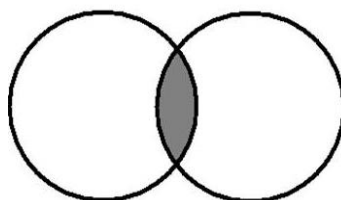


Рисунок 1. Пересечение множеств

- Объединением двух множеств называется новое множество, состоящее из элементов, принадлежащих отдельно каждому из множеств (без повторений).

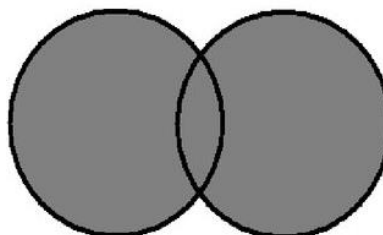


Рисунок 2. Объединение множеств

- Универсальное множество I – это множество, содержащее все возможные элементы заданного типа (например, все целые числа), оно играет роль логической единицы: для любого множества целых чисел X справедливы равенства $X + I = I$ и $X * I = X$ (для простоты мы используем знаки сложения и умножения вместо знаков пересечения $\cap$ и объединения $\cup$ множеств).

- Разностью двух множеств A и B называется новое множество, элементы которого принадлежат A , но не принадлежат B : $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ и } x \notin B\}$

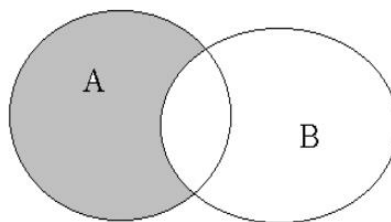


Рисунок 3. Разность множеств

- Дополнение $\bar{X}$ множества X – это разность между универсальным множеством I и множеством X (например, для целых чисел $\bar{X}$ – все целые числа, не входящие в X).

- Пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $A + X = I$; в этом случае множество A должно включать дополнение $\bar{X}$, то есть $A \supseteq \bar{X}$ (или «по-простому» можно записать $A \geq \bar{X}$), то есть $A_{\min} = \bar{X}$.

- Пусть требуется выбрать множество A так, чтобы выполнялось равенство $\bar{A} + X = I$, в этом случае множество $\bar{A}$ должно включать дополнение $\bar{X}$, то есть $\bar{A} \supseteq \bar{X}$; отсюда $A \subseteq X$, то есть $A_{\max} = X$.

Алгоритмы решений заданий блока-логика ЕГЭ по информатике

Задание № 2 из ЕГЭ по информатике

Задания № 2 из ЕГЭ по информатике посвящены теме «Построение и анализ таблиц истинности логических выражений». Эти задания базового уровня сложности, на их выполнение обычно отводится три минуты. В данных логических задачах проверяется знания таблиц истинности и законов алгебры логики, а также знания порядка выполнения логических операций в сложных логических выражениях, умение строить и анализировать таблицы истинности.

Задача № 1. Логическая функция F задается выражением $\neg x \vee y \vee (z \wedge w)$. На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F ложна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w (таблица 14).

Таблица 14. Таблица истинности

?	?	?	?	F
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [4].

Решение (I способ):

1. Запишем выражение в более понятной форме: $F = \bar{x} + y + \bar{z} * w$.
2. Функция F представляет собой логическое сложение, состоящее из трех операндов, где третий операнд представлен логическим умножением из двух операндов. Для того, чтобы функция $F = \bar{x} + y + \bar{z} * w$ была ложна (все операнды сложения должны быть ложны), необходимо, чтобы x всегда был равен

1 (при логической инверсии всегда будет 0), а у всегда был равен 0; поэтому х – это последний столбец в таблице, а у – первый (таблица 15):

Таблица 15. Таблица истинности

у	?	?	х	F
0	0	0	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0

3. Разберемся с двумя столбцами по середине; обратим внимание на вторую строчку таблицы, в которой одна из оставшихся переменных равна 1, а вторая – 0; так как функция равна 0, то $\bar{z} * w = 0$, откуда следует, что $z = 1$ и $w = 0$ (иначе произведение будет равно 1).

4. Ответ: yzwx.

Решение (II способ – инверсия выражения):

1. Запишем выражение в более понятной форме: $F = \bar{x} + y + \bar{z} * w$.

2. Попробуем свести задачу к уже известной задаче; если при каком-то наборе аргументов функция F ложна, то ее обратная функция $\bar{F}$, истинна.

3. Построим для функции F обратную функцию $\bar{F}$, используя законы де Моргана: $\bar{F} = \overline{\bar{x} + y + \bar{z} * w} = x * \bar{y} * (z + \bar{w})$.

4. Тогда при тех же значениях аргументов функция $\bar{F}$ истинна (таблица 16):

Таблица 16. Таблица истинности

?	?	?	?	$\bar{F}$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1

5. Для истинности функции $\bar{F} = x * \bar{y} * (z + \bar{w})$ необходимо, чтобы x всегда был равен 1, а y всегда был равен 0; поэтому x – это последний столбец в таблице, а y – первый (таблица 17):

Таблица 17. Таблица истинности

у	?	?	х	$\bar{F}$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1

6. Разберемся с двумя столбцами по середине; обратим внимание на вторую строчку таблицы, в которой одна из оставшихся переменных равна 1, а вторая – 0; так как функция равна 1, то $z + \bar{w} = 1$, откуда следует, что $z = 1$ и $w = 0$ (иначе сумма будет равна 0).

7. Ответ: yzwx.

Задача № 2. Логическая функция F задается выражением $(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow z)$. Ниже приведен фрагмент таблицы истинности. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z (таблица 18).

Таблица 18. Таблица истинности

?	?	?	F
1	0	1	1
0	0	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы [9].

Решение:

1. Выражение представляет собой логическое произведение импликаций. Для истинности этого выражения обе импликации должны быть истинны.

2. Рассмотрим верхнюю строчку таблицы, где функция принимает значение 1. Здесь одна из переменных равна 0, а две другие равны 1.

3. Нулю в 1 строке может быть равен только x , так как при $y = 0$ получаем $(1 \rightarrow 0) \wedge (0 \rightarrow 1) = 0 \wedge 1 = 0$, а при $z = 0$ имеем $(1 \rightarrow 1) \wedge (1 \rightarrow 0) = 1 \wedge 0 = 0$, то есть эти два варианта не подходят. Таким образом, 2 столбец – x .

4. Рассмотрим вторую строку, там должен получиться 0. Мы знаем, что 2 столбец – x , поэтому во второй строке $x = 0$, и $(0 \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z) = 0$.

5. Первая импликация $0 \rightarrow y = 1$ независимо от значения y . Поэтому для того, чтобы все выражение было равно 0, нужно обеспечить $y \rightarrow z = 0$.

6. Это условие сразу дает $y = 1$ и $z = 0$. Поэтому третий столбец – y , а первый – z .

7. **Ответ: zxy .**

Наиболее сложным для понимания и решения данного блока задач, являются задачи, где содержатся стоки с пропущенными значениями. Так как при анализе таблицы истинности появляется более одного варианта выбора и помимо решения, необходимо еще уметь проводить правильный анализ полученных данных, чтобы исключить неверные строки и получить правильный ответ. Поэтому разберем решение таких задач достаточно подробно.

Задача № 3. Логическая функция F задается выражением $((x \wedge \neg y) \vee (w \rightarrow z)) \equiv (z \equiv x)$.

На рисунке приведен частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий **неповторяющиеся строки**. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w (таблица 19).

Таблица 19. Таблица истинности

?	?	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [9].

Решение (I способ - построение таблицы истинности для $F = 1$):

1. Раскроем импликацию по формуле: $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$F = (x\bar{y} + \bar{w} + z) \equiv (z \equiv x).$$

2. Пусть $z = x$; тогда получаем $F = (x\bar{y} + \bar{w} + z) = 1$.

3. Так как, $x\bar{y} + x = x(\bar{y} + 1) = x$, получим $F = (\bar{w} + x) \equiv 1$; при этом значение y может быть любым (1 или 0).

4. Теперь пусть $z = \bar{x}$, тогда получаем $F = (x\bar{y} + \bar{w} + \bar{x}) \equiv 0$.

5. Используя распределительный закон:

$x\bar{y} + \bar{x} = (x + \bar{x})(\bar{y} + \bar{x}) = \bar{y} + \bar{x}$, так что $F = (\bar{y} + \bar{w} + \bar{x}) \equiv 0$, откуда следует $x = y = w = 1$ и $z = \bar{x} = 0$ – единственный вариант!

6. Этот единственный вариант, для которого $z = \bar{x}$, должен быть в приведенной таблице, потому что иначе мы не сможем различить столбцы z и x; это может быть только последняя строчка, куда нужно добавить две единицы (таблица 20):

Таблица 20. Таблица истинности

z	?	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

7. В остальных строчках должно выполняться равенство $z = x$, значит x – не второй столбец (не подходит вторая строка).

8. Предположим, что x – третий столбец, и в свободной ячейке – нуль (таблица 21):

Таблица 21. Таблица истинности

z	?	x	?	F
0	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

9. Для остальных двух столбцов в этих строчках должно выполняться условие: $F = (\bar{w} + \bar{x}) \equiv 1$, а оно не может выполняться – при любом варианте в одной строке сумма $\bar{w} + x = 0$; значит x – последний столбец, и в первой строке $z = 1$ (таблица 22):

Таблица 22. Таблица истинности

z	?	?	x	F
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

10. Вспомним, что при $z=x$ должно выполняться условие $F = (\bar{w} + x) \equiv 1$; это возможно, когда второй столбец – это y , а третий – w .

11. Ответ: $zywx$.

Решение (II способ - А.Н. Носкин, заполнение исходной таблицы истинности и анализ полной таблицы истинности для $F = 1$ (таблица 23)):

1. В выражении 4 логических переменных, тогда всех решений будет 16. Вычисляем по формуле 2^N (2^4).

Таблица 23. Таблица истинности

x	y	w	z
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

2. Подставим набор значений логических переменных и удалим все решения, которые не дают в ответе $F = 1$ (таблица 24).

Таблица 24. Таблица истинности

X	y	w	z
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

Осталось 7 решений. Проведя анализ таблицы истинности исходной функции, видим, что набора 0 0 0 0 и 1 1 1 1 нет. Уберем их из таблицы истинности решений (таблица 25).

Таблица 25. Таблица истинности

x	y	w	z
0	1	0	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

3. В таблице истинности решений только одна строка имеет три нуля, тогда сравнивая с таблицей истинности исходной функции видим, что 1 соответствует y (таблица 26):

Таблица 26. Таблица истинности

?	y	?	?	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1

4. Заполним до конца таблицу истинности исходной функции на основе анализа таблицы истинности решений, а именно так как больше строк с тремя «0» нет, то в первой строке в пустой ячейке будет «1». И раз нет больше строк с двумя «0», то в третьей строке пустые ячейки равны «1» (таблица 27).

Таблица 27. Таблица истинности

?	y	?	?	F
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

5. Проведя анализ первой строки выше приведенной таблицы и таблицы истинности решений видим, что строка с двумя «0» всего одна, из которых один нуль известен – это y , тогда второй это – w (таблица 28).

Таблица 28. Таблица истинности

?	y	w	?	F
1	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	1

6. Далее рассуждая, видим, что в таблице истинности решений (кроме столбца y) один «0» имеет – x , тогда последний столбец – это x , а первый столбец – z .

7. Ответ: $zywx$.

Задача № 4. Логическая функция F задается выражением $((x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow w)) \vee (z \equiv (x \vee y))$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Таблица 29. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1			1	0
1				0
	1		1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [10].

Решение (III способ – построение таблицы истинности средствами Excel и анализ полной таблицы истинности для $F = 0$):

С 2021 года экзамен ЕГЭ по информатике и ИКТ стал проводится с использованием персональных компьютеров, поэтому можем воспользоваться автоматизированными средствами табличного процессора, для быстроты и упрощения заполнения таблиц истинности и их анализа.

1. В выражении 4 логических переменных, тогда всех решений будет 16. Вычисляем по формуле 2^N (2^4). Преобразуем нашу функцию к более понятному виду $F = ((x \rightarrow y) * (y \rightarrow w)) + (z \equiv (x + y))$.

Определим порядок действий:

1. $(x \rightarrow y)$
2. $(y \rightarrow w)$
3. $((x \rightarrow y) * (y \rightarrow w))$
4. $(x + y)$
5. $(z \equiv (x + y))$
6. $((x \rightarrow y) * (y \rightarrow w)) + (z \equiv (x + y)) - F$

2. Заполним в табличном процессоре названия столбцов: A1- x ; B1- y ; C1- z ; D1- w ; E1-1; F1-2; G1-3; H1-4; I1-5; J1-F (рисунок 4).

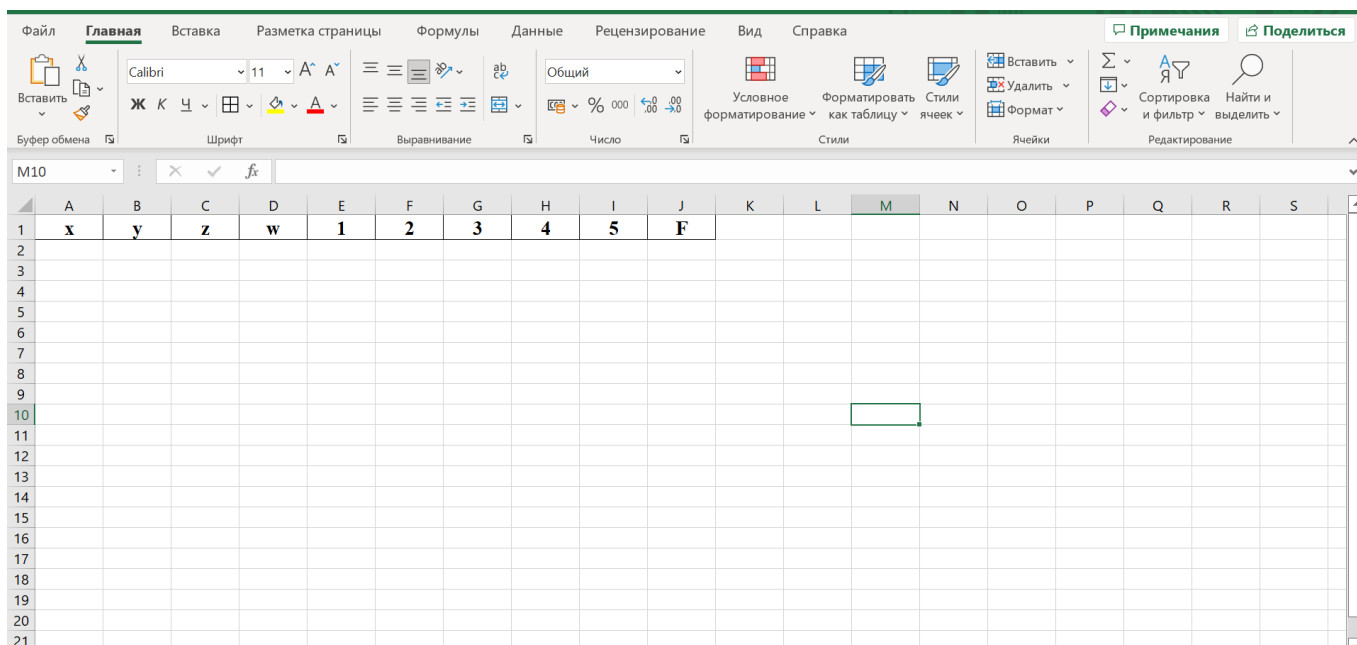


Рисунок 4. Рабочее поле табличного процессора

3. Заполним таблицу истинности для переменных x , y , z , w . Для переменной x – 8 подряд идущих нулей, затем 8 подряд идущих единиц. Для переменной y чередования 4 нуля, 4 единицы, 4 нуля, 4 единицы. Для переменной z чередования 2 нуля, 2 единицы, 2 нуля, 2 единицы и т. д. до заполнения всех строк таблицы. Для переменной w чередования 1 ноль, 1 единица, 1 ноль, 1 единица и т. д. до заполнения всех строк таблицы (рисунок 5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	x	y	z	w	1	2	3	4	5	F									
2	0	0	0	0															
3	0	0	0	1															
4	0	0	1	0															
5	0	0	1	1															
6	0	1	0	0															
7	0	1	0	1															
8	0	1	1	0															
9	0	1	1	1															
10	1	0	0	0															
11	1	0	0	1															
12	1	0	1	0															
13	1	0	1	1															
14	1	1	0	0															
15	1	1	0	1															
16	1	1	1	0															
17	1	1	1	1															
18																			
19																			
20																			
21																			

Рисунок 5. Таблица истинности

4. Выполним первое действие ($x \rightarrow y$). Импликация определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку E2 запишем следующую формулу =ЕСЛИ(И(A2=1;B2=0);0;1) и протянем ее по всей длине столбца E в диапазоне E3:E17 (рисунок 6).

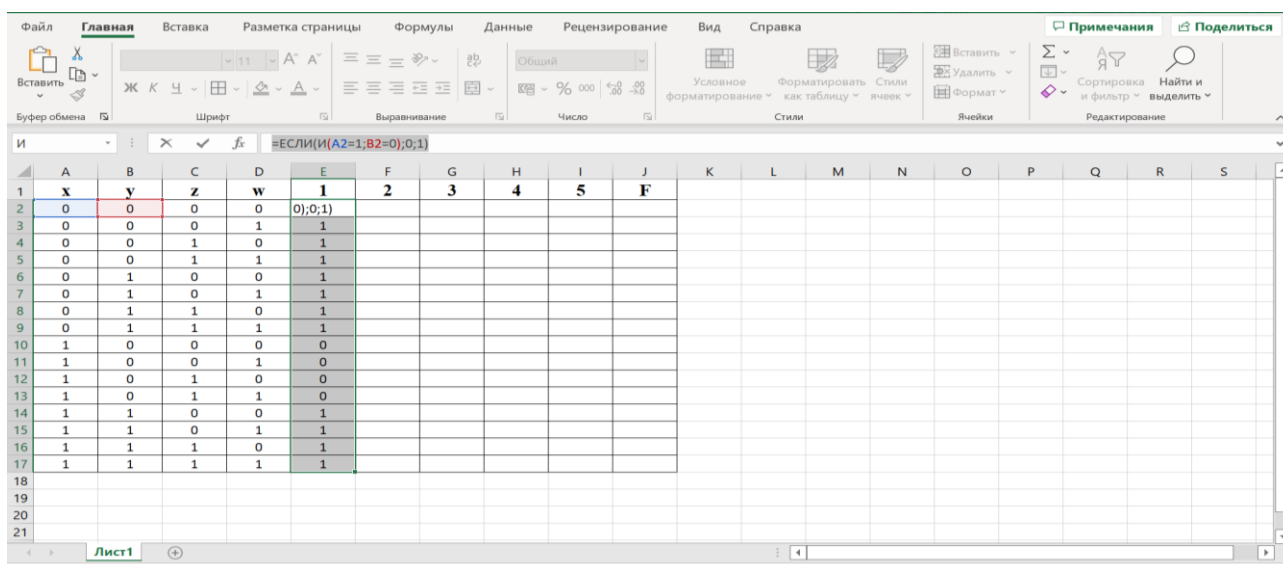


Рисунок 6. Ввод формулы

5. Выполним второе действие ($y \rightarrow w$). Импликация определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку F2 запишем следующую формулу =ЕСЛИ(И(B2=1;D2=0);0;1) и протянем ее по всей длине столбца F в диапазоне F3:F17 (рисунок 7).

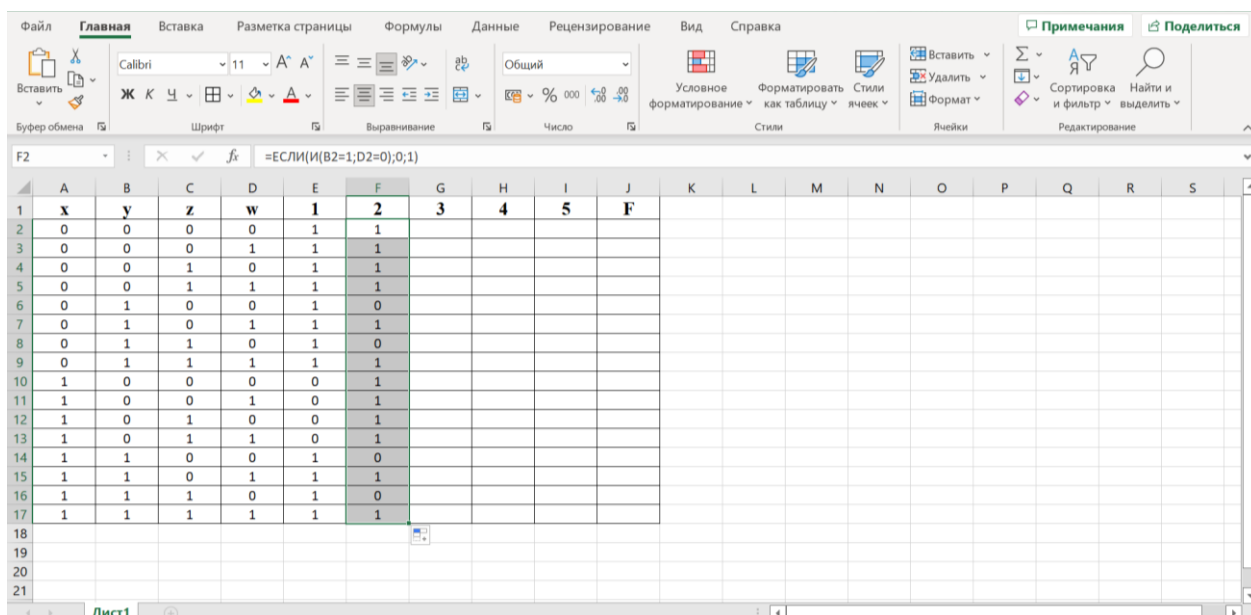


Рисунок 7. Итоги введенной формулы

6. Выполним третье действие $((x \rightarrow y) * (y \rightarrow w))$. Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку G2 запишем следующую формулу =ЕСЛИ(И(E2=1;F2=1);1;0) и протянем ее по всей длине столбца G в диапазоне G3:G17 (рисунок 8).

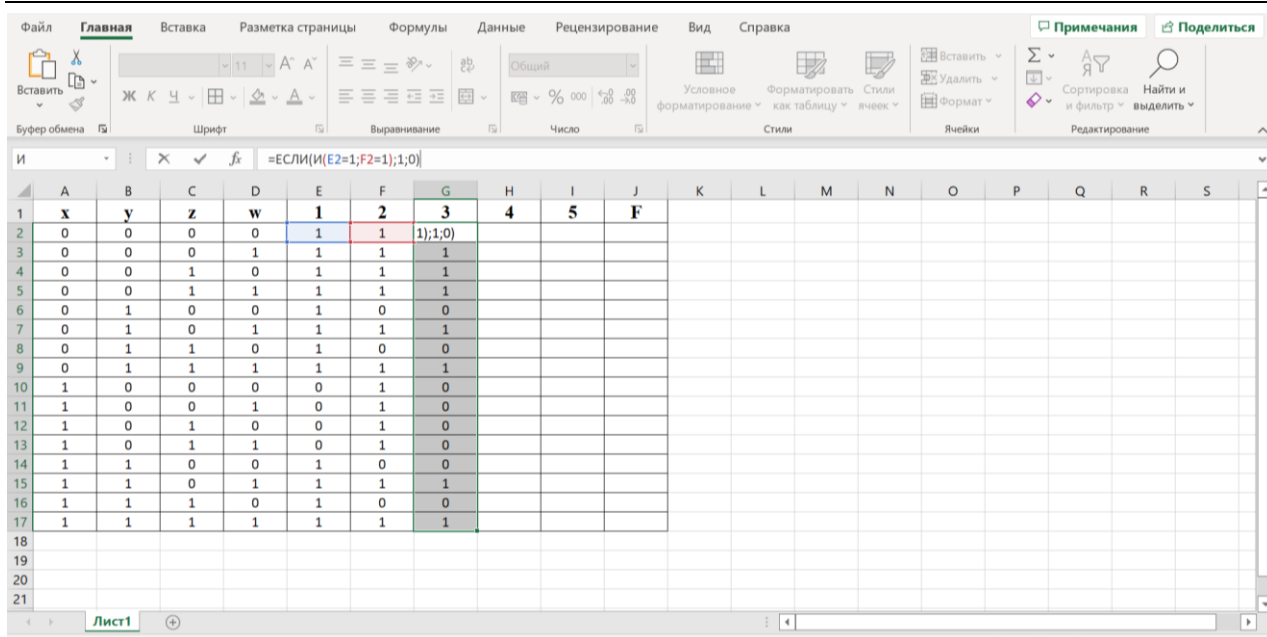


Рисунок 8. Ввод формулы

7. Выполним четвертое действие $(x + y)$. Дизъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Поэтому в ячейку H2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{A2}=0;\text{B2}=0);0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца H в диапазоне H3:H17 (рисунок 9).

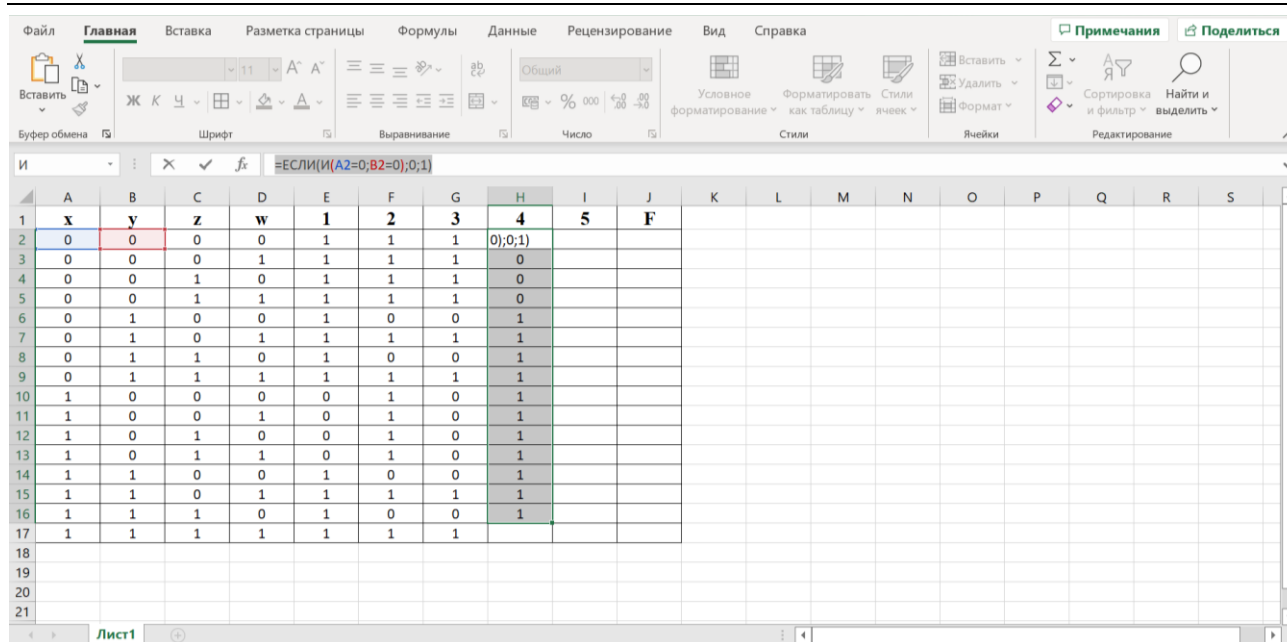


Рисунок 9. Итоги введенной формулы

8. Выполним пятое действие ($z \equiv (x + y)$). Эквивалентность определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку I2 запишем следующую формулу `=ЕСЛИ(C2=H2;1;0)` и протянем ее по всей длине столбца I в диапазоне I3:I17 (рисунок 10).

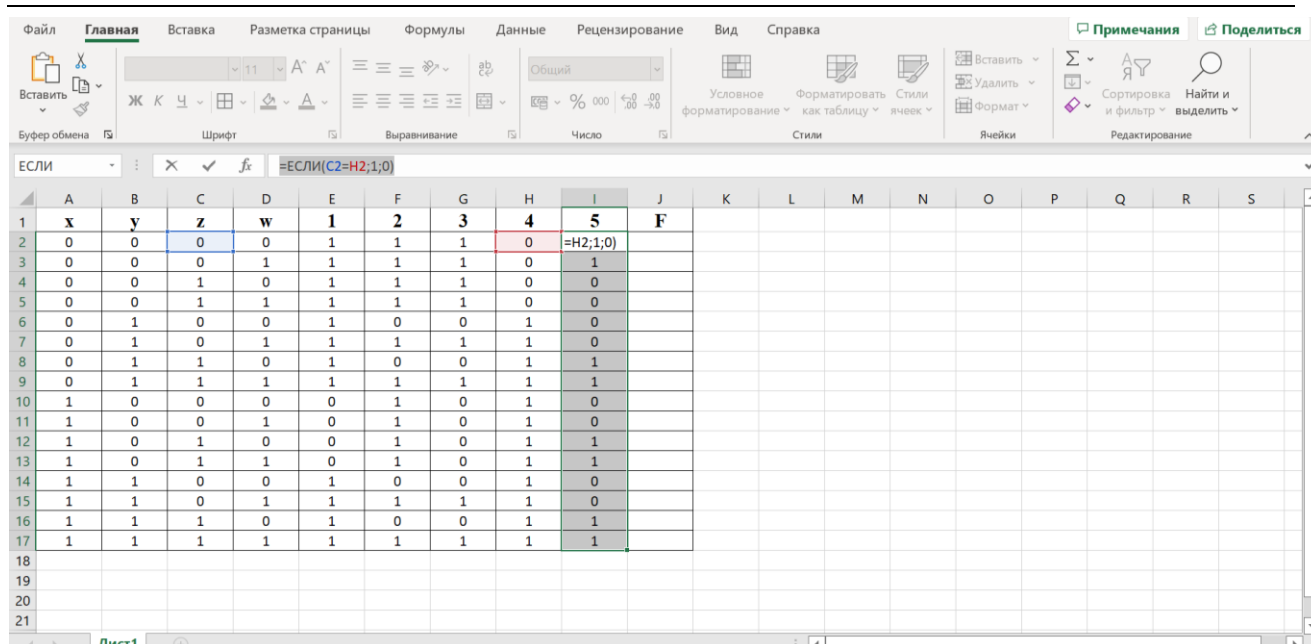


Рисунок 10. Ввод формулы

9. Теперь найдем значение самой функции $F = ((x \rightarrow y) * (y \rightarrow w)) + (z \equiv (x + y))$. Для этого выполним логическое сложение для результатов вычислений действия 3 и 5. Поэтому в ячейку J2 запишем следующую формулу `=ЕСЛИ(И(G2=0;I2=0);0;1)` и протянем ее по всей длине столбца J в диапазоне J3:J17 (рисунок 11).

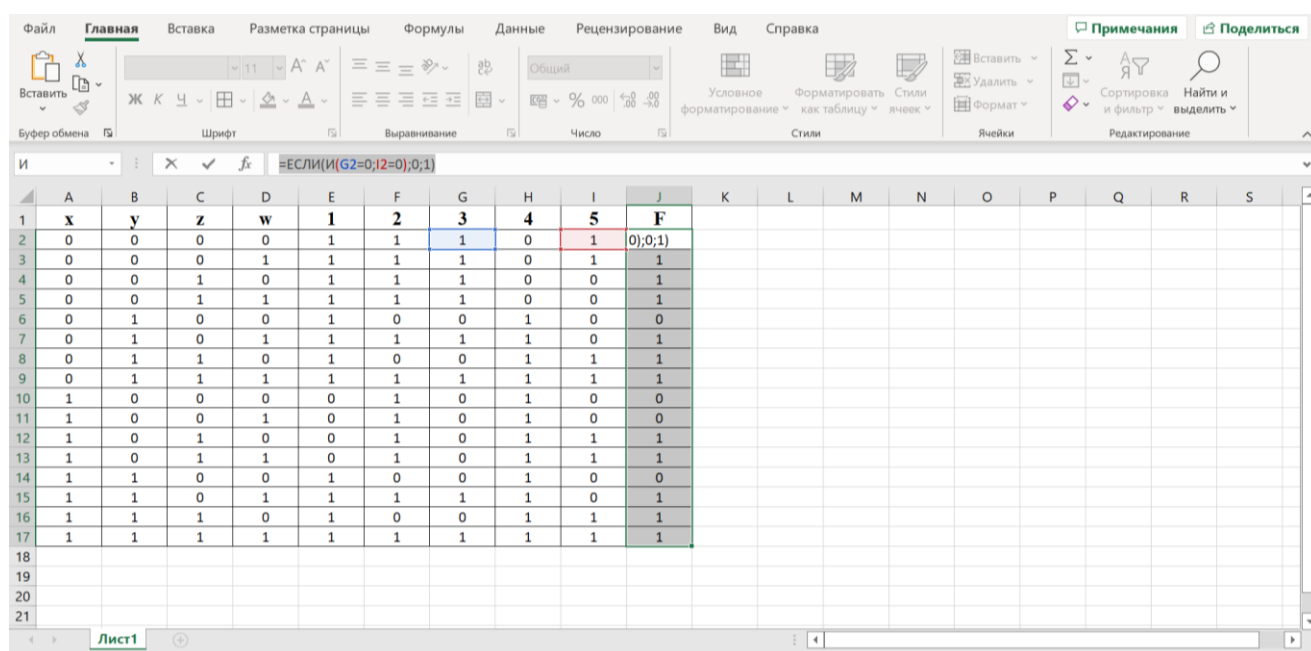


Рисунок 11. Итоги введенной формулы

10. Так как нам дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Таблица 30. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1			1	0
1				0
	1		1	0

И для определения какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w нам необходимо только ложное значение функции F , скроем строки, в которых данная функция истина. Для этого выделяем нужные строки, вызываем контекстное меню правой кнопкой мыши и в открывшемся меню выбираем пункт скрыть (рисунок 12).

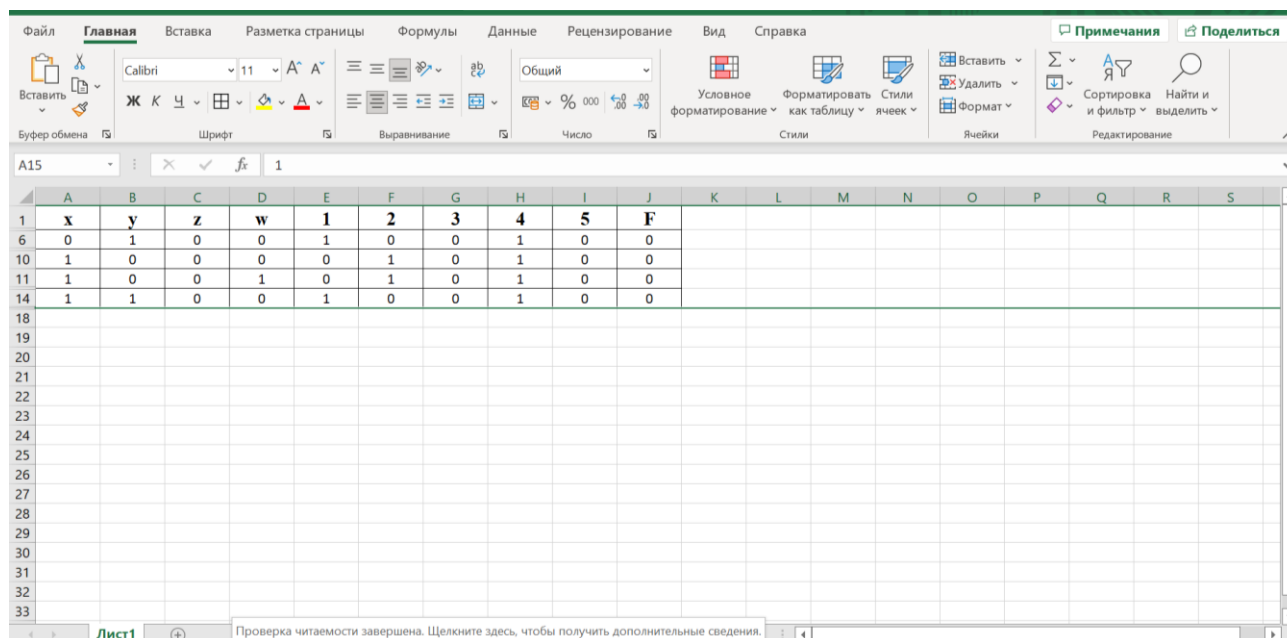


Рисунок 12. Выделение необходимых строк

11. Аналогичным образом скроем вспомогательные столбцы, которые отвечали за результаты выполнения действий (рисунок 13).

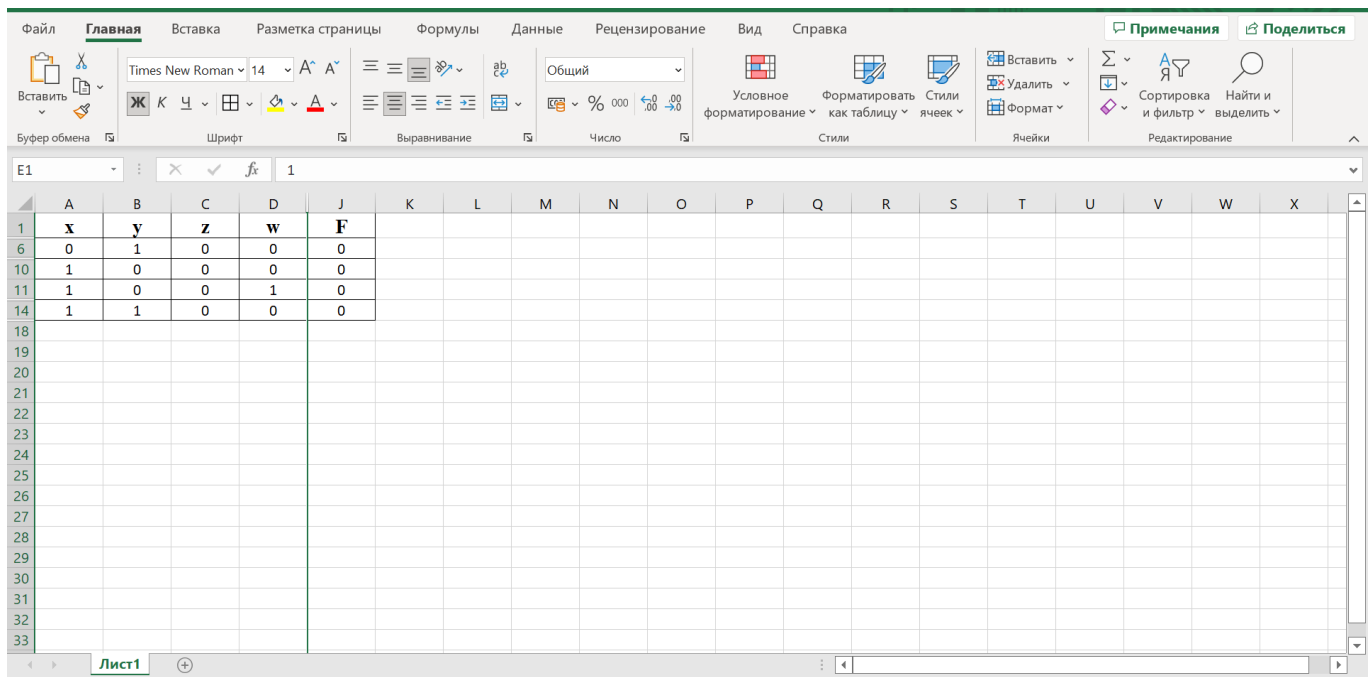


Рисунок 13. Скрытие столбцов

12. Сравним полученную таблицу с данной (таблица 30).

Таблица 30. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	<i>F</i>
1			1	0
1				0
	1		1	0

Первое на что обращаем внимание, что у нас получилось четыре строки, где данная функция *F* ложна, а в задании даны только три строки и нам необходимо будет исключить лишнюю строку.

13. Внимательно посмотрим на данную и полученную таблицы. Видно, что переменная 1, переменная 2 и переменная 4 содержат в своих столбцах значение 1, а в полученной таблице у нас есть переменная *z*, которая содержит в своих столбцах только значение нулей, следовательно *z* – это третья переменная (рисунок 14 и таблица 31).

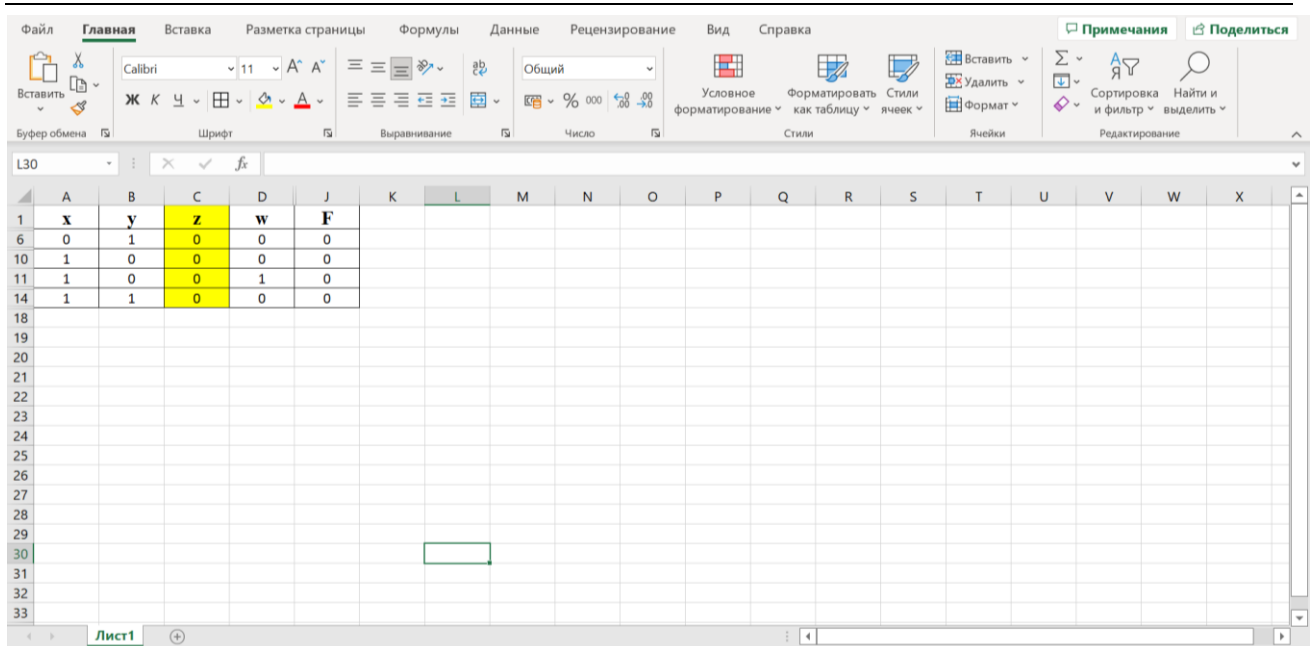


Рисунок 14. Переменная z

Таблица 31. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	Z	???	F
1		0	1	0
1		0		0
	1	0	1	0

14. Внимательно посмотрим на полученную таблицу. Видим, что ее строки максимум содержат две единицы. Поэтому можем заполнить нулями первую и третью строки исходной таблицы (рисунок 15 и таблица 32).

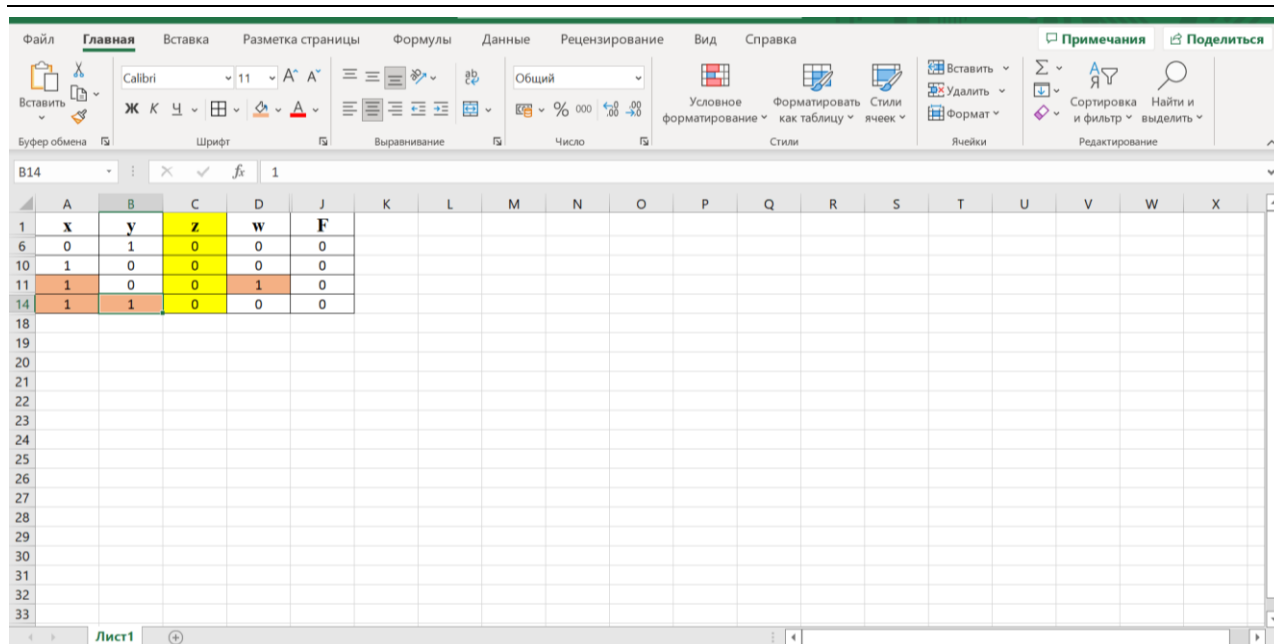


Рисунок 15. Заполнение таблицы

Таблица 31. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	Z	???	F
1	0	0	1	0
1		0		0
0	1	0	1	0

15. Внимательно посмотрим на полученную таблицу. Видим, что ее строки максимум содержат две единицы и таких строк всего две и мы их уже нашли. Поэтому можем заполнить нулями оставшиеся пробелы в данной таблице, а в полученной скрыть строку A10, так как она не соответствует построенной нами данной таблице (рисунок 16 и таблица 33).

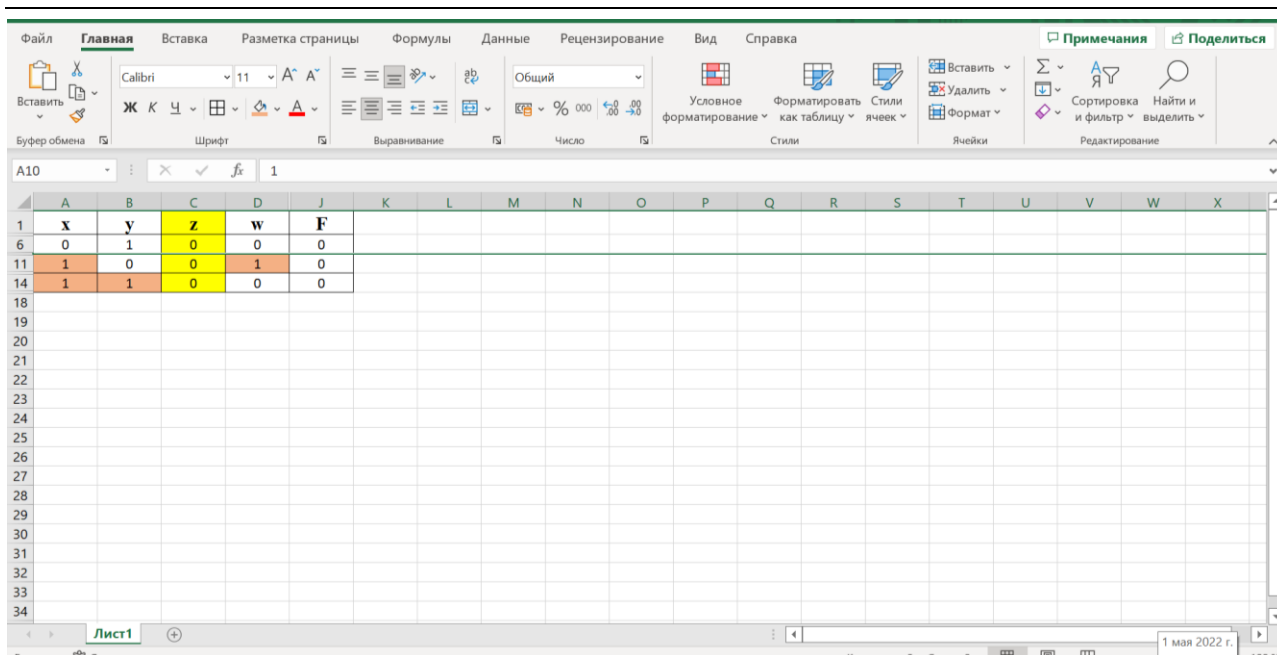


Рисунок 16. Скрытие строк

Таблица 33. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	Z	???	F
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0

16. Внимательно посмотрим на данную и полученную таблицы. Видим, что переменная 2 в своих столбцах значение только одно значение равное 1, а в полученной таблице такая строка соответствует переменной w (рисунок 17 и таблица 34).

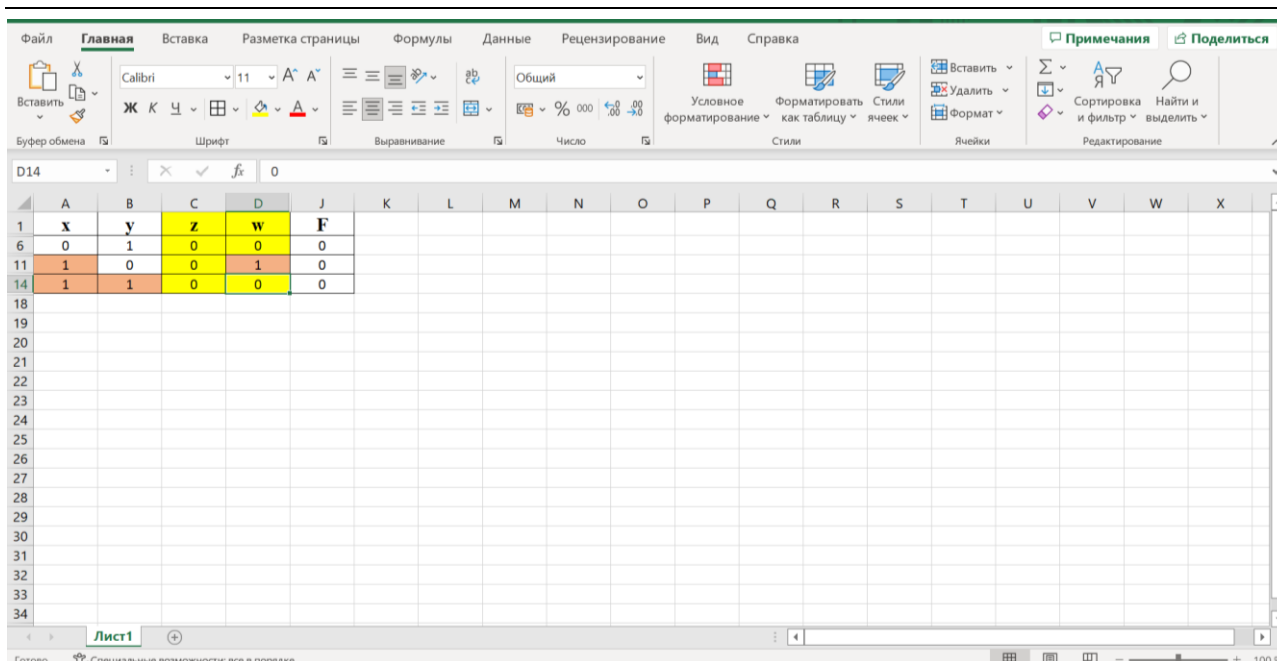


Рисунок 17. Переменная w

Таблица 34. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	W	Z	???	F
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0

17. Осталось определить переменную 1 и переменную 4. В своих столбцах они содержат одинаковое количество 1 (две) и одинаковое количество нулей (один). Поэтому только по столбцам установить данное соответствие довольно тяжело, и пытаться угадать это заведомо утопичный вариант, так как информатика точная наука. Воспользуемся средствами табличного процессора, поставим столбец с переменной w на второе место и рассмотрим два варианта: переменная 1-х, переменная 4-у и наоборот переменная 1-у, а переменная 4-х (рисунок 18 и таблица 35).

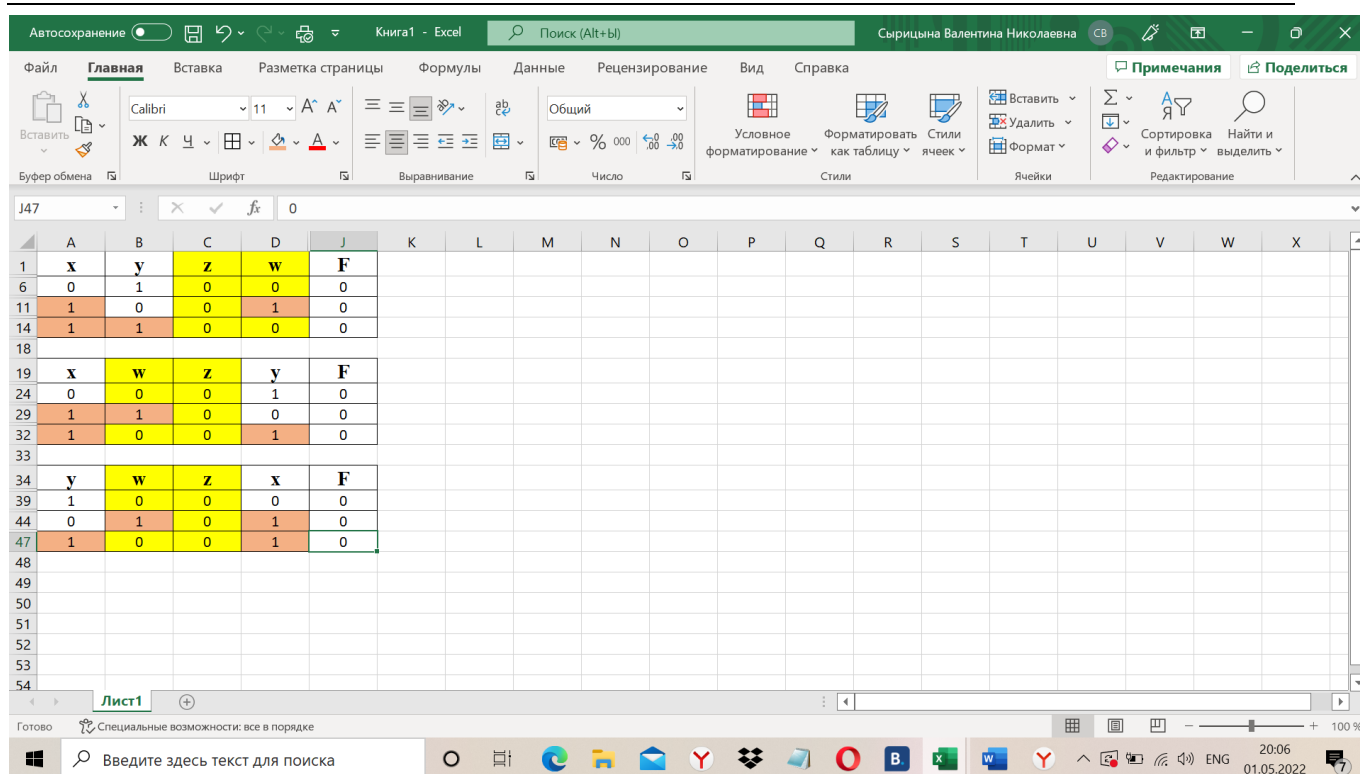


Рисунок 17. Варианты расположения переменных

Таблица 34. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	W	Z	???	F
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0

18. Анализируя рисунок 17 и таблицу 34, видим, что подходит второй вариант, т.е. переменная 1-у, а переменная 4-х (таблица 35).

Таблица 35. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
Y	W	Z	X	F
1	0	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	0	1	0

19. Ответ: ywzx.

Задача № 5. Логическая функция F задается выражением $((x \wedge y) \vee (y \wedge z)) \equiv ((x \rightarrow w) \wedge (w \rightarrow z))$. Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w (таблица 36).

Таблица 36. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [10].

Решение (III способ – построение таблицы истинности средствами табличного процессора и анализ полной таблицы истинности для $F = 1$):

1. В выражении 4 логических переменных, тогда всех решений будет 16. Вычисляем по формуле 2^N (2^4). Преобразуем функцию к более понятному виду

$$F = ((x * y) + (y * z)) \equiv ((x \rightarrow w) * (w \rightarrow z)).$$

Определим порядок действий:

1. $(x * y)$
2. $(y * z)$
3. $((x * y) + (y * z))$
4. $(x \rightarrow w)$
5. $(w \rightarrow z)$
6. $((x \rightarrow w) * (w \rightarrow z))$
7. $((x * y) + (y * z)) \equiv ((x \rightarrow w) * (w \rightarrow z)) - F$

2. Заполним в табличном процессоре названия столбцов: A1-x; B1-y; C1-z; D1-w; E1-1; F1-2; G1-3; H1-4; I1-5; J1-6; K1-F (рисунок 18).

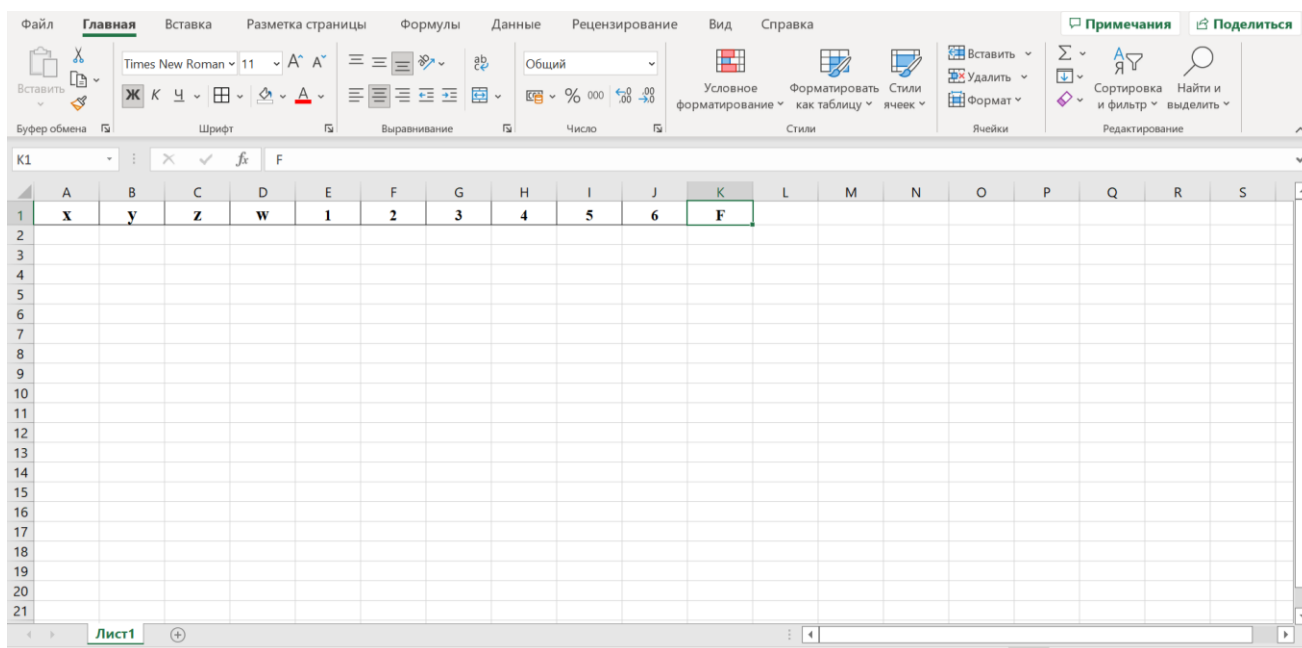


Рисунок 18. Название столбцов

3. Заполним таблицу истинности для переменных x, y, z, w . Для переменной x – 8 подряд идущих нулей, затем 8 подряд идущих единиц. Для переменной y чередования 4 нуля, 4 единицы, 4 нуля, 4 единицы. Для

переменной z чередования 2 нуля, 2 единицы, 2 нуля, 2 единицы и т. д. до заполнения всех строк таблицы. Для переменной w чередования 1 ноль, 1 единица, 1 ноль, 1 единица и т. д. до заполнения всех строк таблицы (рисунок 19).

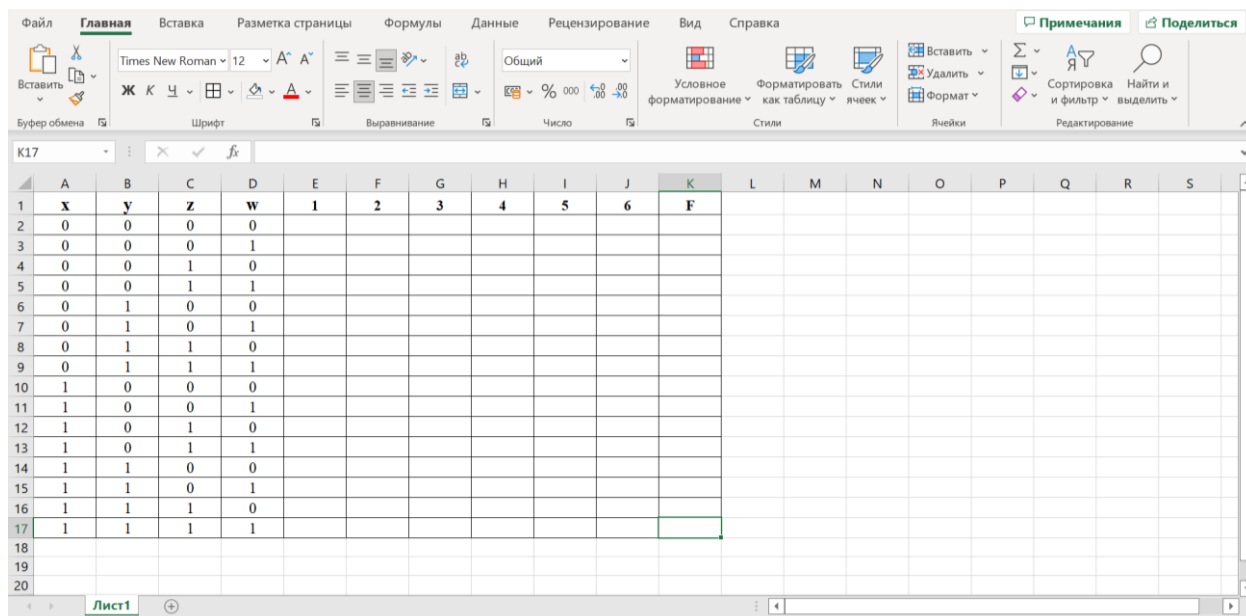


Рисунок 19. Таблица истинности

4. Выполним первое действие ($x * y$). Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку E2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{A2}=1;\text{B2}=1);1;0)$ и протянем ее по всей длине столбца E в диапазоне E3:E17 (рисунок 20).

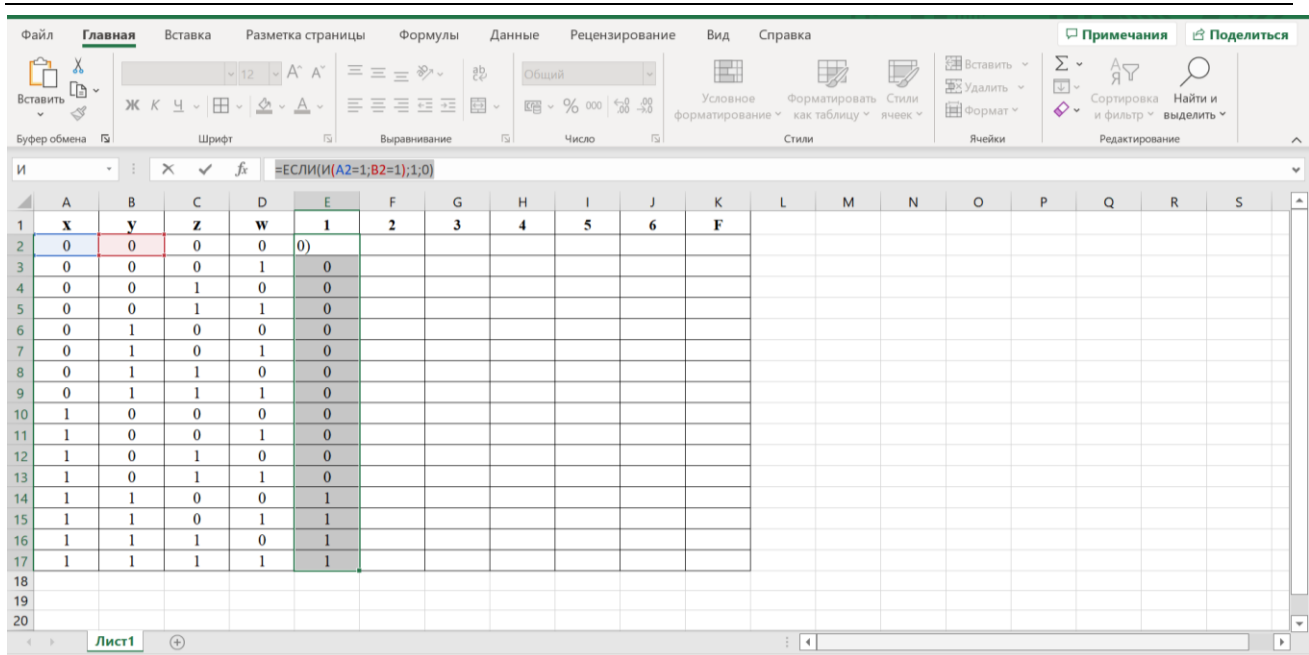


Рисунок 20. Ввод формулы

5. Выполним второе действие ($y * z$). Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку F2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{B2}=1;\text{C2}=1);1;0)$ и протянем ее по всей длине столбца F в диапазоне F3:F17 (рисунок 21).

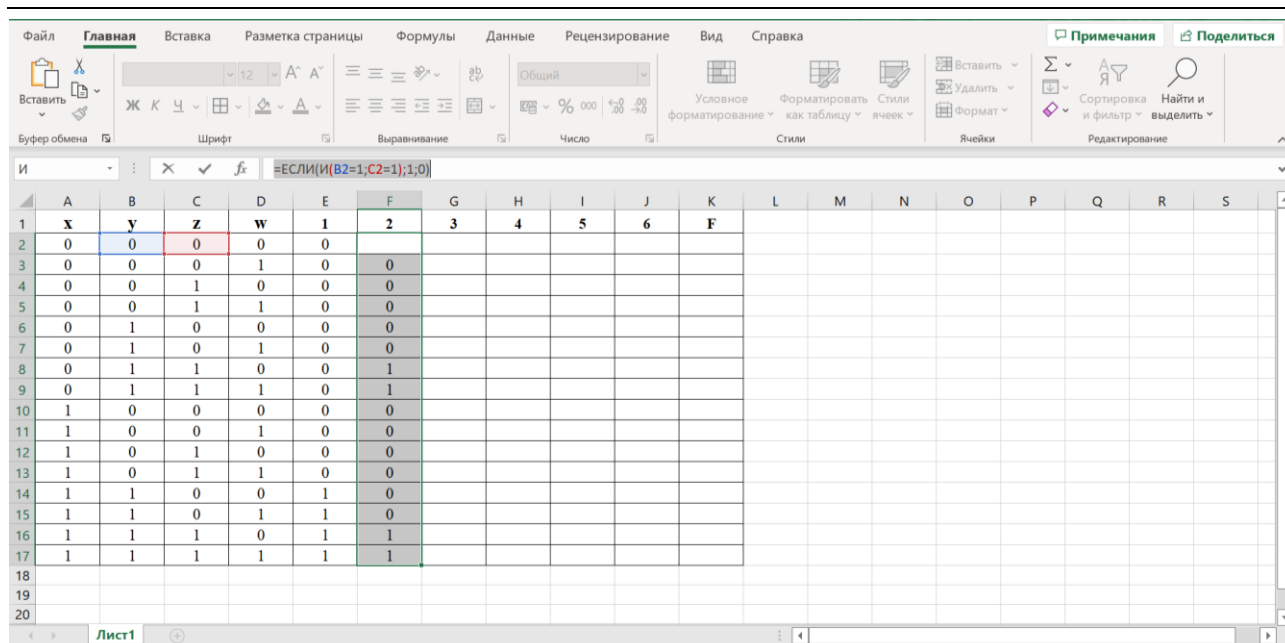


Рисунок 21. Ввод формулы

6. Выполним третье действие $((x * y) + (y * z))$. Дизъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Поэтому в ячейку G2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{E2}=0;\text{F2}=0);0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца G в диапазоне G3:G17 (рисунок 22).

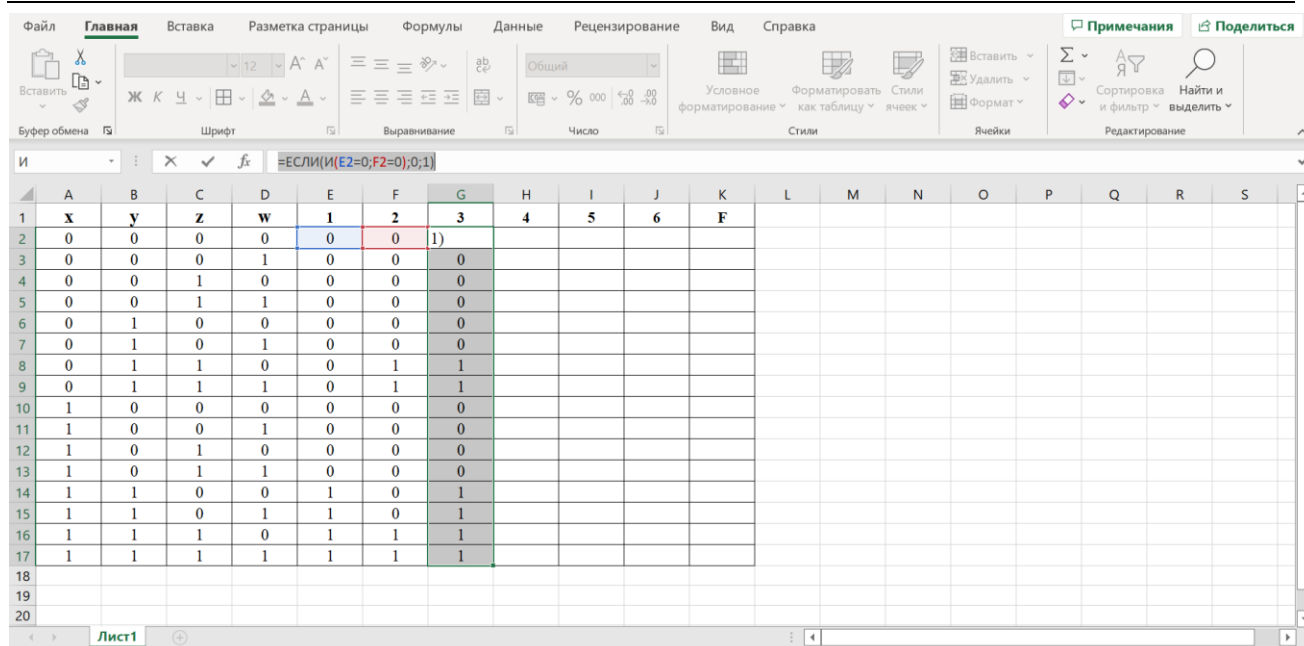


Рисунок 22. Ввод формулы

7. Выполним четвертое действие ($x \rightarrow w$). Импликация определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку H2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{A2}=1;\text{D2}=0);0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца H в диапазоне H3:H17 (рисунок 23).

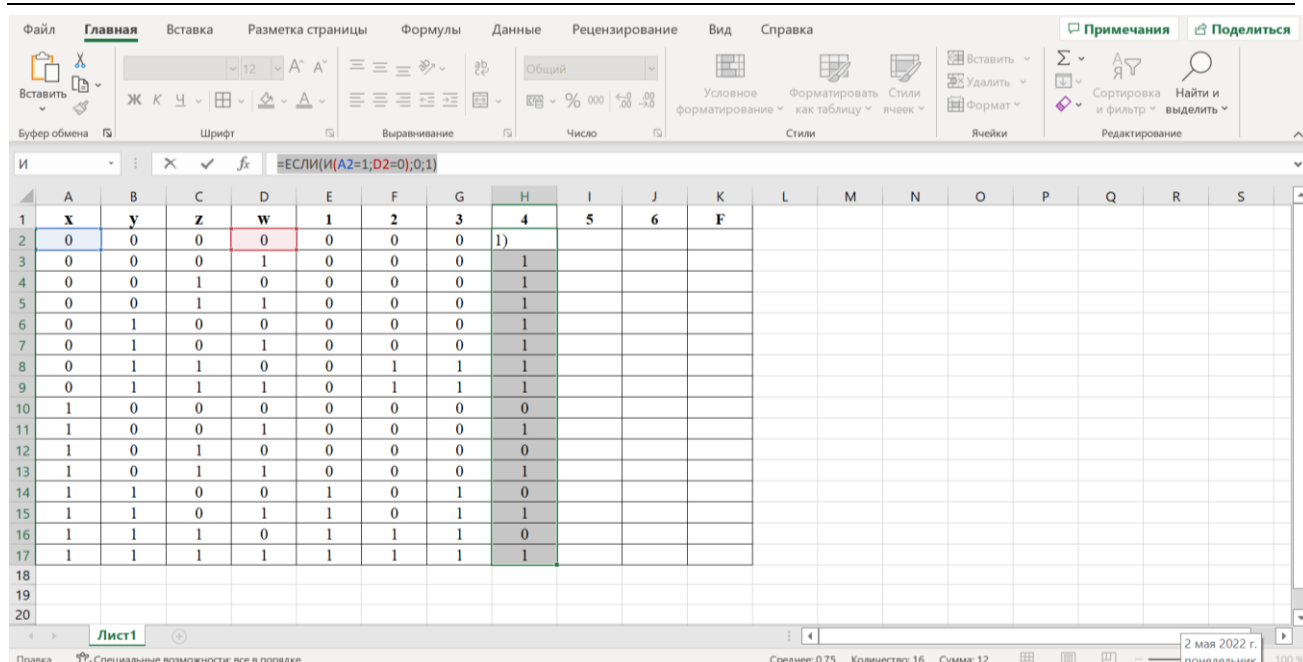


Рисунок 23. Ввод формулы

8. Выполним пятое действие ($w \rightarrow z$). Импликация определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку I2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{D2}=1;\text{C2}=0);0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца I в диапазоне I3:I17 (рисунок 24).

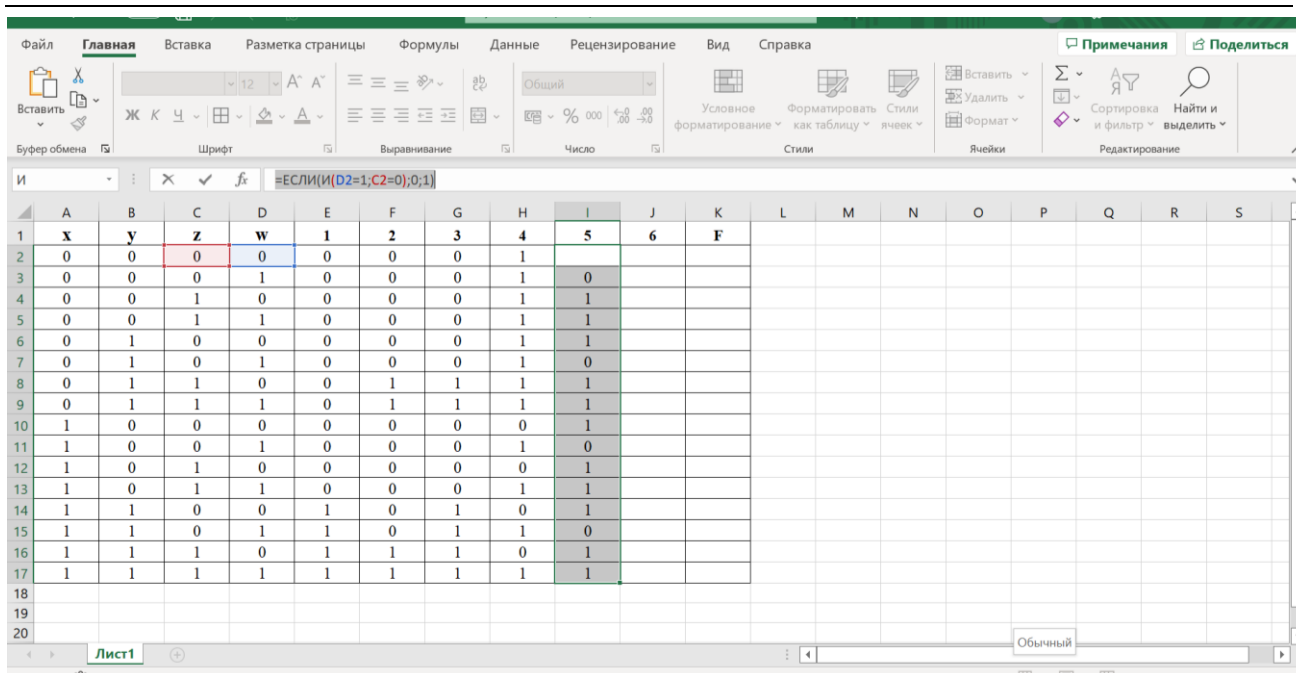


Рисунок 24. Ввод формулы

9. Выполним шестое действие $((x \rightarrow w) * (w \rightarrow z))$. Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку J2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{H2}=1;\text{I2}=1);1;0)$ и протянем ее по всей длине столбца J в диапазоне J3:J17 (рисунок 25).

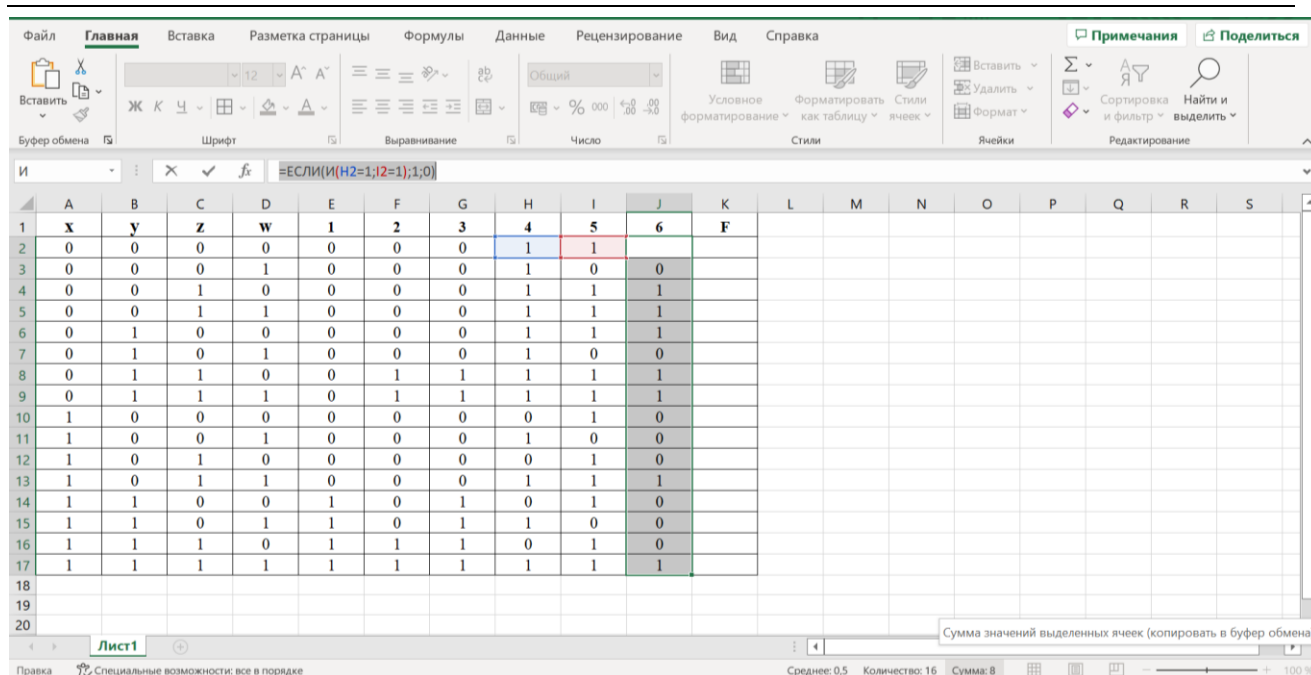


Рисунок 25. Ввод формулы

10. Теперь найдем значение самой функции $F = ((x * y) + (y * z)) \equiv ((x \rightarrow w) * (w \rightarrow z))$. Для этого выполним операцию эквивалентности для результатов вычислений действия 3 и 6. Эквивалентность определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку K2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(G2=J2;1;0)$ и протянем ее по всей длине столбца K в диапазоне K3:K17 (рисунок 26).

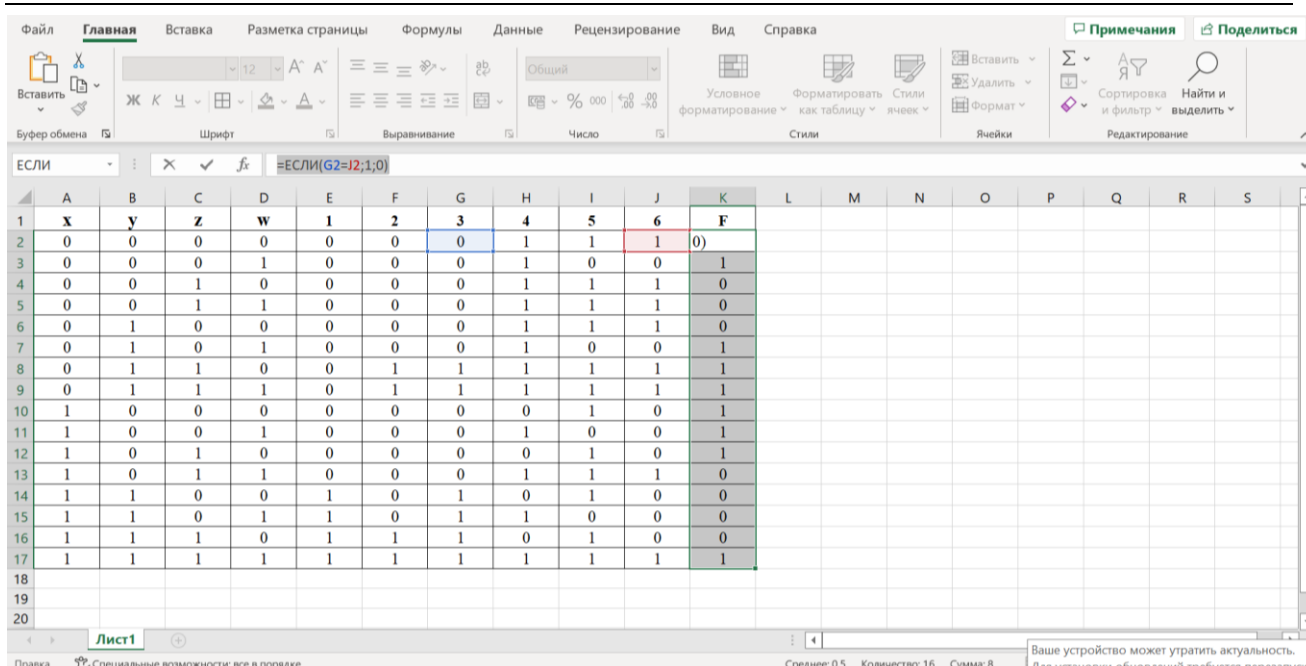


Рисунок 26. Ввод формулы

11. Так как дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F (таблица 37).

Таблица 37. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

И для определения какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w необходимо только истинное значение функции F , скроем строки, в которых данная функция ложна. Для этого выделяем нужные строки, вызываем контекстное меню правой кнопкой мыши и в открывшемся меню выбираем пункт скрыть (рисунок 27).

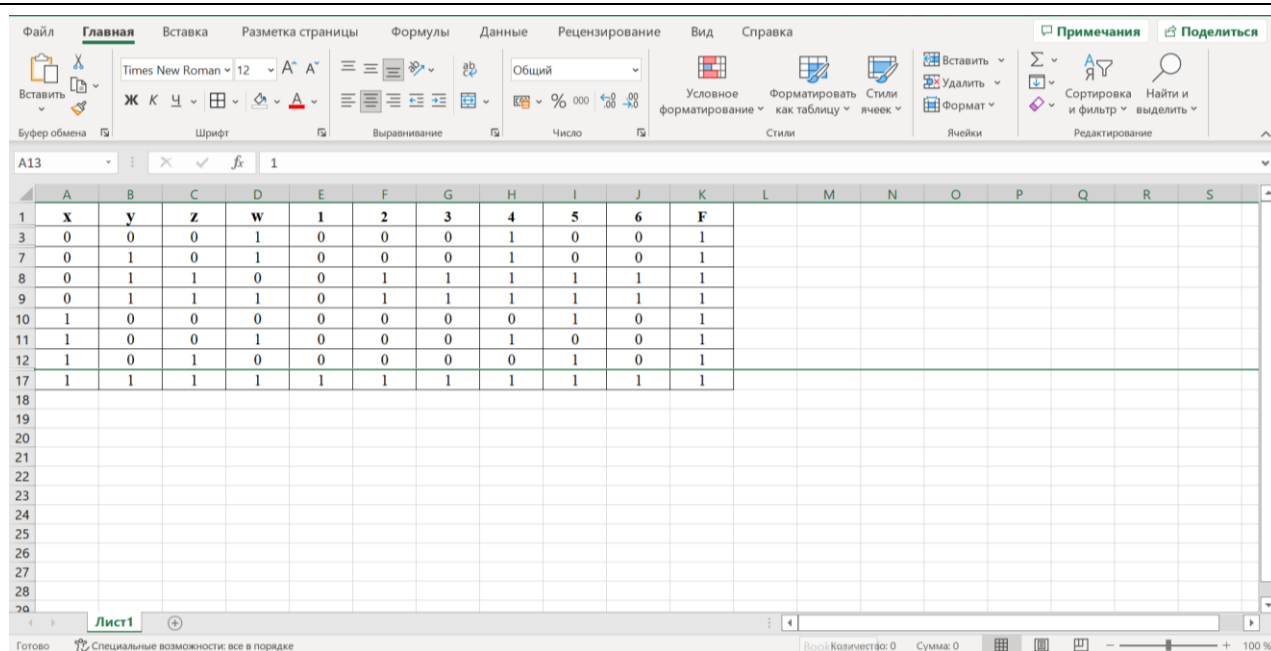


Рисунок 27. Скрытие строк

12. Аналогичным образом скроем вспомогательные столбцы, которые отвечали за результаты выполнения действий (рисунок 28).

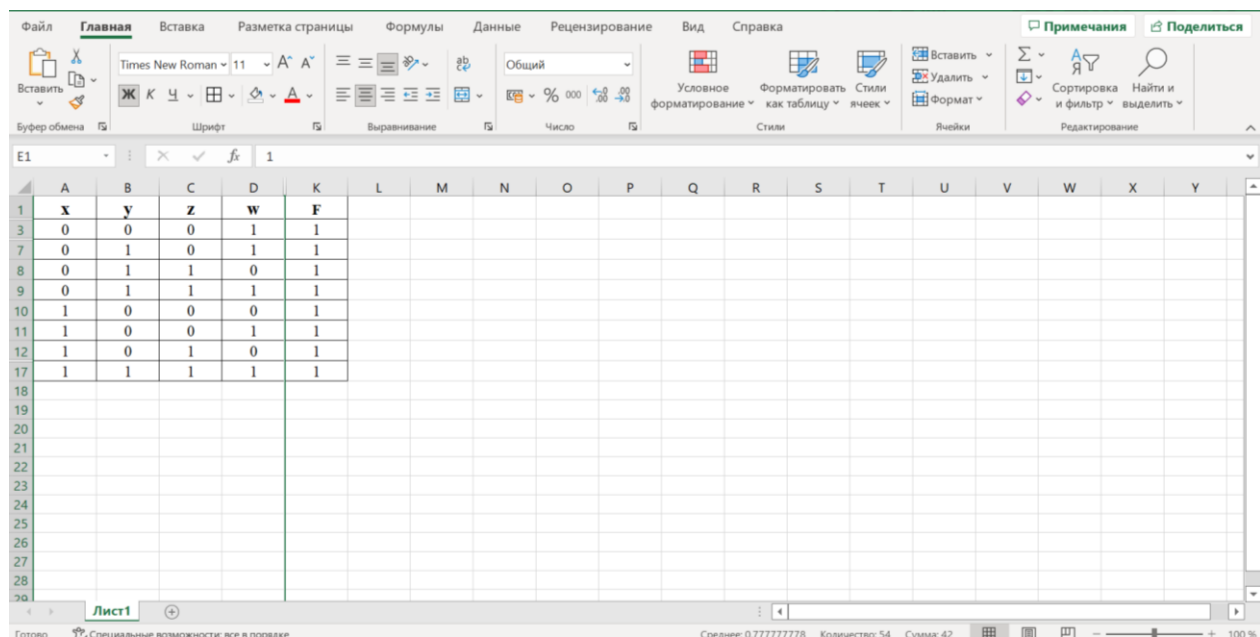


Рисунок 28. Скрытие столбцов

13. Сравним полученную таблицу с данной (таблица 38).

Таблица 38. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	<i>F</i>
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

Первое на что обращаем внимание, что у нас получилось восемь строк, где данная функция *F* истинна, а в задании даны только три строки и нам необходимо будет исключить лишние строки. И первую строку, которую можем скрыть, это строка 17, так как в данной таблице, судя по исходным данным не может быть строки содержащей все единицы (рисунок 29).

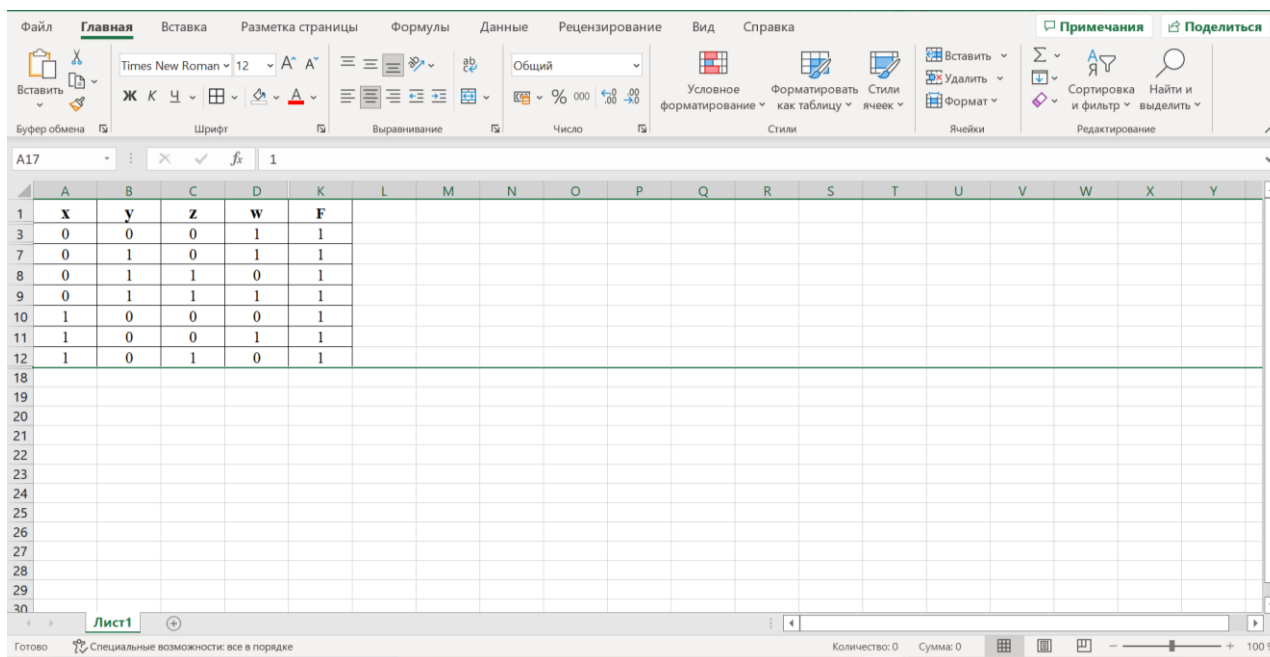


Рисунок 29. Скрытие строки

14. Внимательно посмотрим на данную и полученную таблицы. Видим, что у нас есть только одна строка (9), которая содержит ноль и три единицы, следовательно эта строка нам нужна и по ней можем сделать вывод о том, что переменная 1 – это X (рисунок 30 и таблица 39).

	A	B	C	D	K
1	x	y	z	w	F
2	0	0	0	1	1
3	0	1	0	1	1
4	0	1	1	0	1
5	0	1	1	1	1
6	1	0	0	0	1
7	1	0	0	1	1
8	1	0	1	0	1
9	1	0	1	1	1
10					
11					
12					

Рисунок 30. Переменная x

Таблица 39. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
X	???	???	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

15. Внимательно посмотрим на полученную таблицу. Так как определили, что переменная 1 – это X, а по данной таблице X может принимать только нулевые значения, строки, где X принимает значение единицы, можем скрыть. Таким образом, останется только одна лишняя строка (рисунок 31).

	A	B	C	D	E	F
1	x	y	z	w		F
3	0	0	0	1	1	
7	0	1	0	1	1	
8	0	1	1	0	1	
9	0	1	1	1	1	

Рисунок 31. Лишняя строка

16. Внимательно посмотрим на полученную таблицу. Видим, что только один столбец, содержит два нуля, остальные два неизвестных столбца содержат только по одному нулю. Из чего следует, что переменная 3 – это Z (рисунок 32 и таблица 40).

	A	B	C	D	E	F
1	x	y	z	w		F
3	0	0	0	1	1	
7	0	1	0	1	1	
8	0	1	1	0	1	
9	0	1	1	1	1	

Рисунок 32. Переменная z

Таблица 40. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
X	???	Z	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

17. Осталось определить переменную 2 и переменную 4. В построенной таблице Excel столбцы y и w, содержат одинаковое количество единиц (3) и нулей (1). Скроем сначала строку 3, а затем 8 и сравним полученные значения с данной таблицей (рисунок 33 и таблица 41).

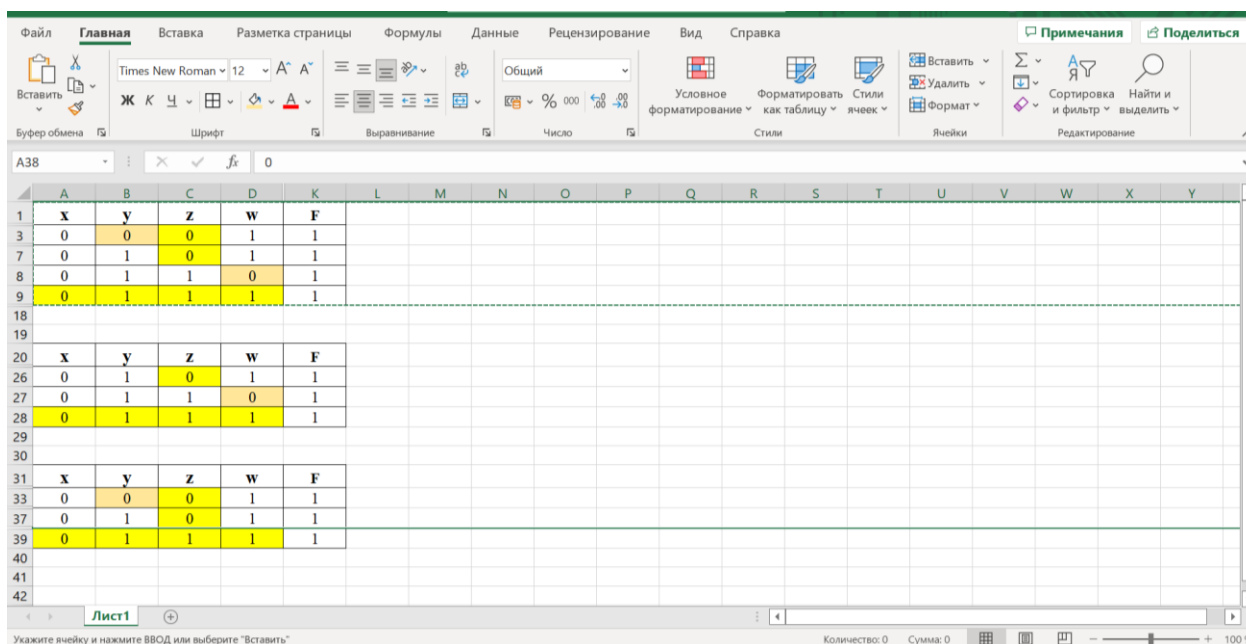


Рисунок 33. Скрытие строк

Таблица 41. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
X	???	Z	???	F
0	1	1	1	1
0	1	0		1
0	1	0		1

18. Анализируя рисунок 33 и таблицу 41, видим, что нам подходит второй вариант, т.е. переменная 2- w , а переменная 4- y . Так как если рассмотреть первый вариант и переменная 2 – y , а переменная 4 – w , то у нас появится строка в которой подряд идут две единицы, а в данной таблице у нас нет такой строки (таблица 42).

Таблица 42. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
X	W	Z	Y	F
0	1	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1

19. Ответ: xwzy.

Задача № 6. Логическая функция F задается выражением $((\neg z \vee w) \wedge (\neg x \equiv y)) \rightarrow (x \wedge z)$. На рисунке приведен частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w (таблица 42).

Таблица 42. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	0		0	0
1	1	1		0
1	0			0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [10].

Решение (III способ – построение таблицы истинности средствами табличного процессора и анализ полной таблицы истинности для $F = 0$):

1. В выражении 4 логических переменных, тогда всех решений будет 16. Вычисляем по формуле 2^N (2^4). Преобразуем нашу функцию к более понятному виду $F = ((\neg z + w) * (\neg x \equiv y)) \rightarrow (x * z)$.

Определим порядок действий:

1. $\neg z$
2. $(\neg z + w)$
3. $\neg x$
4. $(\neg x \equiv y)$
5. $((\neg z + w) * (\neg x \equiv y))$
6. $(x * z)$
7. $((\neg z + w) * (\neg x \equiv y)) \rightarrow (x * z) - F$

2. Заполним в табличном процессоре названия столбцов: A1-x; B1-y; C1-z; D1-w; E1-1; F1-2; G1-3; H1-4; I1-5; J1-6; K1-F (рисунок 34).

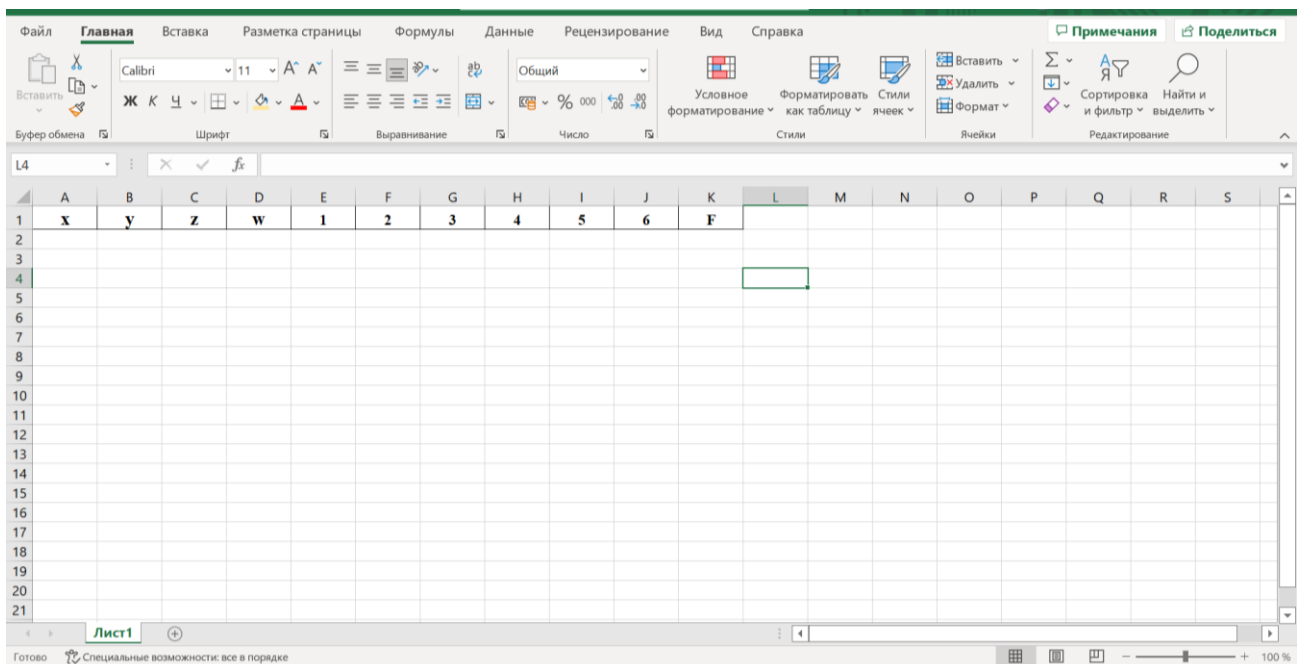


Рисунок 34. Название столбцов

3. Заполним таблицу истинности для переменных x, y, z, w . Для переменной x – 8 подряд идущих нулей, затем 8 подряд идущих единиц. Для

переменной y чередования 4 нуля, 4 единицы, 4 нуля, 4 единицы. Для переменной z чередования 2 нуля, 2 единицы, 2 нуля, 2 единицы и т. д. до заполнения всех строк таблицы. Для переменной w чередования 1 ноль, 1 единица, 1 ноль, 1 единица и т. д. до заполнения всех строк таблицы (рисунок 35).

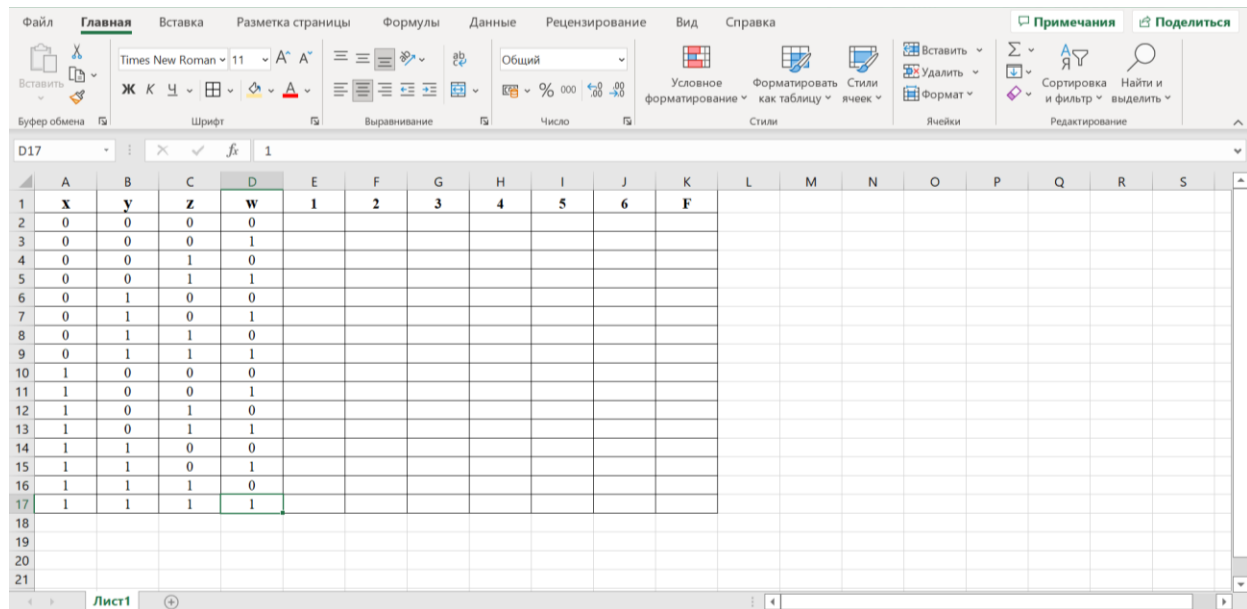


Рисунок 35. Заполнение строк

4. Выполним первое действие $\neg z$. Инверсия определяется следующей таблицей истинности:

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Поэтому в ячейку E2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(C2=1;0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца E в диапазоне E3:E17 (рисунок 36).

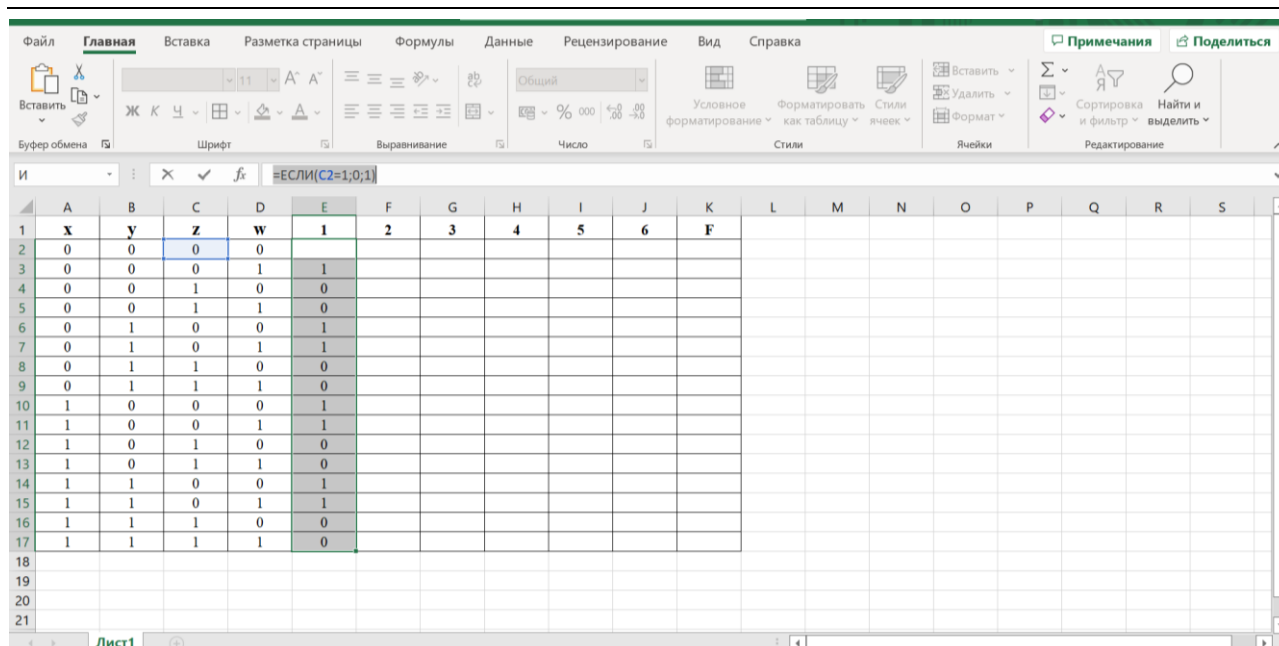


Рисунок 36. Ввод формулы

5. Выполним второе действие ($\neg z + w$). Дизъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Поэтому в ячейку F2 запишем следующую формулу $\text{=ЕСЛИ(И(E2=0;D2=0);0;1)}$ и протянем ее по всей длине столбца F в диапазоне F3:F17 (рисунок 37).

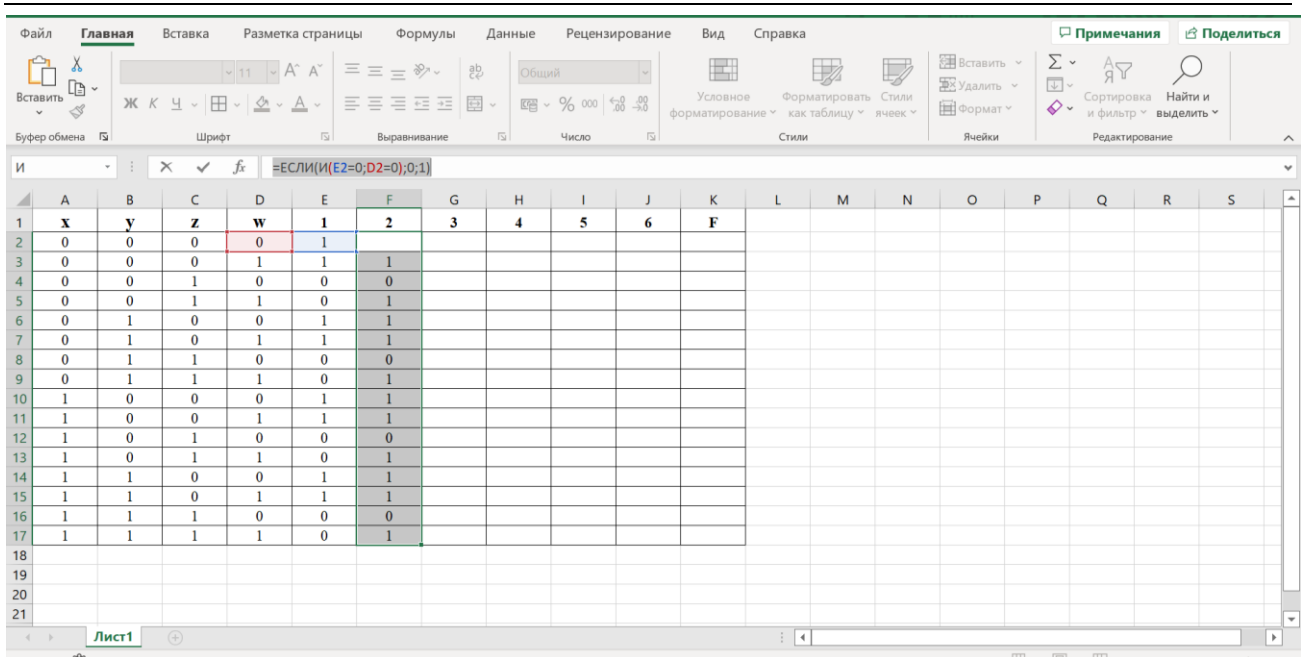


Рисунок 37. Ввод формулы

6. Выполним третье действие $\neg x$. Инверсия определяется следующей таблицей истинности:

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Поэтому в ячейку G2 запишем следующую формулу `=ЕСЛИ(A2=0;1;0)` и протянем ее по всей длине столбца G в диапазоне G3:G17 (рисунок 38).

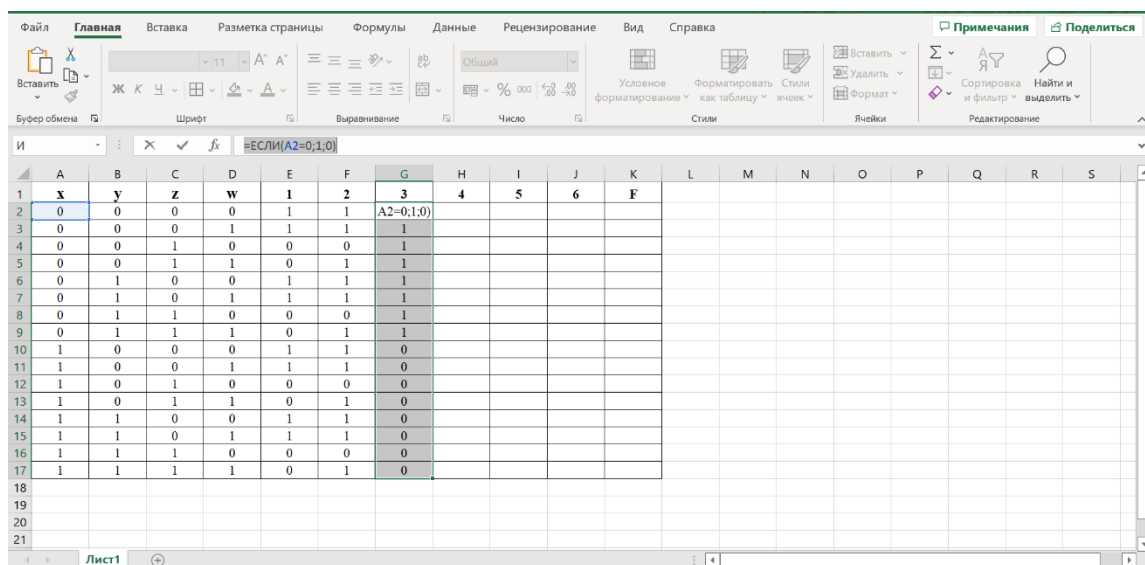


Рисунок 38. Ввод формулы

7. Выполним четвертое действие ($\neg x \equiv y$). Эквивалентность определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку H2 запишем следующую формулу =ЕСЛИ(G2=B2;1;0) и протянем ее по всей длине столбца H в диапазоне H3:H17 (рисунок 39).

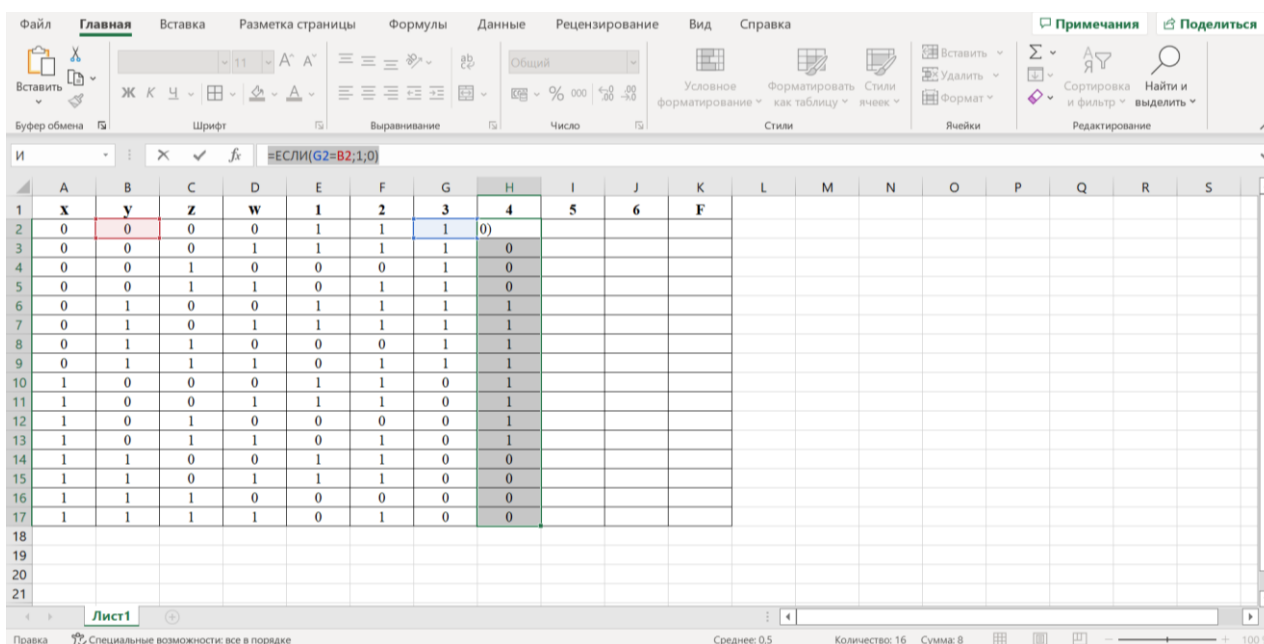


Рисунок 39. Ввод формулы

8. Выполним пятое действие $((\neg z + w) * (\neg x \equiv y))$. Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A * B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку I2 запишем следующую формулу
=ЕСЛИ(И(F2=1;H2=1);1;0) и протянем ее по всей длине столбца I в диапазоне I3:I17 (рисунок 40).

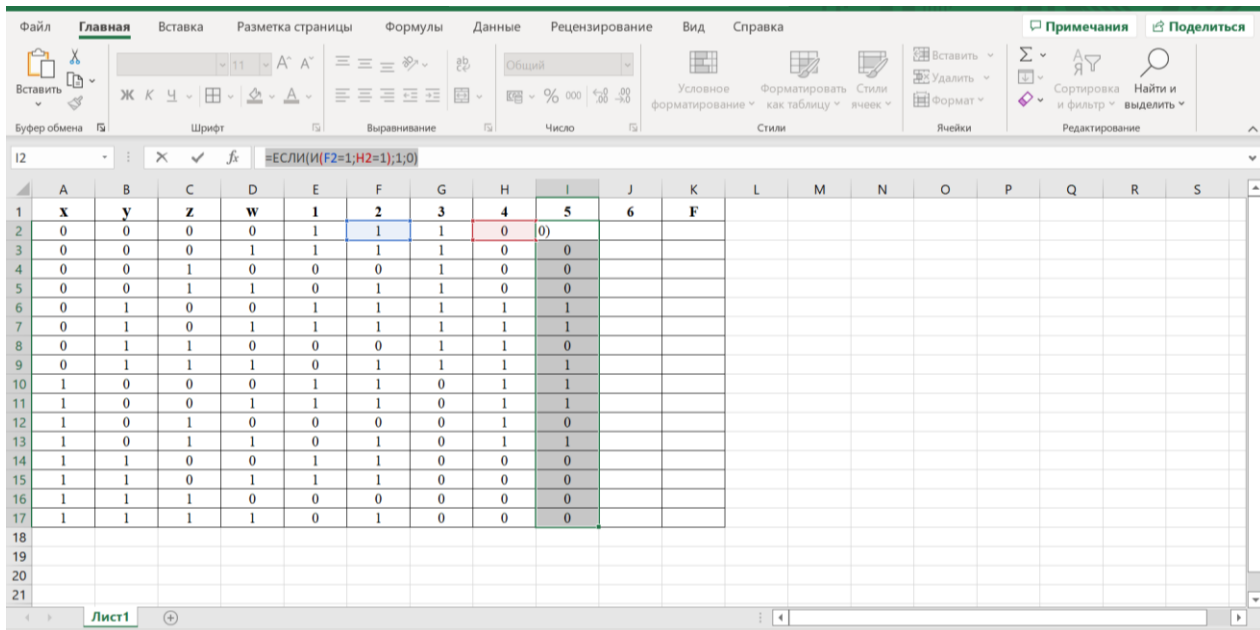


Рисунок 40. Ввод формулы

9. Выполним шестое действие ($x * z$). Конъюнкция определяется следующей таблицей истинности:

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку J2 запишем следующую формулу
=ЕСЛИ(И(A2=1;C2=1);1;0) и протянем ее по всей длине столбца J в диапазоне J3:J17 (рисунок 41).

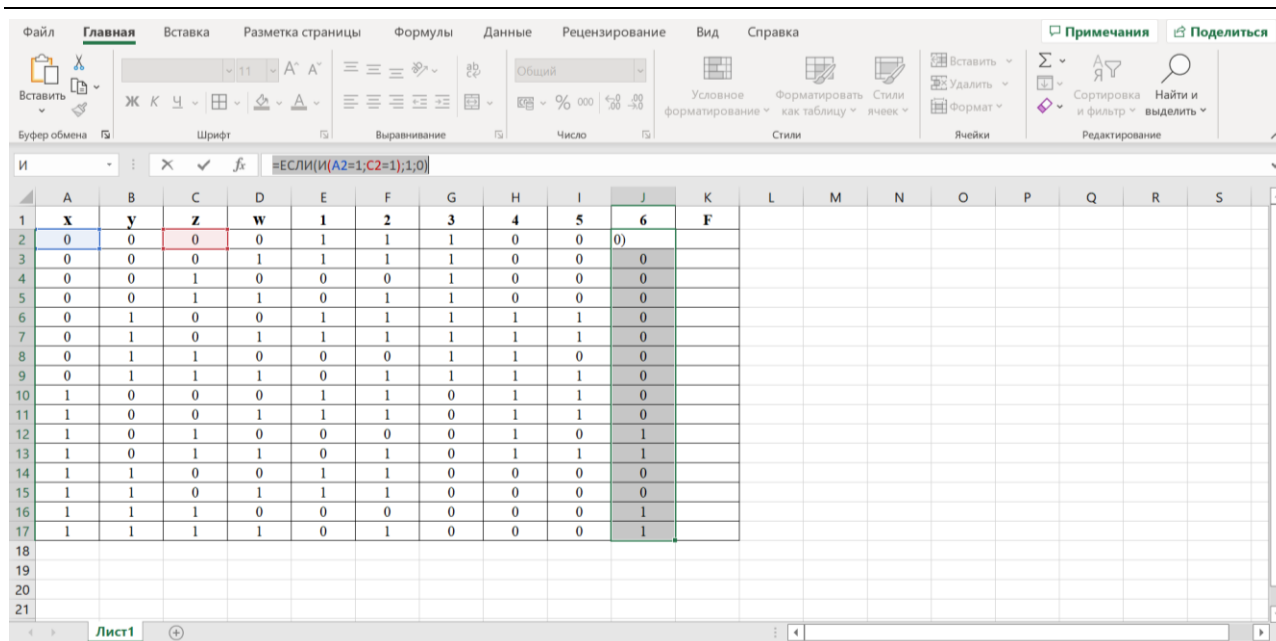


Рисунок 41. Ввод формулы

10. Теперь найдем значение самой функции $F = ((\neg z + w) * (\neg x \equiv y)) \rightarrow (x * z)$. Для этого выполним операцию импликации для результатов вычислений действия 5 и 6. Импликация определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Поэтому в ячейку K2 запишем следующую формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{И}(\text{I2}=1;\text{J2}=0);0;1)$ и протянем ее по всей длине столбца K в диапазоне K3:K17 (рисунок 42).

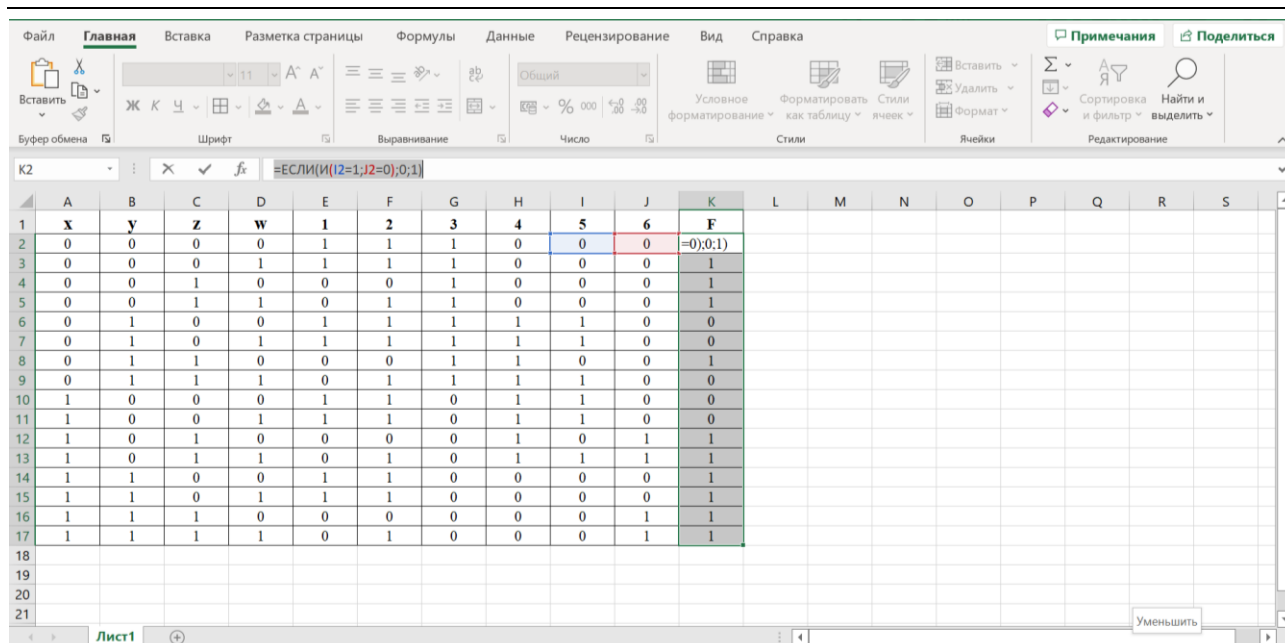


Рисунок 42. Ввод формулы

11. Так как нам дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F (таблица 43).

Таблица 37. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	0		0	0
1	1	1		0
1	0			0

И для определения какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w необходимо только ложное значение функции F , скроем строки, в которых данная функция истина. Для этого выделяем нужные строки, вызываем контекстное меню правой кнопкой мыши и в открывшемся меню выбираем пункт скрыть (рисунок 43).

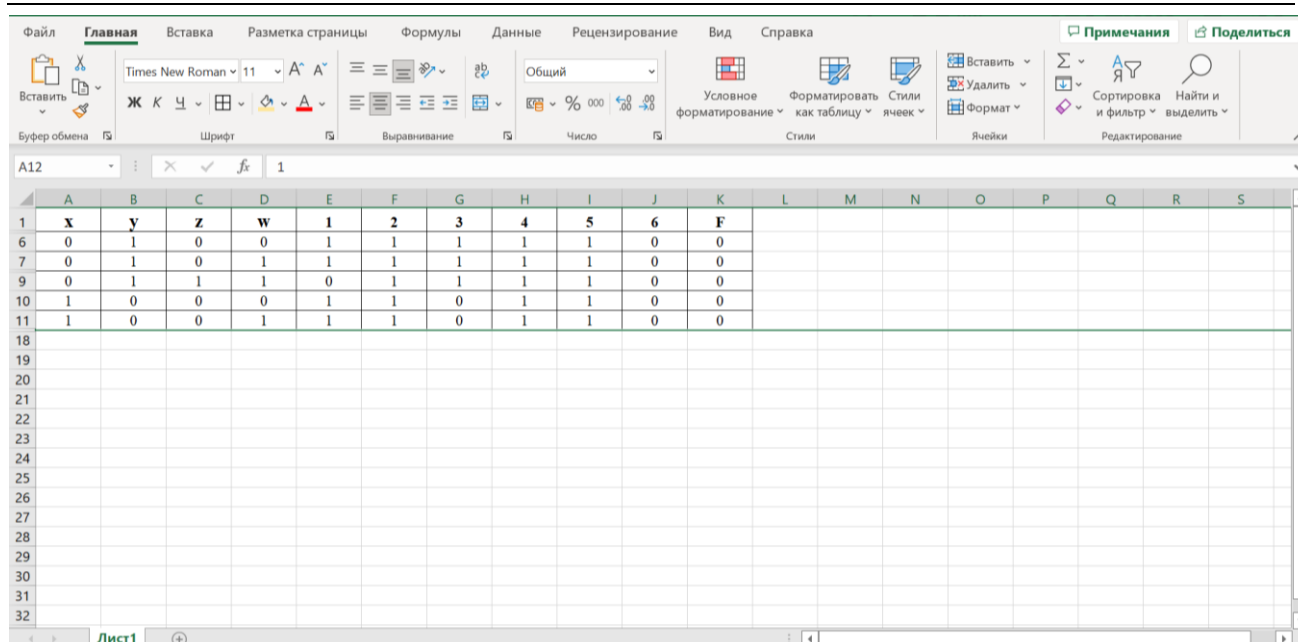


Рисунок 43. Скрытие строк

12. Аналогичным образом скроем вспомогательные столбцы, которые отвечали за результаты выполнения действий (рисунок 44).

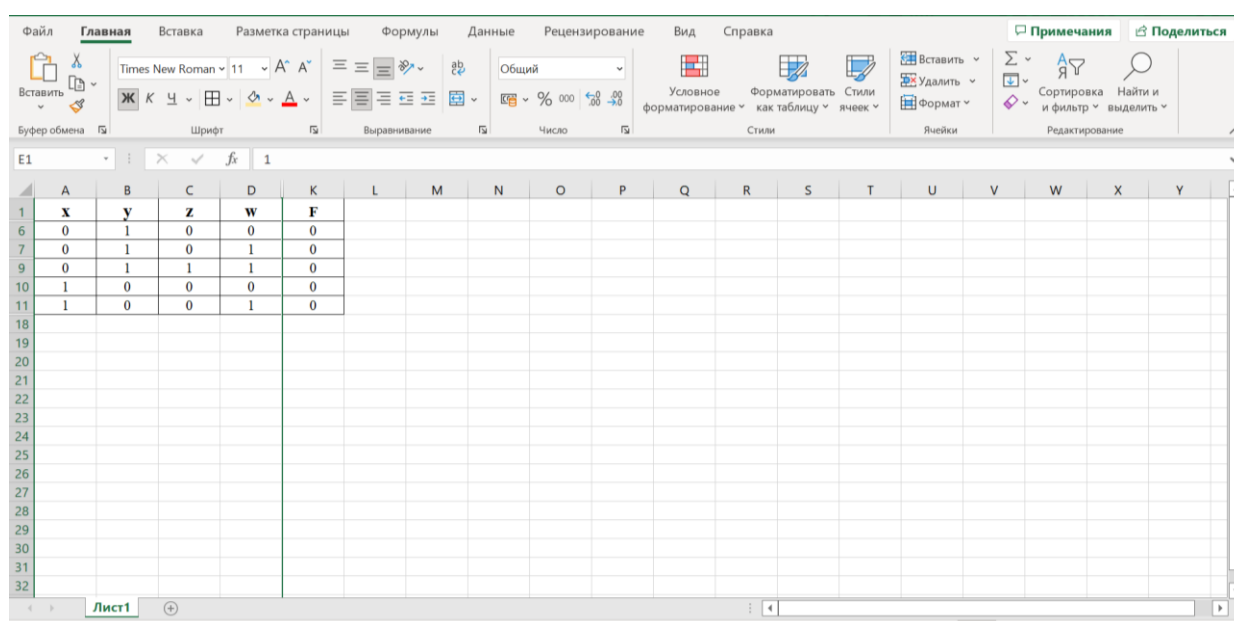


Рисунок 44. Скрытие столбцов

14. Сравним полученную таблицу с данной (таблица 44).

Таблица 44. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	<i>F</i>
0	0		0	0
1	1	1		0
1	0			0

Первое на что обращаем внимание, что получилось пять строк, где данная функция *F* ложна, а в задании даны только три строки и необходимо будет исключить лишние строки. Первая строка в полученной таблице соответствует данной таблице, та которая содержит три единицы и один ноль (9 строка) (рисунок 45).

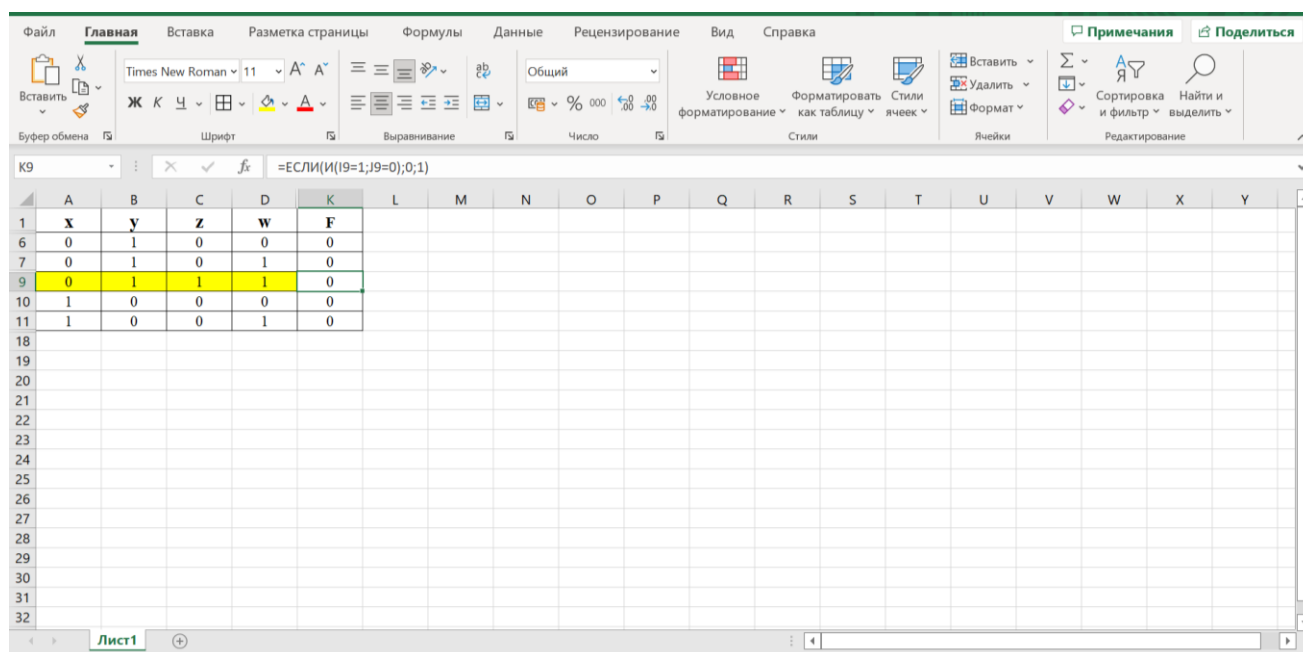


Рисунок 45. Выделение строки

15. Внимательно посмотрим на полученную таблицу. По выделенной строке определяем, что вторая строка переменной 4 будет равна 0 (Таблица 45).

Таблица 45. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	0		0	0
1	1	1	0	0
1	0			0

15. Проанализируем данные в полученной таблице истинности. Ни одна ее строка не содержит четыре нуля, следовательно первая строка переменной 3 будет равна 1 (Таблица 46).

Таблица 46. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0
1	0			0

16. Внимательно посмотрим на полученную и данную таблицы. Видно, что только один столбец (С), содержит одну единицу, а остальные значения в нем равны нулю. Из чего следует, что переменная 2 – это Z (Рисунок 36 и Таблица 47).

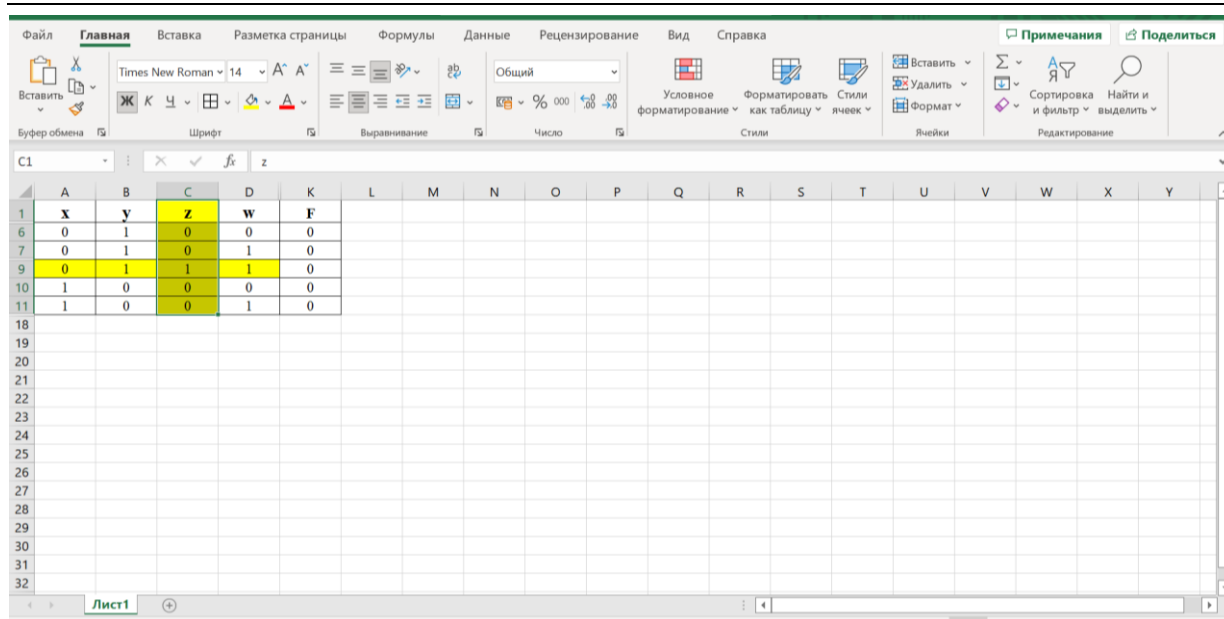


Рисунок 36. Переменная Z

Таблица 47. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	Z	???	???	F
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0
1	0			0

17. Анализируя дальше построенную таблицу истинности и данную таблицу, понимаем, что третья строка переменной 4 не может быть равна единице, так как строка с одной единицей и двумя нулями уже есть. Тогда у построенной таблицы истинности скрываем строки 10 и 11. И третья строка переменной три будет равна 1 (Рисунок 37 и Таблица 48).

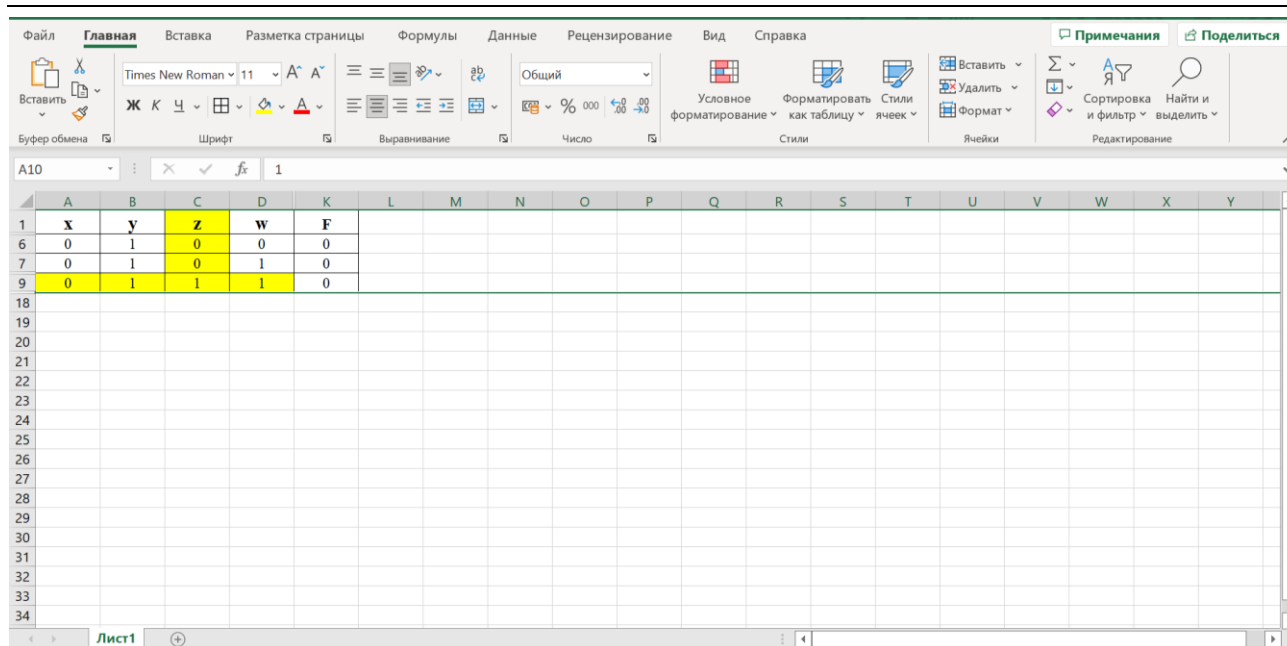


Рисунок 37. Скрытие строк

Таблица 48. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	Z	???	???	F
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0
1	0	1	0	0

18. Анализируя рисунок 37 и таблицу 48, видим, что переменная 3 – это y (состоит из трех единиц), переменная 4 – это x (состоит из трех нулей). И тогда переменная 1 – это w (Таблица 49).

Таблица 49. Таблица истинности

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
W	Z	Y	X	F
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0
1	0	1	0	0

19. Ответ: wzyx.

Задача 7. Каждое из логических выражений F и G содержит 5 переменных. В таблицах истинности выражений F и G есть ровно 5 одинаковых строк, причем ровно в 4 из них в столбце значений стоит 1.

Сколько строк таблицы истинности для выражения $F \vee G$ содержит 1 в столбце значений? [10].

Решение: Так как каждое из логических выражений F и G содержит 5 переменных, то количество строк в таблице истинности будет равно $2^5=32$. По условию задачи таблица истинности содержит 5 одинаковых строк, в четырех из которых стоит 1, а в одной 0. Остальные строки различны. Нужно посчитать сколько строк таблицы истинности будут содержать 1 при логическом сложении. При логическом сложении 0 получается только в том случае, когда во всех строках этой таблицы присутствуют только нули. По условию задачи 27 строк таблицы истинности имеют различные значения и поэтому при логическом сложении будут иметь в результате 1. И четыре одинаковые строки тоже имеют результат логического сложения 1. Следовательно число строк, которые будут содержать единицу при логическом сложении равно $27+4=31$.

Ответ: 31.

Задания для закрепления:

1. Логическая функция F задается выражением: $(\neg x \wedge y \wedge z) \vee (\neg x \wedge \neg z)$.

На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
1	0	0	1
1	1	0	1

Рисунок 38. Таблица истинности

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу, затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [10].

2. Логическая функция F задается выражением $(x \wedge y \wedge \neg z) \vee (x \wedge y \wedge z) \vee (x \wedge \neg y \wedge \neg z)$. На рисунке приведен фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	1	0	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Рисунок 39. Таблица истинности

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [9].

3. Логическая функция F задается выражением $(\neg z) \wedge x$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Рисунок 40. Таблица истинности

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу, затем – буква, соответствующая 2-му столбцу, затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [7, 9].

4. Логическая функция F задается выражением $(\neg z) \wedge x$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Рисунок 41. Таблица истинности

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая 1-му столбцу, затем — буква, соответствующая 2-му столбцу, затем — буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [9].

5. Логическая функция F задается выражением $((x \wedge w) \vee (w \wedge z)) \equiv ((z \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x))$. Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1	0	1	1	1
1	0		0	1
1	0		0	1

Рисунок 42. Таблица истинности

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [7, 9].

6. Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трех различных ее строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$
0	1	1	0	0
0				0
	1	0	1	0

Рисунок 43. Таблица истинности

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно [7].

7. Каждое из логических выражений F и G содержит 7 переменных. В таблицах истинности выражений F и G есть ровно 7 одинаковых строк, причем ровно в 6 из них в столбце значений стоит 0.

Сколько строк таблицы истинности для выражения $F \wedge G$ содержит 0 в столбце значений? [10].

Рекомендации по выполнению и типичные ошибки задания № 2

Рекомендация по выполнению задания № 2: необходимо повторить темы школьного курса информатики «Логические значения, операции и выражения», «Таблица истинности», особенно таблицы истинности для импликации и эквивалентности [3, 4, 5].

Типичные ошибки:

- игнорирование прямо указанного в условии задания требования, что заполненная таблица истинности не должна содержать одинаковых строк. Это приводит к внешне правдоподобному, но на самом деле неверному решению;
- плохое знание таблиц истинности;
- ошибки из-за невнимательности к значкам, которыми в выражениях обозначают логические операции;
- путаница в многочисленных столбцах с однородными данными (нулями и единицами);
- легко по невнимательности перепутать порядок букв в ответе;
- серьезные сложности представляет применяемая в заданиях ЕГЭ форма записи логических выражений с «закорючками», поэтому рекомендуется сначала внимательно перевести их в «удобный» вид;
- часто учащиеся путают таблицы истинности импликации и эквивалентности (« $\rightarrow$ », « $\leftrightarrow$ »);
- при использовании законов де Моргана часто забывают, что нужно заменить «И» на «ИЛИ» и «ИЛИ» на «И».

Также учащимся необходимо чаще использовать электронные таблицы для расчетов, в том числе для обработки массивов данных, это экономит время на

экзамене; отрабатывать технические элементы программирования, в том числе построчное и посимвольное чтение файлов, инициализацию переменных, использование библиотечных функций и т.п. Решать задачи, требующие использования сортировки массивов данных. При тренировке выполнения отдельных заданий уделять внимание элементам вариативности, на основании заданий прошлых лет прогнозировать возможные усложнения заданий в рамках спецификации.

Задание № 15 из ЕГЭ по информатике

Разбор задания № 15 (примеры решений)

Задания № 15 из ЕГЭ по информатике посвящены теме «Основные понятия математической логики». Эти задания повышенного уровня сложности, на их выполнение обычно отводится 5 минут. В данных логических задачах проверяется знание основных понятий и законов математической логики, а также понимание логического высказывания. Статистика по оценке ФИПИ такова, что с этим типом задания справляются чуть меньше 1/3 сдающих.

Задача №1. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение $(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 30)$ истинно для любых целых положительных значений x и y [9].

Решение:

1. Второе и третье выражения не зависят от выбора A : $(x > 20) \vee (y > 30)$.
2. Нужно выбрать значение A так, чтобы условие $(y + 2x < A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(x > 20) \vee (y > 30)$, то есть истинно $(x \leq 20) \wedge (y \leq 30)$.
3. Так как по условию задачи x и y должны быть положительны, добавляем еще два условия: $(x \leq 20) \wedge (y \leq 30) \wedge (x > 0) \wedge (y > 0)$.
4. Схематично на плоскости $ХОУ$ изобразим эту область (она заштрихована) (рисунок 44):

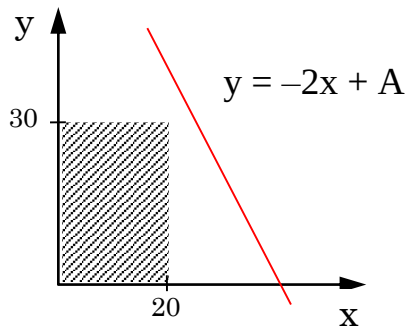


Рисунок 44. Плоскость XOY

5. Для всех точек заштрихованной области должно выполняться условие: $y + 2x < A$, равносильное условию $y < -2x + A$. Это значит, что вся область должна лежать ниже прямой $y = -2x + A$; одна такая подходящая линия показана на рисунке 44 сверху.

6. Минимальное значение A соответствует ситуации, когда при параллельном переносе показанной линии вниз, соответствующем изменению A , она коснется правого верхнего угла заштрихованного прямоугольника, то есть пройдет через точку $(x = 20, y = 30)$. Поэтому допустимые значения A определяются условием: $30 < -2 \cdot 20 + A$.

7. Откуда следует, что $A > 70$, то есть $A_{\min} = 71$.

8. **Ответ: 71.**

Задача №2. Укажите наибольшее целое значение A , при котором выражение $(y - x \neq 5) \vee (A < 2x^2 + y) \vee (A < y^2 + 16)$ истинно для любых целых положительных значений x и y [4].

Решение:

1. Выражение $(y - x \neq 5)$ не зависит от выбора A .

2. Необходимо выбрать значение A так, чтобы условие $(A < 2x^2 + y) \vee (A < y^2 + 16)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(y - x \neq 5)$, то есть истинно $(y - x = 5)$ или $y = x + 5$.

3. Начертим прямую $y = x + 5$. Нужно обязательно учесть, что x и y положительны и добавить еще два ограничения: $(x \geq 1) \vee (y \geq 1)$ (рисунок 45).

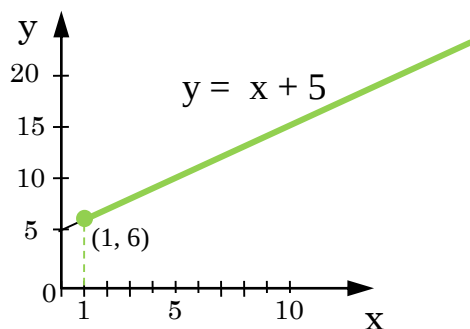


Рисунок 45. Область ограничения

4. Найдем точку пересечения прямых: $y = x + 5$ и $x = 1$: $(x = 1, y = 6)$.

5. По условию задачи нужно, чтобы для всех точек прямой $y = x + 5$ справа от точки $(1, 6)$ (они выделены зеленым цветом) было выполнено условие $(A < 2x^2 + y) \vee (A < y^2 + 16)$.

6. Так как два условия связаны с помощью операции ИЛИ (дизъюнкция), достаточно выполнения одного из этих условий.

7. Рассмотрим условие $(A < 2x^2 + y)$; минимальные значения x и y из всех точек луча имеет крайняя точка $(1, 6)$, здесь достигается одновременно и минимум x , и минимум y ; поэтому получаем $(A < 2x^2 + y) \Rightarrow (A < 2 * 1^2 + 6) \Rightarrow (A < 8)$.

8. Для следующего условия $(A < y^2 + 16)$ также рассматриваем ограничение в точке $(1, 6)$, где y принимает минимальное значение; получаем $(A < 6^2 + 16) \Rightarrow (A < 52)$.

9. Поскольку должно выполняться одно из условий $(A < 8)$ or $(A < 52)$, выбираем наименее жесткое: $(A < 52)$.

10. Ответ: 51.

Задача №3. Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение $(y + 3x < A) \vee (2y + x > 50) \vee (4y - x < 40)$ истинно для любых целых положительных значений x и y [4].

Решение:

1. Выражения $(2y + x > 50)$ or $(4y - x < 40)$ не зависят от выбора A .

2. Следовательно, необходимо выбрать значение A так, чтобы условие $(y + 3x < A)$ выполнялось при всех x и y , для которых ложно $(2y + x > 50)$ or $(4y - x < 40)$, то есть истинно $(2y + x > 50)$ and $(4y - x < 40)$.

3. Последние два условия можно переписать в виде $(y \leq -\frac{x}{2} + 25)$ and $(y \geq \frac{x}{4} + 10)$.

4. Так как по условию x и y должны быть положительны, добавляем еще два условия $(y \leq -\frac{x}{2} + 25)$ and $(y \geq \frac{x}{4} + 10)$ and $(x > 0)$ and $(y > 0)$.

5. Изобразим схематично на плоскости эту область (она заштрихована) (рисунок 46):

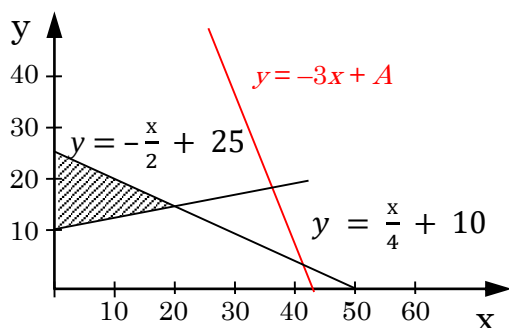


Рисунок 46. Область XOY

6. Для всех точек этой области должно выполняться условие $y + 3x < A$, равносильное условию $y < -3x + A$.

7. Это значит, что вся область должна лежать ниже линии $y = -3x + A$; одна такая подходящая линия показана на рисунке 6 сверху.

8. Из рисунка 46 видно, что при параллельном переносе вниз, соответствующем изменению A , она коснется заштрихованной области в правой вершине заштрихованного треугольника.

9. Найдем точку пересечения:

$$y = -\frac{x}{2} + 25 = \frac{x}{4} + 10 \Rightarrow x = 20, y = 15.$$

10. Допустимые значения A определяются так: $15 < -3 * 20 + A \Rightarrow A > 75$, откуда следует, что $A_{\min} = 76$.

11. **Ответ: 76.**

Задача №4. На числовой прямой даны отрезки $A = [70; 90]$, $B = [40; 60]$ и $C = [0; N]$ и функция $F(x) = (\neg(x \in A) \rightarrow (x \in B)) \wedge (\neg(x \in C) \rightarrow (x \in A))$. При каком наименьшем числе N функция $F(x)$ истинна более чем для 30 целых чисел x ? [7, 9].

Решение:

1. Для сокращения записи введем обозначения: $A = (x \in A)$, $B = (x \in B)$, $C = (x \in C)$.
2. Запишем функцию в виде: $F(x) = (\bar{A} \rightarrow B)(\bar{C} \rightarrow A) = (A + B)(C + A)$.
3. Упростим по распределительному закону логики: $F(x) = A + B * C$.
4. Это значит, что функция истинна на всем отрезке A (там 21 целое число) и на общей части отрезков B и C , где должно быть не менее $31 - 21 = 10$ целых чисел.
5. Изобразим отрезки на числовой оси (рисунок 47):

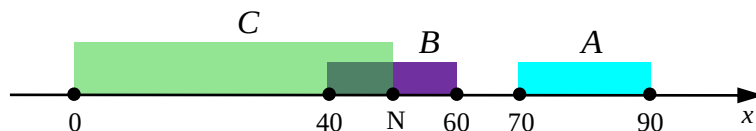


Рисунок 47. Числовая ось с выделенными отрезками

6. По рисунку 47 видно, что
 - а. При $N < 40$ отрезки B и C не имеют общей части;
 - б. При $N \in [40; 60]$ общая части отрезков B и C – это отрезок $[40; N]$, на нем расположены $N - 40 + 1$ целых чисел;
 - в. При $N > 60$ общая части отрезков B и C совпадает с отрезком B , ему принадлежит 21 целое число.
7. Таким образом, функция $F(x)$ может быть истинной не более чем для 42 целых чисел.
8. Если требуется обеспечить ее истинность для 31 целого числа, нужно выбрать N из условия $N - 40 + 1 = 10$, откуда $N = 49$.
9. **Ответ: 49.**

Задача №5. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [37; 60]$ и $Q = [40; 77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что формула $(x \in P) \rightarrow ((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x [9].

Решение:

1. Для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами A : $x \in A$, P : $x \in P$, Q : $x \in Q$.

2. Перейдем к более простым обозначениям $P \rightarrow (Q * \bar{A} \rightarrow \bar{P})$.

3. Раскрываем обе импликации по формуле $A \rightarrow B = \bar{A} + B$: $P \rightarrow (\bar{Q} * \bar{A} + \bar{P}) = \bar{P} + \bar{Q} * \bar{A} + \bar{P} = \bar{Q} * \bar{A} + \bar{P}$.

4. Используем закон де Моргана $\overline{A * B} = \bar{A} + \bar{B}$: $\bar{Q} + A + \bar{P}$.

5. Видно, что отрезок A должен перекрыть область на числовой оси, которая не входит в область $\bar{Q} + \bar{P}$ (рисунок 48):

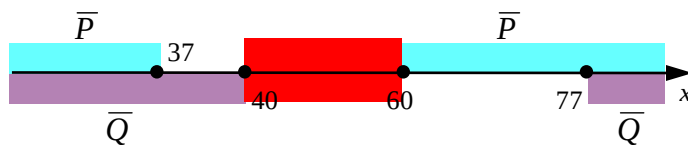


Рисунок 48. Выделение отрезка, который не входит в область $\bar{Q} + \bar{P}$

6. По рисунку 48 видно, что не перекрыт только отрезок $[40; 60]$ (он выделен красным цветом), его длина – 20, это и будет правильный ответ.

7. **Ответ: 20.**

Задача №6. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10; 39]$ и $Q = [23; 58]$. Выберите из предложенных вариантов такой отрезок A , что логическое выражение $((x \in P) \wedge (x \in A)) \rightarrow ((x \in Q) \wedge (x \in A))$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x [4]:

- 1) $[5; 20]$; 2) $[15; 35]$; 3) $[25; 45]$; 4) $[5; 65]$.

Решение:

1. Для того, чтобы упростить понимание выражения, обозначим отдельные высказывания буквами A : $x \in A$, P : $x \in P$, Q : $x \in Q$.

2. Перейдем к более простым обозначениям $P * A \rightarrow Q * A$.

3. Раскроем импликацию через операции НЕ (инверсия) и ИЛИ (дизъюнкция) $A \rightarrow B = \bar{A} + B$: $P * A \rightarrow Q * A = \overline{P * A} + Q * A$.

4. Раскроем инверсию первого слагаемого по закону де Моргана $\overline{A * B} = \bar{A} + \bar{B}$: $\overline{P * A} + Q * A = \bar{P} + \bar{A} + Q * A$.

5. Применим закон поглощения к последним двум слагаемым $A + \bar{A} * B = (A + \bar{A}) * (A + B) = A + B$: $\bar{P} + \bar{A} + Q * A = \bar{P} + A + Q$.

6. Для того, чтобы выражение было истинно при всех x , необходимо, чтобы $\bar{A}$ было истинно там, где ложно $\bar{P} + Q$, то есть там, где истинно $\overline{\bar{P} + Q} = P * Q$ (красная область на рисунке) (рисунок 49).

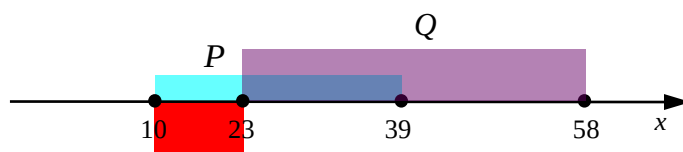


Рисунок 49. Область $\overline{\bar{P} + Q} = P * Q$

7. Таким образом, A должно быть ложно на отрезке $[10, 23]$, такой отрезок в предложенном наборе один – это отрезок $[25, 45]$.

8. Ответ: 3.

Задача №7. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула $\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, 21) \wedge \neg \text{ДЕЛ}(x, 35))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)? [7, 9].

Решение:

1. Введем обозначения:

$A = \text{ДЕЛ}(x, A)$, $D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21)$, $D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35)$ и $D_N = \text{ДЕЛ}(x, N)$.

2. Введем обозначения множеств:

N – множество натуральных чисел;

$A - N$, для которых выполняется условие A ;

$D_{21} - N$, для которых выполняется условие D_{21} ;

$D_{35} - N$, для которых выполняется условие D_{35} .

3. Запишем формулу из условия задачи в введенных выше обозначениях: $\bar{A} \rightarrow (\overline{D_{21}} * \overline{D_{35}}) = 1$

4. Раскроем импликацию по правилу: $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$\bar{A} \rightarrow (\overline{D_{21}} * \overline{D_{35}}) = A + \overline{D_{21}} * \overline{D_{35}}$$

5. Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы $A = 1$, когда $\overline{D_{21}} * \overline{D_{35}} = 0$. Тогда множество A определяется так:

$$A_{\min} = \overline{\overline{D_{21}} * \overline{D_{35}}} = D_{21} + D_{35}$$

6. Множество $A_{\min}$, соответствующее выражению, с помощью функции ДЕЛ получить невозможно.

7. Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера (рисунок 50).

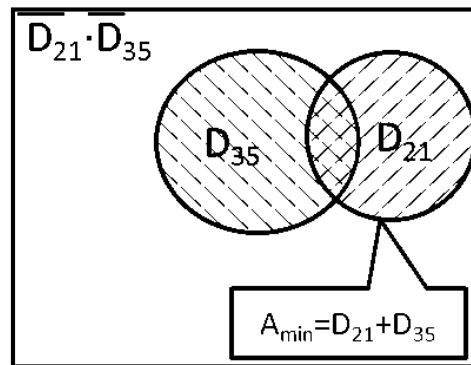


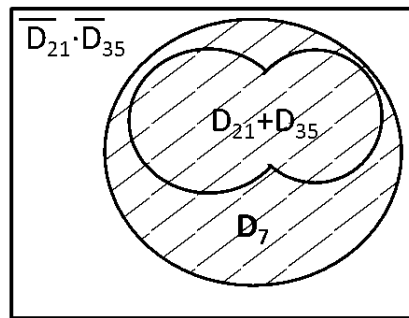
Рисунок 50. Круги Эйлера

Описание: в множество A должны входить все числа, попавшие в объединение $D_{21} + D_{35}$. Нужно найти множество, в которое входят оба эти множества. Для этого рассмотрим делители чисел 21 и 35.

8. Число 35 делится на 5 и 7, поэтому: $D_{35} = D_5 * D_7$, 21 делится на 3 и 7, поэтому: $D_{21} = D_3 * D_7$.

9. Перепишем и упростим формулу для A : $A_{\min} = D_{21} + D_{35} = D_3 * D_7 + D_5 * D_7 = D_7 * (D_3 + D_5)$.

10. Таким образом, каждое из множеств D_{35} и D_{21} входит в множество D_7 . Объединение $D_{35} + D_{21}$ тоже входит в D_7 . Поскольку 7 – наибольший общий делитель чисел 21 и 35, то найдено максимальное значение соответствующее условию задачи (рисунок 51).

Рисунок 51. Объединение множеств $D_{35} + D_{21}$ **11. Ответ: 7.**

Задача №8. Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула $\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)? [4].

Решение:

1. Введем обозначения $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$, $D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21)$, $D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35)$.

2. Введем обозначения множеств:

N – множество натуральных чисел;

$A - N$, для которых выполняется условие A ;

$D_{21} - N$, для которых выполняется условие D_{21} ;

$D_{35} - N$, для которых выполняется условие D_{35} .

3. Запишем формулу из условия в этих обозначениях $A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = 1$.

4. Раскроем импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$A \rightarrow (D_{21} * D_{35}) = \bar{A} + D_{21} * D_{35}.$$

5. Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы $\bar{A} = 1$ (т.е. $A=0$), когда $D_{21} + D_{35} = 0$. Тогда наибольшее множество A определяется как $A_{\max} = D_{21} + D_{35}$.

6. Множество $A_{\max}$, точно соответствующее выражению, с помощью функции ДЕЛ получить невозможно.

7. Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера (рисунок 52).

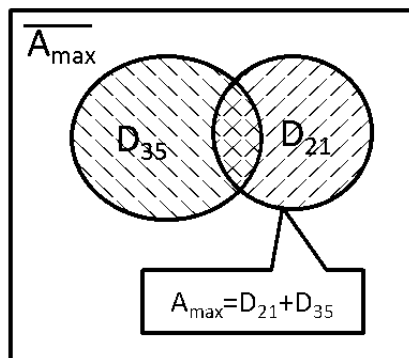


Рисунок 52. Круги Эйлера

Описание: чтобы в множество $\overline{A}$ входили все числа, не попавшие в объединение $D_{21} + D_{35}$, достаточно, чтобы множество A находилось внутри этого объединения, например, совпадая с одним из множеств D_{35} или D_{21} , или располагаясь внутри любого из них, что возможно, если использовать делители, кратные 21 или 35.

8. В задании требуется найти наименьшее значение, этому условию соответствует 21.

9. Ответ: 21

Задача №9. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наибольшего натурального числа A формула

$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$ тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)? [9].

Решение:

1. Введем обозначения

$$A = \text{ДЕЛ}(x, A), P = \text{ДЕЛ}(x, 6) \text{ и } Q = \text{ДЕЛ}(x, 4)$$

2. Введем обозначения множеств:

N – множество натуральных чисел;

$A - N$, для которых выполняется условие A ;

$P - N$, для которых выполняется условие P ;

$Q - N$, для которых выполняется условие Q .

3. Истинным для всех X должно быть выражение $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q})$.

4. Упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$: $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}) = A + (P \rightarrow \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q}$.

5. Из этой формулы видно, что множество A должно перекрыть множество, которое не перекрыто множеством $\bar{P} + \bar{Q}$, то есть перекрыть множество $\overline{\bar{P} + \bar{Q}} = P * Q$.

6. Множество $P * Q$ – это множество всех чисел, которые делятся одновременно на 4 и 6 (все числа, кратные 4 и 6), то есть, 12, 24, 36 и т.д. (заметим, что 12 – это наименьшее общее кратное чисел 4 и 6)

7. Для того, чтобы перекрыть эти числа, можно выбрать в качестве A любой делитель числа 12, то есть, 1, 2, 3, 4, 6 или 12; наибольшее из этих чисел – 12.

8. **Ответ: 12.**

Задачи для закрепления:

1. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Так, например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)? [7, 9].

2. Обозначим через $m \& n$ поразрядную конъюнкцию неотрицательных целых чисел m и n .

Например, $14 \& 5 = 1110_2 \& 0101_2 = 0100_2 = 4$.

Для какого наименьшего неотрицательного целого числа A формула

$$x \& 49 \neq 0 \rightarrow (x \& 41 = 0 \rightarrow x \& A \neq 0)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом неотрицательном целом значении переменной x)? [10].

3. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 15]$, $Q = [10, 20]$ и $R = [5, 15]$.

Какова наименьшая возможная длина интервала A , что формулы

$$(x \in A) \rightarrow (x \in P) \text{ и } (x \in Q) \rightarrow (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек) [9].

4. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x [10].

5. Элементами множеств A , P , Q являются натуральные числа, причем

$$P = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21\}, Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}.$$

Известно, что выражение $((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A [7, 9].

6. Элементами множеств A , P , Q являются натуральные числа, причем $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$.

Известно, что выражение

$$((x \in P) \rightarrow (x \in A)) \vee (\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in Q))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A [9].

7. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ? [10].

8. Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(3x + 4y \neq 70) \vee (A > x) \vee (A > y)$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных x и y ? [10].

Рекомендации по выполнению и типичные ошибки задания № 15

Рекомендация по выполнению задания № 15: необходимо повторить свойства импликации и, если эта операция содержится в выражении, избавиться от нее, заменив на операцию отрицания и дизъюнкции [4, 5, 8].

Типичные ошибки:

- важно понимать, что выражение должно быть тождественно истинно, то есть истинно при любых допустимых значениях переменных x и y , а не только при некоторых наборах значений;
- часто путают порядок операций (скобки, «НЕ», «И», «ИЛИ», «импликация»);
- нужно помнить таблицу истинности операции «импликация», которую очень любят составители тестов;
- важно знать законы логики (например, формулы де Моргана);
- при использовании формул де Моргана нужно не забыть заменить «И» на «ИЛИ» и наоборот.

Также необходимо применять знания и умения для аналитического решения по дисциплине

«Информатика»

- таблицы истинности логических операций;
- решение задач при помощи диаграмм Эйлера-Венна;
- применение формул преобразования логических выражений;
- перевод чисел в системах счисления.

«Математика»

- применение признаков делимости;
- решение линейных, квадратных уравнений и неравенств;
- построение и анализ графиков функций.

Необходимые знания и умения для решения методом программирования по дисциплине

«Информатика»

- условные операторы;
- поиск минимума и максимума;
- регулярный цикл с параметром;
- вложенный цикл.

«Математика»

- умение анализировать и оценивать необходимость и достаточность условий для поиска и величину интервала поиска.

Задания для самостоятельного решения

1. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $\neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \rightarrow (x \in A))$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A .
2. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $\neg(x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \rightarrow (x \in A))$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .
3. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $((x \in \{3, 5, 7, 11, 12, 15\}) \rightarrow (x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in A)$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A .
4. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 12\}) \rightarrow (x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in A)$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .
5. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $(x \in \{2, 4, 8, 12, 15\}) \rightarrow ((x \in \{3, 6, 8, 15\}) \vee (x \in A))$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества A .
6. Элементами множества A являются натуральные числа. Известно, что выражение $((x \in \{3, 5, 7, 11, 12\}) \rightarrow \neg(x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in A)$ истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .
7. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 10]$ и $Q = [15, 18]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x :

- 1) $[3, 11]$ 2) $[6, 10]$ 3) $[8, 16]$ 4) $[17, 23]$

8. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25, 30]$ и $Q = [15, 20]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x :

- 1) $[10, 15]$ 2) $[12, 30]$ 3) $[20, 25]$ 4) $[26, 28]$

9. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [2, 20]$ и $Q = [15, 30]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x :

- 1) $[0, 15]$ 2) $[3, 20]$ 3) $[10, 25]$ 4) $[25, 40]$

10. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 25]$ и $Q = [0, 12]$. Выберите такой отрезок A , что формула $((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x :

- 1) $[10, 15]$ 2) $[20, 35]$ 3) $[5, 20]$ 4) $[12, 40]$

Заключение

Вся жизнь человека – это непрерывное решение больших и маленьких логических проблем. Каждый день, сами того не замечая, люди решают разного рода логические задачи. Логические задачи развивают умение анализировать и обобщать данные, искать возможные пути решения, формировать стратегию, проверять данные на достоверность. Поэтому были созданы математические логические задачи, которые не теряют популярности и, скорее всего, будут популярны и в будущем. Логические задачи, как и все математические знания сейчас очень популярны и они должны входить в с ранних лет. Тема «Логика. Логические основы компьютера» – один из разделов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Информатика и ИКТ» на профильном уровне. Изучение логики развивает ясность и четкость мышления; способность предельно уточнять предмет мысли; внимательность, аккуратность, обстоятельность, убедительность в суждениях; умение абстрагироваться от конкретного содержания и сосредоточиться на структуре своей мысли. Важная роль задач в изучении этого раздела состоит в том, что ученики должны понимать то, что логика в силу своей предельной общности и абстрактности имеет отношение буквально ко всем конкретным отраслям науки и техники.

При подготовке к экзамену по информатике и ИКТ могут быть полезны ресурсы специализированного раздела сайта ФГБНУ ФИПИ (<http://fipi.ru/materials>): 1) официальный информационный портал государственной итоговой аттестации по программам среднего общего образования (<https://obrnadzor.gov.ru/gia/gia-11/>); 2) открытый банк заданий ЕГЭ; 3) кодификатор элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций для проведения единого государственного экзамена; демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2024 г.; спецификация контрольных измерительных материалов для проведения ЕГЭ в 2024 году; 4) методические рекомендации прошлых лет.

Список литературы

1. Гурская К.А., Ивин В.В., Семенов С.М. Решение задач математической логики в ЕГЭ по информатике. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.vvsu.ru/files/D892E7DB-4A11-43CC-B39E-84330C6046E6?ysclid=lpq8z3etdx878359053>.
2. Демоверсия, спецификация, кодификатор ЕГЭ 2023 по информатике и ИКТ. [Электронный ресурс]. – URL: <https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory>.
3. Методические рекомендации для учителей по преподаванию учебных предметов в образовательных организациях с высокой долей обучающихся с рисками учебной неуспешности. Информатика и ИКТ/ С.С. Крылов. – Москва: ФГБНУ ФИПИ, 2020 – 27 с.
4. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года [Электронный ресурс]. – URL: <https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-5>.
5. Методические рекомендации обучающимся по организации индивидуальной подготовки к ЕГЭ 2020 года ИНФОРМАТИКА и ИКТ. Автор-составитель: С.С. Крылов [Электронный ресурс] – Режим доступа: ссылка.
6. Методическое письмо «Об использовании результатов единого государственного экзамена 2007 года в преподавании информатики в средней школе» [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://zinref.ru/000_uchebniki/04600_raznie_3/783_lekcii_raznie_12/176.htm.
7. Поляков К.Ю. Множества и логика в задачах ЕГЭ // Информатика. – № 10, 2015, с. 38-42. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.kpolyakov.spb.ru/download/inf-2015-10.pdf>.
8. Ройтберг М.А. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания информатики и ИКТ (на основе анализа типичных затруднений выпускников при выполнении заданий ЕГЭ). Москва,

2013. – 9 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://nashol.me/2013122275032/metodicheskie-rekomendacii-po-nekotorim-aspektam-sovershenstvovaniya-prepodavaniya-informatike-i-ikt-roitberg-m-a-2013.html>.

9. Сайт ЕГЭ по информатике 2023, Полякова К. Ю. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>.

10. Сайт Еремина Е. А., Полякова К. Ю. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://lbz.ru/metodist/authors/informatika/7/>.

11. Сайт решу ЕГЭ. Обучающая система Дмитрия Гущина. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://inf-ege.sdangia.ru>.

12. Сайт-портфолио Уварова А.А. Тема: «Основы логики. Логические операции и таблицы истинности» [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.sites.google.com/site/uvarovaap/family-map/11-klass/osnovy-logiki-logiceskie-operacii-i-tablicy-istinnosti>.

**Сырицына Валентина Николаевна
Кадеева Оксана Евгеньевна
Кривоносова Светлана Викторовна**

Решение логических задач ЕГЭ по информатике

Учебно-методическое пособие издано в авторской редакции

Сетевое издание

Ответственный за выпуск – Алимова Н.К.

Учебное издание

Системные требования:

операционная система Windows XP или новее, macOS 10.12 или новее, Linux.
Программное обеспечение для чтения файлов PDF.

Объем данных 7 Мб

Принято к публикации «04» декабря 2023 года

Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/52MNNPU23.pdf> свободный. – Загл. с экрана. –
Яз. рус., англ.

ООО «Издательство «Мир науки»

«Publishing company «World of science», LLC

Адрес:

Юридический адрес — 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

Почтовый адрес — 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

<https://izd-mn.com/>

**ДАННОЕ ИЗДАНИЕ ПРЕДНАЗНАЧЕНО ИСКЛЮЧИТЕЛЬНО ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ НА
ЭЛЕКТРОННЫХ НОСИТЕЛЯХ**