

Г.М. Довгоброд В.В. Ханычев К.А. Дворников

Инженерные решения для нетрадиционных авторулевых

Монография



Москва 2025

УДК 629.05
ББК 39.471
Д 58

Рецензенты:

Клячко Л.М. – д.т.н., профессор, Лауреат премии Правительства Российской Федерации в области науки и техники, Заслуженный машиностроитель Российской Федерации;

Бычков Е.Г. – к.т.н., начальник отдела холодильного оборудования и систем жизнеобеспечения АО «ЦНИИ «Курс».

Довгоброд, Георгий Моисеевич

Ханычев, Виталий Викторович

Дворников, Кирилл Александрович

Д 58 Инженерные решения для нетрадиционных авторулевых. Монография – М.: Мир науки, 2025. – Сетевое издание. Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/37MNNPM25.pdf> – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-908044-82-0

DOI: 10.15862/37MNNPM25

В работе представлен новый подход к построению авторулевых для надводных судов. Авторулевой управляет движением судна по физически реализуемым криволинейным и прямолинейным траекториям с учетом нелинейной модели движения судна. Этот подход обеспечивает повышенную точность движения по заданным траекториям и управление запасом по сигналу управления для парирования возмущающих воздействий. Исследование может быть интересно разработчикам систем автоматического управления движением судов, подводных и безэкипажных аппаратов в различных средах, студентам старших курсов технических вузов.

ISBN 978-5-908044-82-0

© Довгоброд Георгий Моисеевич
© Ханычев Виталий Викторович
© Дворников Кирилл Александрович
© ООО Издательство «Мир науки», 2025

Оглавление

Список сокращений	6
Предисловие.....	7
1. Принципиально новый класс авторулевых для надводных судов	10
1.1. Принципы построения современных авторулевых	10
1.2. Преимущества физически реализуемых исполнительных траекторий	10
1.3. Достижения теории нелинейных систем управления за последние 20 лет.....	11
1.4. Принципы функционирования нового класса авторулевых для надводных судов	12
1.5. Проверка реализуемости принципов функционирования нового класса авторулевых	13
1.6. Основные преимущества	17
2. Архитектура иерархической системы управления движением судна	18
3. Применение полиномиальных кривых в неявном представлении в качестве исполнительных траекторий	23
3.1. Путевые примитивы и соответствующие законы управления движением	23
3.1.1. Постановка задачи	26
3.1.2. Путевые примитивы.....	30
Прямой элементарный отрезок.....	31
3.1.3. Закон управления для прямого отрезка	35
3.1.4. Закон управления для симметричной полиномиальной дуги	36
3.1.5. Упрощенный пример построения законов управления	37
3.2. Макрокоманды судовождения	39
3.2.1. Прямой курс.....	39
3.2.2. Смещение	40
3.2.3. Обратная траектория	42
3.2.4. Новая прямая	43
3.2.5. Переход в заданную точку	45
3.2.6. Автоматизированное удерживание судна в круговой окрестности заданной точки	45
3.2.7. Возврат на i -й элементарный отрезок исполнительной траектории миссии	47
3.3. О формировании исполнительной траектории миссии безэкипажного надводного аппарата	47

4. Применение параметрических полиномиальных кривых в качестве исполнительных траекторий	57
4.1. Построение законов управления скоростью перемещения изображающей точки и направлением вектора скорости объекта, обеспечивающих движение объекта по криволинейной траектории.....	57
4.2. Разработка адаптивного алгоритма управления движением судна по криволинейной траектории с помощью бэкстеппинга.....	64
4.3. Использование параметрических полиномиальных кривых пятой степени для построения траекторий перемещения аппаратов	77
4.3.1. Постановка задачи	78
4.3.2. Решение задачи	78
4.3.3. Примеры.....	81
4.4. Формирование в реальном времени гладкой траектории для перехода на новый курс при ограничении на сигнал управления	85
5. Способ предотвращения насыщения в элементах контура автоматического управления	101
5.1. Усовершенствованный алгоритм управления A1	102
5.1.1. Результат моделирования.....	103
5.2. Анализ устойчивости алгоритма A1	110
5.3. Усовершенствованный алгоритм A2.....	116
6. Автоматизированная идентификация параметров полиномиальной модели Норрбина	120
7. Методика настройки коэффициентов закона управления авторулевого численными методами	122
7.1. Оптимизация коэффициентов обратной связи закона управления на эталонном входном сигнале	123
7.1.1. Построение целевой функции.....	124
7.1.2. Выбор параметров целевой функции, обеспечивающих удовлетворительное качество управления	126
7.1.3. Поиск области существования решений задачи минимизации целевой функции	129
7.1.4. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления	132
7.2. Ограничение нагрузки на привод руля при действии возмущающих воздействий внешней среды.....	134
7.2.1. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления при действии возмущений	135
8. Расхождение с опасным объектом	139

Приложение 1 Определения основных понятий и блоки исходных данных, используемые при выполнении макрокоманд.....	145
Приложение 2 Вывод законов управления движением для путевых примитивов раздела 3.1.....	149
Приложение 3 Перечень задач судовождения, которые решает опытный экземпляр авторулевого	157
Приложение 4 Полезные матричные соотношения и транспортная теорема	161
Приложение 5 О соотношении чисел обусловленности полиномов в мономиальном базисе и в базисе Бернштейна	165
Список литературы	166

Список сокращений

АО	– акционерное общество
БНА	– безэкипажный надводный аппарат
БНТС	– безэкипажное надводное транспортное средство
БСУ	– бортовая система управления
ВПУ	– выносной пульт управления
ГСК	– географическая система координат
ГСНС	– глобальная спутниковая навигационная система
ЗУ	– закон управления
ИСМ	– исполнительный сценарий миссии
ИТ	– исполнительная траектория
КВР	– код вариантов расхождения
КЗУ	– коэффициент обратной связи закона управления
ЛК	– линейно-квадратичная теория
МСК	– местная система координат
МЭК	– Международная электротехническая комиссия
НО	– навигационное ограничение
ОЭПО	– оптимальный элементарный полиномиальный отрезок
ПИД	– пропорционально-интегрально-дифференциальный
ПК	– персональный компьютер
ПЛК	– программируемый логический контроллер
ПО	– программное обеспечение
ПР	– подвижный робот
ПУД	– пульт управления движением
ПЭО	– прямой элементарный отрезок
САУД	– система автоматического управления движением
СОБ	– система обеспечения безопасности
ФСМ	– формальный сценарий миссии
ЦНИИ	– Центральный научно-исследовательский институт
ЦФ	– целевая функция
ЭО	– элементарный отрезок
ARM	– Advanced RISC Machine – усовершенствованная RISC-машина
СН	– шаблон «циновка»
LM	– шаблон «газонокосилка»
RI	– шаблон «ромашка»
SB	– шаблон «скользящий параллелограмм»

Предисловие

В настоящее время задача автоматизированного управления движением судов и безэкипажных аппаратов, выполняющих функции транспортировки, обследования или спасения, может быть решена на новом уровне развития микропроцессорной техники и теории управления движением. Представленный в работе подход позволяет повысить точность движения судна по заданной траектории, сократить проходимый путь. Формирование исполнительной траектории в реальном масштабе времени и немедленное выполнение маневра повышают безопасность судоходства. Криволинейные исполнительные траектории могут учитывать состояние окружающей среды и оставлять запас сигнала управления для парирования внешних возмущающих воздействий. Нет необходимости в упреждающей перекладке руля при переходе с прямой траектории на дуговую. Возможность формирования исполнительной траектории законченной миссии и осуществления автоматического или автоматизированного движения по ней снижает влияние человеческого фактора на результат.

Авторулевые, постоянные на основе метода линеаризации обратной связью и использующие в качестве исполнительных траекторий полиномиальные кривые в неявном представлении, выполняют управление движением на плоскости.

Авторулевые, постоянные на основе бэкстеппинга (backstepping) и использующие в качестве исполнительных траекторий полиномиальные кривые с векторными коэффициентами, выполняют управление движением на плоскости, но могут быть применены для управления движением аппарата и в трехмерном пространстве.

Работа выполнена на основе отредактированного материала статей, опубликованных в период с 2009 по 2025 г., и новых результатов.

Единого списка обозначений нет. Обозначения действительны в пределах одного раздела верхнего уровня. Фрагменты текста, набранные шрифтом Arial, взяты из исходных текстов прикладного программного обеспечения.

Коротко о содержании глав. В первой главе представлен в общем виде подход к построению автоматизированной системы управления движением надводного аппарата на основе гладких технически реализуемых исполнительных траекторий, обеспечивающих повышенную точность движения по сравнению с общепринятыми линейно-дуговыми заданными траекториями.

Во второй главе на примере реальной системы управления движением катера показано, что использование на разных уровнях иерархии системы управления отдельных вычислительных устройств обеспечивает снижение

сложности программного обеспечения и удобство модернизации на современном уровне развития техники при рассмотренном объеме задач.

В третьей главе описано применение полиномиальных кривых в неявном представлении в качестве исполнительных траекторий макрокоманд судовождения и построение на основе макрокоманд исполнительного сценария миссии безэкипажного надводного аппарата для обследования участков акватории.

В четвертой главе представлены:

- разработка адаптивного алгоритма управления движением судна по криволинейной траектории с помощью бэкстеппинга;
- обоснование применения полиномов в базисе Бернштейна для представления исполнительных траекторий;
- формирование в реальном времени гладкой траектории для перехода на новый курс при ограничении на сигнал управления.

В пятой главе изложен способ предотвращения явления насыщения в элементах контура автоматического управления движением за счет переключения между законами управления. Отмечено, что переключения между законами управления превращают модель системы управления в гибридную систему, устойчивость такой системы доказана.

В шестой главе изложена методика автоматизированной идентификации параметров полиномиальной модели Норрбина. Модель Норрбина широко используется при построении законов управления движением в данной работе.

В седьмой главе описана методика настройки коэффициентов закона управления авторулевого численными методами для случаев спокойного состояния окружающей среды и при действии возмущений.

В восьмой главе рассмотрен алгоритм расхождения с опасной целью на основе оценки четырех возможных вариантов с оперативным построением соответствующих исполнительных траекторий.

Для снижения числа обращений к внешним источникам информации в тексте по мере необходимости приведены конспективные сведения по следующим темам:

- методу функций Ляпунова;
- методу бэкстеппинга для построения законов управления;
- матричным соотношениям, которые используются при построении законов управления;
- транспортной теореме (теорема сложения скоростей);
- основным положениям методики синтеза алгоритма согласованного управления.

Выражаю искреннюю благодарность за многолетнее плодотворное сотрудничество коллегам: Д. С. Бахтину, С. Ю. Брюховецкому, Л. М. Клячко, Д. А. Коновалову, А. Е. Пелевину, А. В. Рогожникову.

Необходимо отметить особую роль д. т. н., профессора Л. М. Клячко в организации работ по теме «Управление движением».

Авторы
21.05.2025

1. Принципиально новый класс авторулевых для надводных судов

В настоящем разделе в общем виде описывается новый подход к построению авторулевых для надводных судов, разработанный в АО «ЦНИИ „Курс“». Детали нового подхода будут изложены в следующих разделах.

1.1. Принципы построения современных авторулевых

Авторулевой – это контроллер (устройство управления), который является элементом системы автоматизированного управления движением судна. Авторулевой функционирует, только если состояние окружающей среды соответствует заданному режиму работы авторулевого. Как правило, авторулевой используется при волнении моря от нуля до трех баллов (три балла – легкое волнение, высота волны 0,5–1,25 м).

Ранние авторулевые не могли делать ничего другого, кроме как поддерживать постоянный курс. Современные авторулевые могут дополнительно выполнять поворот с заданной угловой скоростью или с заданным радиусом, ведение по маршруту, заданному путевыми точками, после преодоления экстренной ситуации в ручном режиме могут выполнять автоматическое возвращение на заданный курс (функция Reset в авторулевом NAVpilot-500/511).

В современных авторулевых при автоматическом ведении по маршруту задающим сигналом является исполнительная траектория, состоящая из отрезков прямых и дуг окружностей, сопрягающих соседние прямые отрезки. Назовем такую исполнительную траекторию линейно-дуговой. Элементарные отрезки, составляющие исполнительную траекторию, будем называть путевыми примитивами. Использование линейно-дуговой исполнительной траектории в современных авторулевых обусловлено тем, что они построены на основе теории линейных систем управления и их законы управления обеспечивают или стабилизацию курса, или стабилизацию угловой скорости поворота судна. Применение линейно-дуговой исполнительной траектории имеет несколько недостатков: а) необходимо рассчитывать по приближенной формуле упреждающую точку начала перекладки руля; б) происходит обратное смещение судна при переходе с прямой на дугу окружности.

1.2. Преимущества физически реализуемых исполнительных траекторий

В настоящее время повышаются требования к точности движения судов по исполнительным траекториям в связи с повышением интенсивности движения на открытых водных путях и в узкостях, развитием судоходства в полярных

областях. При этом для сохранения на приемлемом уровне безопасности движения необходимо ограничивать участие человека в управлении движением судна за счет увеличения количества операций, выполняемых автоматически.

Линейно-дуговая исполнительная траектория имеет разрывы кривизны в точках соединения дуг и прямых отрезков, что делает такую траекторию физически не реализуемой, а обеспечение движения судна по ней без бокового смещения – в принципе невозможным. Для исследования доступной точности перемещения тела по заданной траектории используют понятие геометрической гладкости. Физически реализуемая исполнительная траектория должна иметь геометрическую гладкость порядка 3 (обозначается G^3) (см. раздел 4.4, работы [6, 53]), т. е. траектория должна иметь в каждой точке касательный вектор, непрерывные кривизну и производную кривизны по длине кривой. Линейно-дуговая исполнительная траектория имеет гладкость G^1 . Учитывая, что постоянная времени судна значительно больше постоянной времени привода руля, с практической точки зрения для исполнительных траекторий достаточно применять кривые с гладкостью G^2 , т. е. с непрерывной кривизной [6].

В [6] предлагается исполнительные траектории составлять из отрезков прямых и η^2s -сплайнов (симметричных отрезков кривых, задаваемых полиномами). Такие исполнительные траектории будем называть линейно-сплайновыми. Для точного управления движением по линейно-сплайновой траектории закон управления должен строиться с учетом математического описания путевых примитивов, поэтому он становится нелинейным. Дополнительно повысить точность движения судна по исполнительной траектории может использование более точных нелинейных моделей движения судна. Например, моделей, учитывающих s -образность диаграммы управляемости судна.

Следовательно, применение теории нелинейных систем управления при конструировании авторулевых становится необходимым для повышения точности движения судна по исполнительной траектории. В прошлом веке применение методов теории нелинейных систем управления было ограничено из-за слабого развития теории этих систем и необходимости выполнения значительного объема вычислений.

1.3. Достижения теории нелинейных систем управления за последние 20 лет

В последнее десятилетие XX в. появились новые математические методы для анализа и синтеза нелинейных систем управления. Была разработана всеобъемлющая геометрическая теория управления нелинейными системами [20]. Параллельно были разработаны методы синтеза стационарных

и адаптивных законов управления на основе функций Ляпунова [47]. В рамках этих двух направлений появились два новых метода синтеза законов управления для нелинейных систем: линеаризация с помощью обратной связи (transverse feedback linearization) или метод согласованного управления [25] и метод бэкстеппинга (backstepping) [47]. Оба метода позволяют построить нелинейные законы управления, которые теоретически могут обеспечить абсолютно точное движение судна по исполнительной траектории при условии согласования формы исполнительной траектории с математической моделью движения судна.

Параллельно с указанными аналитическими достижениями произошел грандиозный рост вычислительной мощности, доступной в области моделирования и визуализации нелинейных систем, а также для реализации в реальном времени изоциклов нелинейных законов управления. Этот технологический рост поддержал развитие теории нелинейных систем. В настоящее время за счет использования достижений теории и возможностей современных компьютеров открывается путь для широкого применения возможностей теории нелинейных систем в практике управления движением судна.

С начала текущего века выполняются разработки судовых систем автоматического и автоматизированного управления движением, использующих положения теорий линейных и нелинейных систем. Были разработаны теоретические положения, позволяющие разрабатывать законы управления движением судна по линейно-сплайновым исполнительным траекториям с учетом нелинейной модели движения судна [6]. Теоретические положения были реализованы в действующем макете системы управления движением безэкипажного надводного транспортного средства. Стендовые испытания подтвердили теоретические положения.

1.4. Принципы функционирования нового класса авторулевых для надводных судов

Использование физически реализуемых исполнительных траекторий и нелинейных моделей движения объектов управления позволяют реализовать следующие принципы функционирования нового класса авторулевых для надводных судов:

1. Точное движение по физически реализуемой исполнительной траектории без необходимости расчета упреждающей точки начала перекладки руля с одного элементарного отрезка на следующий.

2. Формирование физически реализуемой исполнительной траектории, обеспечивающей при точном движении по ней запас по величине сигнала управления для парирования возмущающих воздействий.

3. Использование оперативных макрокоманд маневрирования, составленных из нескольких элементарных, которые формируются в реальном масштабе времени и немедленно выполняются.

4. Возможность учитывать особенности и водоизмещающих судов, и судов с динамическими принципами поддержания, используя нелинейные модели движения объекта в законе управления.

Макрокоманда маневрирования выполняет автоматическое управление движением судна по исполнительной траектории, решающей задачу данной макрокоманды. Примеры макрокоманд маневрирования:

- изменение курса на заданный угол в диапазоне от -180° до $+180^\circ$,
- переход на параллельный курс,
- возврат на заданную прямую траекторию,
- переход на новую прямую траекторию, расположенную произвольно,
- обход стационарного препятствия.

Подробнее проиллюстрируем реализуемость принципов функционирования, закладываемых в новый класс авторулевых, результатами математического моделирования (все заданные исполнительные траектории являются линейно-сплайновыми).

1.5. Проверка реализуемости принципов функционирования нового класса авторулевых

Реализуемость принципа функционирования 1 иллюстрируется моделированием работы системы автоматического управления движением (САУД) судна при обследовании района акватории параллельными галсами (рисунок 1.1). Модель движения судна учитывает s -образность диаграммы управляемости:

$$d\omega/dt = b\delta + \theta_1\omega + \theta_2|\omega|\omega, \quad (1.1)$$

где ω – угловая скорость;

t – время;

δ – сигнал управления;

b , θ_1 и θ_2 – коэффициенты модели движения.

По результатам моделирования, среднеквадратическое отклонение траектории судна от исполнительной равно 0,395 м.

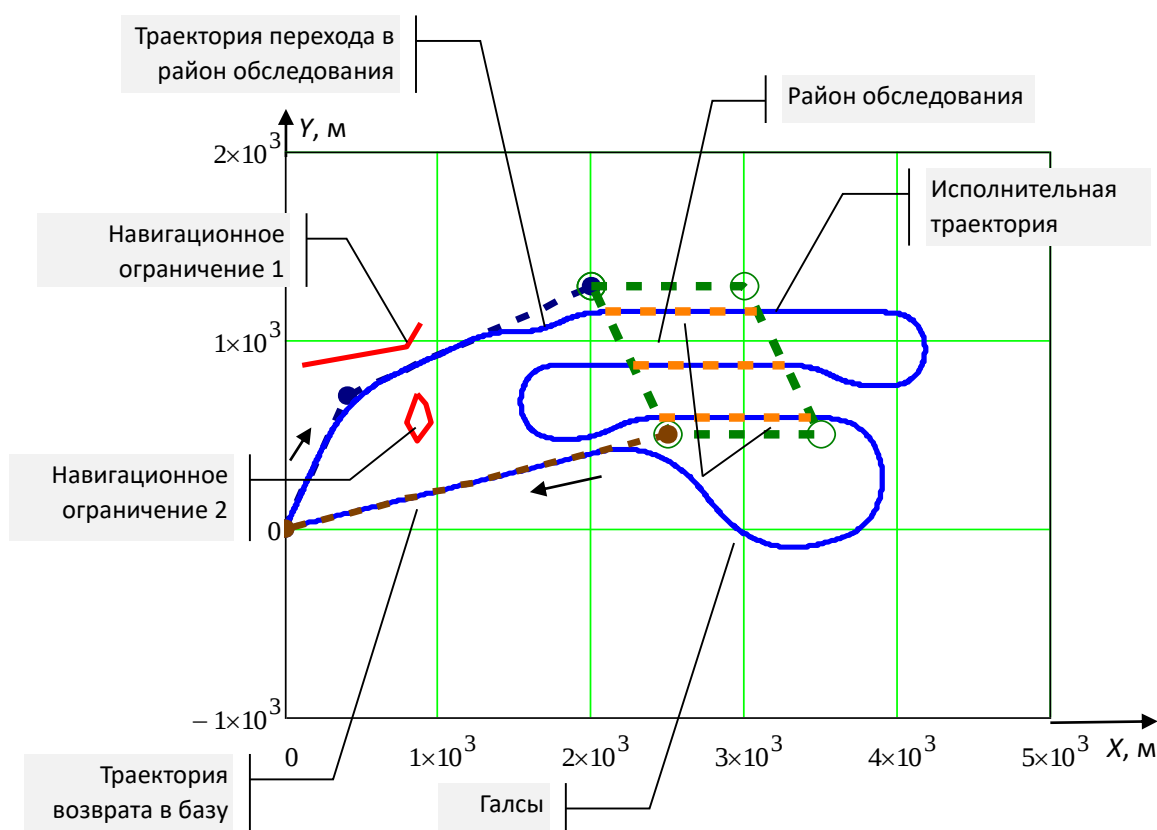


Рисунок 1.1 – Траектория движения судна, полученная в результате моделирования, практически совпадает с линейно-сплайновой исполнительной траекторией

Реализуемость принципов функционирования 2 и 3 иллюстрируется моделированием работы САУД судна при выполнении макрокоманды перехода на обратный курс. Макрокоманда выполняет изменение курса на 180° и возврат на исходную прямую траекторию. На рисунке 1.2 показаны две траектории $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$ перевода скоростного судна на обратный курс. Каждая из траекторий составлена из трех сплайнов. Граничные точки сплайнов отмечены жирными точками. Эти траектории использовались как исполнительные при моделировании перехода судна на обратный курс при условии, что абсолютная величина скорости $U = 100$ км/ч. Использовалась модель движения (1.1).

Моделирование процесса автоматического управления движением судна по исполнительным траекториям $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$ [6] показало, что при постоянной времени привода исполнительного механизма, равной 1,2 с, абсолютная величина сигнала управления не превышает заданное максимальное значение 10° и 5° соответственно, боковое отклонение не превышает 1 м [6].

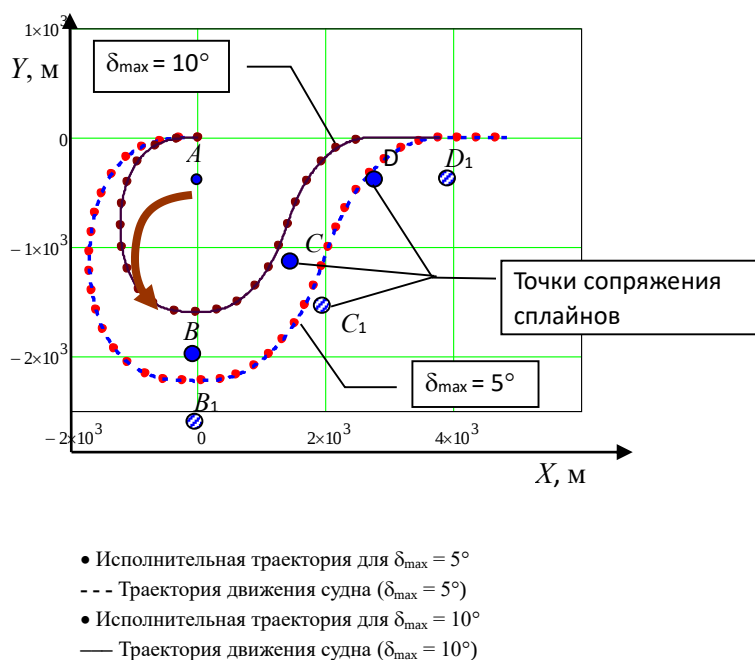


Рисунок 1.2 – Две исполнительные траектории перевода судна на обратный курс, построенные в реальном масштабе времени с учетом ограничения на абсолютную величину угла перекладки руля

Реализуемость адаптации к условиям окружающей среды в авторулевых, построенных на новых принципах, иллюстрируется моделированием работы САУД судна при прохождении судном полосы мелководья шириной 2000 м [25]. В вычислительных экспериментах автоматическое управление движением судна осуществляется по заданной траектории в форме полуокружности радиусом 2000 м. Были проведены два вычислительных эксперимента по автоматическому управлению движением судна с использованием адаптации коэффициентов b , θ_1 , θ_2 и без адаптации. На рисунке 1.3 приведены диаграммы управляемости судна на мелководье и на глубине.

Рисунок 1.4 показывает, что при адаптации максимальное боковое отклонение центра масс судна от заданной траектории уменьшается в два раза и имеет тенденцию к снижению при движении по мелководью.

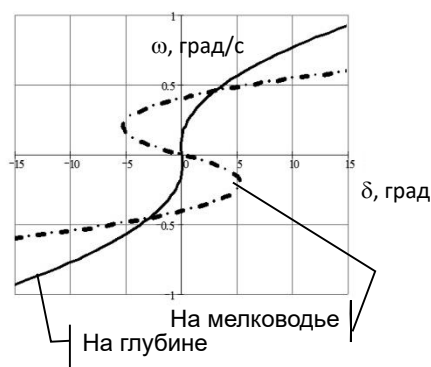


Рисунок 1.3 – Диаграммы управляемости модели движения судна

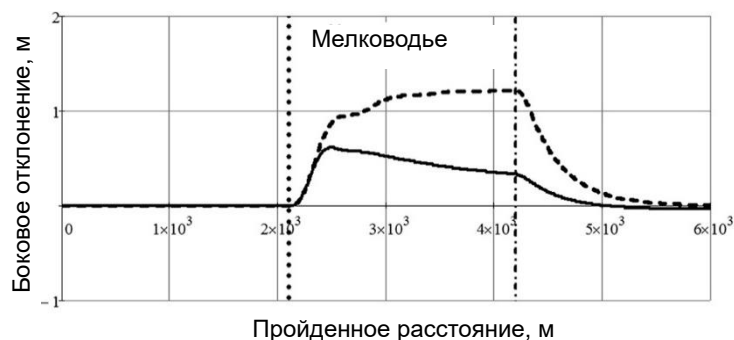


Рисунок 1.4 – Зависимость бокового отклонения центра масс судна от пройденного расстояния: с адаптацией (сплошная линия), без адаптации (штриховая линия). Пунктирной и штрихпунктирной линиями обозначены границы мелководья

Рисунок 1.4 показывает, что начало адаптации к мелководью происходит приблизительно на 75-й секунде после входа судна на мелководье при скорости движения 4 м/с.

Возможность применения метода согласованного управления для синтеза законов управления движением по линейно-сплайновым исполнительным траекториям была проверена в работе [8]. В алгоритмах управления, построенных по методу согласованного управления, заданная траектория является притягивающим множеством. Поэтому в процессе управления нет необходимости отслеживать расстояние от базовой точки на судне до виртуальной точки на исполнительной траектории, как это необходимо делать в алгоритмах управления, построенных по методу бэкстеппинга.

Перечень задач судовождения, которые решает опытный экземпляр авторулевого представлен в приложении 3.

Тестирование опытного экземпляра авторулевого проводилось на испытательном стенде, обеспечивающем функционирование замкнутого контура системы автоматизированного управления движением судна. Оборудование авторулевого, представителя нового класса авторулевых для надводных судов, в процессе тестирования на испытательном стенде показано на рисунке 1.5.



Рисунок 1.5 – Оборудование авторулевого в процессе тестирования на испытательном стенде

1.6. Основные преимущества

Принципиально новый класс авторулевых для надводных судов, основанный на последних достижениях науки и техники, позволяет повысить точность движения судна, сократить проходимый путь. Формирование исполнительной траектории в реальном масштабе времени и немедленное выполнение маневра повышают безопасность судоходства. Возможность формирования исполнительной траектории полной миссии и осуществления автоматического или автоматизированного движения по ней снижают влияние человеческого фактора на результат.

2. Архитектура иерархической системы управления движением судна

Архитектура автоматизированной системы – это абстрактное представление системы, которое состоит из моделей элементов системы и моделей взаимодействия элементов. Архитектура иерархической системы управления движением судна представлена на примере системы автоматизированного управления движением обследовательского катера, который предназначен для проведения гидрографических, обследовательских и спасательных работ на внутренних водных путях.

Состав опытного образца САУД:

- пульт управления движением на основе одноплатного персонального компьютера;
- блок управления движением на основе программируемого логического контроллера (ПЛК);
- привод руля;
- приемник глобальных спутниковых навигационных систем (ГНС);
- датчик положения руля;
- исполнительный механизм привода руля;
- рулевое устройство.

Методика применения САУД состоит из двух этапов:

- 1) формирование исполнительной траектории;
- 2) выполнение автоматизированного движения по исполнительной траектории.

САУД является авторулевым общего назначения и может найти применение на транспортных и специальных судах, включая высокоскоростные суда. САУД является представителем принципиально нового класса авторулевых для надводных судов [34].

Основные преимущества технологии, применяемой в САУД, отличающие ее от традиционных технологий управления движением судна, изложены в разделе 1.

Потребительские преимущества авторулевого САУД:

- повышение безопасности судоходства в экстренных ситуациях благодаря возможности применения макрокоманд управления траекторией [34];
- снижение влияния человеческого фактора на сложных траекториях движения.

Технические конкурентные преимущества авторулевого, особенно на скоростных судах:

а) формирование исполнительных траекторий с учетом модели продольного движения судна, скорости движения судна и запаса по сигналу управления, что *предотвращает насыщение исполнительных механизмов*;

б) h^2s -сплайновые полиномиальные путевые примитивы, которые при допустимых начальных условиях *исключают появление сингулярности* при автоматизированном управлении движением по этим примитивам с использованием непрерывного закона управления (известно, что если заданная траектория – дуга окружности, то центр этой окружности является точкой сингулярности при использовании закона управления, минимизирующего отклонение объекта от заданной траектории);

в) реализация широкого набора *макрокоманд управления траекторией*, включая экстренные ситуации. Конкуренты обеспечивают только автоматизированный поворот с заданным радиусом или с заданной угловой скоростью и экстренный переход в ручной режим управления.

САУД является многофункциональной системой управления, использующей новые принципы управления, и поэтому рассмотрение общих принципов рационального построения этой системы (архитектуры) является критически важным.

Выбор архитектуры САУД

Рассмотрим архитектуру САУД как систему, обеспечивающую выполнение основных работ по управлению движением по заданной траектории.

В процессе управления движением по заданной траектории САУД должна обеспечивать выполнение трех основных работ:

1) прием макрокоманды от судоводителя и формирование исполнительной траектории макрокоманды;

2) расчет сигнала управления по данным о текущем состоянии процесса управления;

3) сбор данных с датчиков и преобразование расчетного сигнала управления в задающий сигнал исполнительного механизма.

Между работами 1, 2 и 3 происходит постоянный обмен информацией в направлениях $1 \Leftrightarrow 2 \Leftrightarrow 3$.

Работам 1, 2 и 3 соответствуют три уровня управления: стратегический, тактический и оперативный. На каждом из этих уровней выполняется своя локальная работа, и результат становится исходными данными для следующего уровня или исполнительного механизма для оперативного уровня иерархии управления.

В связи с постоянным повышением производительности вычислительной техники и совершенствованием систем программирования появляется

возможность задачи каждого уровня иерархии управления решать на своем вычислителе. При этом вся совокупность программного обеспечения упрощается, так как не связанные между собой задачи будут выполняться на разных машинах. Усовершенствование программного обеспечения каждого уровня иерархии может выполняться независимо друг от друга. Это идеальная схема.

Однако в настоящее время появляется возможность громоздкие вычисления первого уровня по формированию исполнительной траектории макрокоманд передать на второй уровень, так как эти вычисления выполняются редко по сравнению с расчетом сигнала управления.

Стандартная для автоматизированной системы управления технологическими процессами задача «Сбор данных с датчиков и преобразование расчетного сигнала управления в задающий сигнал исполнительного механизма» может выполняться программируемым логическим контроллером. Программирование программируемого логического контроллера выполняется на стандартизованных языках высокого уровня, допускается перенос программного обеспечения между программируемыми логическими контроллерами разных типов.

На рисунке 2.1 представлено отображение задач управления движением судна на оборудовании, соответствующем иерархии уровней управления.

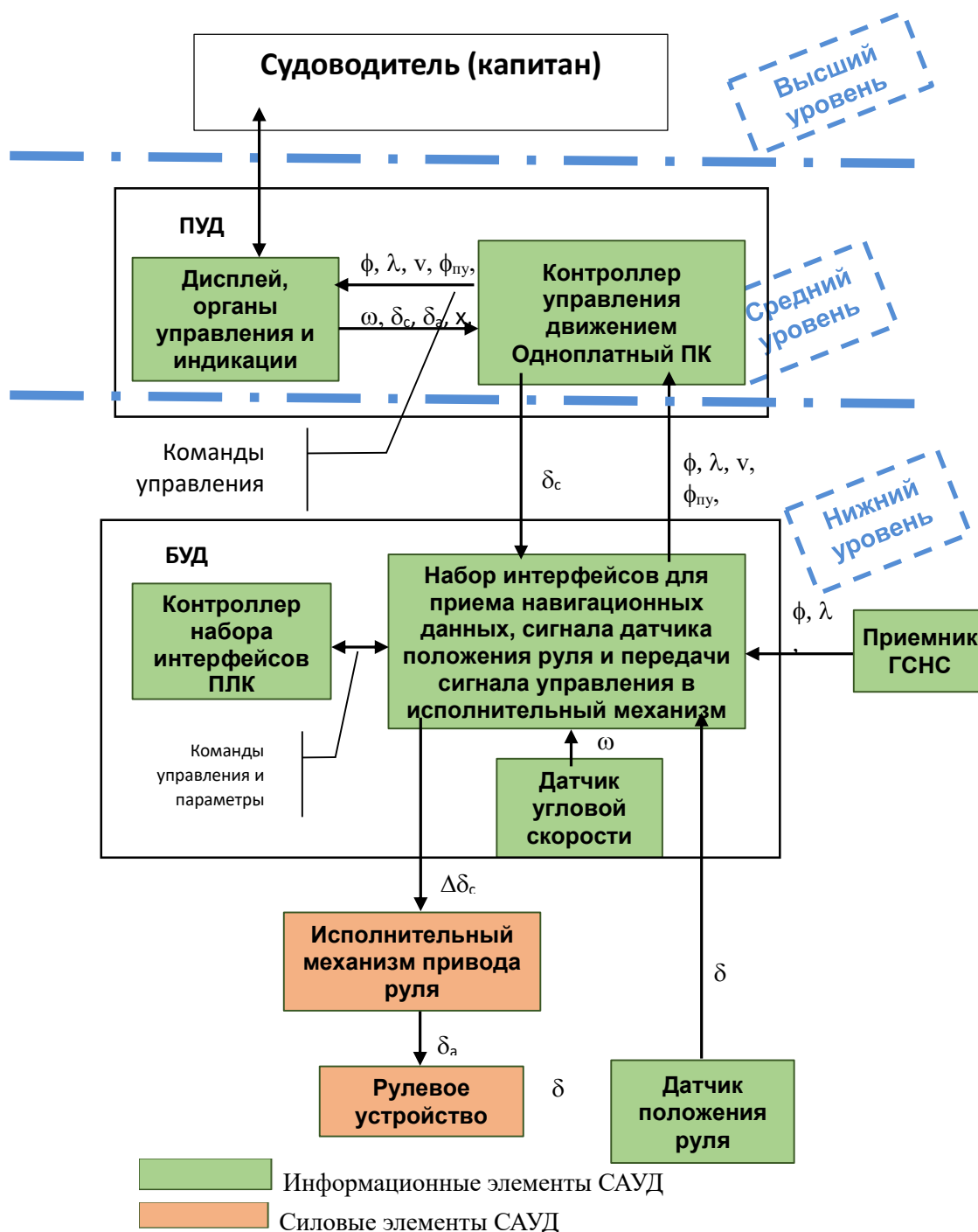


Рисунок 2.1 – Техническая реализация системы управления движением судна, соответствующая иерархии трехуровневого управления

Программируемый логический контроллер предназначен для приема данных от датчиков, передачи данных в одноплатный персональный компьютер и приема сигнала управления от одноплатного персонального компьютера. Программное обеспечение программируемого логического контроллера разрабатывается в свободно распространяемой среде CoDeSys. Данная среда предоставляет возможность программирования контроллеров на языках

стандарта МЭК 61131-3. Используемые редакторы и отладочные средства базируются на широко известных и хорошо себя зарекомендовавших принципах, знакомых по другим популярным средам профессионального программирования.

Одноплатный персональный компьютер предназначен для расчета величины сигнала управления согласно принятому закону управления и формирования исполнительной траектории макрокоманды, полученной от судоводителя.

В разработанной ранее системе управления движением «Свислочь» средний и нижний уровни управления выполнялись на одном вычислителе высокой производительности [11]. Это привело к необходимости использования высокопроизводительной системы управления базой данных MongoDB, что сделало прикладное программное обеспечение переусложненным и затруднило его усовершенствование.

Основные преимущества трехуровневой архитектуры

Использование на разных уровнях иерархии системы управления отдельных вычислительных устройств обеспечивает снижение сложности программного обеспечения и удобство модернизации.

Использование программируемого логического контроллера со средой разработки ПО CoDeSys для сбора данных с датчиков и преобразования расчетного сигнала управления в задающий сигнал исполнительного механизма обеспечивает снижение трудоемкости разработки прикладного программного обеспечения и модернизации его при изменении состава датчиков и исполнительных механизмов при расширении функций системы управления.

3. Применение полиномиальных кривых в неявном представлении в качестве исполнительных траекторий

3.1. Путьевые примитивы и соответствующие законы управления движением

Области использования транспортных средств, перемещающихся по заданным траекториям, постоянно расширяются. Такие средства используются для перевозки грузов, проведения обследований территорий и акваторий, выполнения работ в экстренных ситуациях. При этом транспортные средства перемещаются в основном на плоскости. При управляемых перемещениях необходимо учитывать технические ограничения органов управления, воздействие окружающей среды, погрешности измерений элементов вектора состояния и время реакции системы управления. Для автоматизации управления движением транспортных устройств по заданным траекториям разработан значительный набор алгоритмов [1–3, 43], основанных на пропорционально-интегрально-дифференциальном законе управления [38], нечеткой логике, использовании эталонной модели, скользящем режиме, бэкстеппинге [47, 48, 7] и др.

Ввиду существенной нелинейности объекта управления реальная замкнутая автоматизированная система управления является нелинейной. Для разработки систем управления существует возможность использовать современные методы анализа и синтеза нелинейных систем управления, которые могут быть более адекватными реальной ситуации, чем линейные методы. Принципиально идеализированные линейные методы управления имеют ограниченную область применения в пространстве состояний реальной системы. Но при этом для их реализации можно использовать глубоко развитую теорию. В настоящее время теория нелинейных систем управления переживает период бурного развития. В частности, общедоступный метод линейных матричных неравенств позволяет с эффективностью, сопоставимой с решением задач линейного программирования, применять составные функции Ляпунова для анализа и синтеза нелинейных систем. Благодаря постоянному росту вычислительных мощностей открываются новые возможности применения нелинейных систем управления, способных обеспечивать повышенную точность управления в широких областях фазового пространства.

Метод построения алгоритма управления по методу бэкстеппинга требует представления дифференциальных уравнений модели движения объекта в нижнетреугольной форме и характеризуется взрывным усложнением производных при увеличении порядка модели. На практике аналитическое

вычисление производных заменяют численным дифференцированием, однако при этом для обеспечения устойчивости вычислений необходимо резко уменьшать шаг вычислений [40].

В алгоритмах управления движением, построенных по методу бэкстеппинга, обеспечивается стремление к нулю расстояния между выделенной точкой на объекте и точкой, перемещающейся по заданной траектории, при стремлении времени к бесконечности [48, 7]. Выделенную на объекте точку будем называть базовой, а соответствующую ей точку на заданной исполнительной траектории – виртуальной. Заданные траектории часто представляются в виде последовательности элементарных отрезков, называемых путевыми примитивами. Для формального описания заданной траектории используется параметрическое представление путевых примитивов. Рассматриваемый подход имеет недостаток: если на заданной траектории в качестве виртуальной использовать точку, которая является ближайшей к текущему положению базовой точки объекта, то при вычислении положения виртуальной точки возможно появление сингулярности [48, 27]. Чтобы это исключить, следует ограничивать допустимые положения базовой точки малой окрестностью заданной траектории или встроить оператор, обеспечивающий плавный возврат на заданную траекторию с использованием некоторой сигмоидной функции [48, 7]. В алгоритме управления с сигмоидной функцией возникают два дополнительных настраиваемых параметра.

Указанные особенности иногда могут вызывать затруднения при практическом использовании метода попятного синтеза для построения алгоритмов управления движением, что оправдывает создание других методов построения алгоритмов управления. Хорошо разработан метод линеаризации обратной связью, или линейных эквивалентов аффинных систем (transverse feedback linearization [45, 25, 53, 19], который обеспечивает направленное движение переменных состояния вдоль желаемых инвариантных многообразий – аттракторов [22]. В системах управления, построенных на основе этого метода, заданная траектория является аттрактором, т. е. инвариантным притягивающим множеством [45, 53]. По этой причине в качестве путевых примитивов могут использоваться одномерные многообразия, в частности аффинные многообразия (полиномы) в неявном представлении [21]. Метод линеаризации обратной связью и аффинных многообразий в неявном представлении имеет два преимущества:

- 1) отпадает необходимость в использовании расстояния от базовой до виртуальной точки на заданной траектории;

2) его применимость не зависит от возможности представления дифференциальных уравнений модели движения объекта в нижнетреугольной форме.

Метод линеаризации обратной связью не исключает использования параметрического представления заданной траектории, но в соответствии с пунктами 1 и 2 целесообразно применять одномерные аффинные многообразия [5] для построения заданной траектории. В качестве путевых примитивов часто рассматривают прямые и окружности [53, 19], но составленные из них траектории имеют геометрическую непрерывность порядка 1 (обозначается G^1 [55]). В данной работе для построения заданных траекторий с гладкостью G^2 применяются путевые примитивы специального вида – непрерывные отрезки аффинных многообразий в неявном представлении.

Определение 3.1.1. Кривые с геометрической непрерывностью, G^1 , G^2 и G^3 [55]. Кривая $p(u)$ имеет геометрическую непрерывность первого порядка (G^1), если $p(u)$ – регулярная функция, а ее единичный касательный вектор – непрерывная функция вдоль кривой $p(u)$, т. е. $p'(u) \in C^0([u_0, u_1])$, где $C^0([u_0, u_1])$ – множество функций, непрерывных на отрезке $[u_0, u_1]$.

Кривая $p(u)$ имеет геометрическую непрерывность второго порядка (G^2), если $p(u)$ – G^1 -кривая; $p''(u) \in C^0([u_0, u_1])$ и ее скалярная кривизна непрерывна вдоль кривой $p(u)$, т. е. $\kappa(u) \in C^0([u_0, u_1])$.

Кривая $p(u)$ имеет геометрическую непрерывность третьего порядка (G^3), если $p(u)$ – G^2 -кривая; $p'''(u) \in C^0([u_0, u_1])$ и производная по длине дуги ее скалярной кривизны непрерывна вдоль кривой, т. е. $\kappa'(u) \in C^0([u_0, u_1])$.

Рассмотрим преимущества предлагаемых исполнительных траекторий. Линейно-дуговая исполнительная траектория имеет разрывы кривизны в точках соединения дуг и прямых отрезков, что делает такую траекторию физически не реализуемой и в принципе не может обеспечить движение судна по ней без бокового смещения. Для исследования доступной точности перемещения тела по заданной траектории используют понятие геометрической гладкости. Физически реализуемая исполнительная траектория должна иметь геометрическую гладкость порядка 3 (обозначается G^3), т. е. траектория должна иметь в каждой точке касательный вектор, непрерывные кривизну и производную кривизны по длине кривой. Линейно-дуговая исполнительная траектория имеет гладкость G^1 . Учитывая, что постоянная времени судна значительно больше постоянной времени привода руля, с практической точки зрения для исполнительных траекторий достаточно применять кривые с гладкостью G^2 , т. е. с непрерывной кривизной.

Предлагается исполнительные траектории составлять из отрезков прямых и η^2s -сплайнов (симметричных отрезков кривых, задаваемых полиномами 6-й степени со скалярными коэффициентами). Такие исполнительные траектории будем называть линейно-сплайновыми. Линейно-сплайновые траектории имеют гладкость G^2 . Для осуществления точного управления движением по линейно-сплайновой траектории закон управления должен строиться с учетом указанного полиномиального представления путевых примитивов, и поэтому он становится нелинейным. Дополнительно повысить точность движения судна по исполнительной траектории может использование более точных нелинейных моделей движения судна. Например, моделей, учитывающих s -образность диаграммы управляемости судна.

Следовательно, применение теории нелинейных систем управления при конструировании авторулевых становится необходимым для повышения точности движения судна по исполнительной траектории. В прошлом веке применение методов теории нелинейных систем управления было ограничено из-за слабого развития теории этих систем и необходимости выполнения значительного объема вычислений.

3.1.1. Постановка задачи

Рассмотрим структуру системы автоматического управления путевым углом судна, представленную на рисунке 3.1.1. Судно с такой системой управления является недостаточно управляемым, так как предполагается, что для управления двумя координатами центра масс судна и путевым углом могут быть использованы только угол перекладки руля δ_c и постоянная по направлению относительно корпуса тяга винтов.

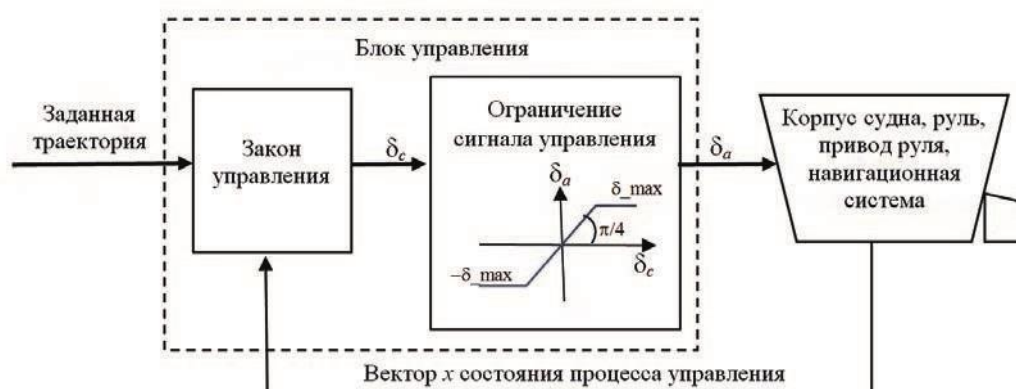


Рисунок 3.1.1 – Укрупненная структурная схема системы управления путевым углом судна

Закон управления (ЗУ) – это алгоритм вычисления расчетного сигнала управления δ_c . Заданная траектория состоит из элементарных сегментов, называемых путевыми примитивами. Принимаем, что скорость перемещения судна постоянна на каждом путевом примитиве и обеспечивает управляемость с помощью рулевого устройства. Заданная траектория используется законом управления в качестве задающего сигнала. В [8] описан метод построения заданной траектории с непрерывной кривизной, удовлетворяющей заданному ограничению на абсолютную величину кривизны. При отсутствии отклонения от заданной траектории он обеспечивает ограниченность сигнала управления. Заданные траектории более близки к физически реализуемым, чем часто используемые непрерывные траектории, составленные из отрезков прямых и дуг окружностей.

Состав элементов вектора x состояния процесса управления определяется законом управления и принятой моделью динамики продольного движения судна. В настоящее время глобальные спутниковые навигационные системы и недорогие инерциальные датчики, как правило, позволяют непосредственно измерять все элементы вектора состояния судна, необходимые для работы алгоритма управления движением.

Система управления путевым углом судна работает следующим образом. На каждом цикле управления вектор состояния судна поступает на вход ЗУ, который вычисляет расчетный сигнал управления δ_c . Рассмотрим функцию

$$\text{sat}_{x_{\max}}(x) = \begin{cases} x_{\max} & \text{при } x > x_{\max}, \\ -x_{\max} & \text{при } x < -x_{\max}, \\ x & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где $x_{\max}$ – максимальная абсолютная величина выхода функции sat .

Расчетный сигнал управления поступает в блок его ограничения для расчета исполнительного сигнала δ_a :

$$\delta_a = \text{sat}_{\delta_{\max}}(\delta_c),$$

где $\delta_{\max}$ – абсолютная величина максимально допустимого отклонения руля от нейтрального положения, или, другими словами, граничная величина исполнительного сигнала управления; δ_c – расчетный сигнал управления.

Далее исполнительный сигнал управления поступает в привод руля для отработки. Будем предполагать, что абсолютная величина расчетного сигнала управления не превышает $\delta_{\max}$, т. е. отсутствует насыщение сигнала

управления. Управление движением судна с учетом явления насыщения сигнала управления будет рассмотрено в разделе 5.1.

В разделах 3.1.3 и 3.1.4 описываются два ЗУ: один – для вычисления δ_a при перемещении по прямому отрезку, а другой – по полиномиальной дуге. Они применяются к заданной траектории с непрерывной кривизной и могут обеспечить асимптотическую сходимость траектории объекта управления к заданной и движение по ней как по инвариантному одномерному многообразию. То есть движение по одномерному многообразию может выполняться в любом направлении. Если для заданной траектории выполняется ограничение на абсолютную величину кривизны, то для объекта, перемещающегося по этой заданной траектории, будет выполняться ограничение на величину сигнала управления [8] и будет существовать возможность обеспечить запас по сигналу управления для парирования внешних возмущений. Кроме того, отпадает необходимость в обеспечении перемещения виртуальной точки по заданной траектории, как это делается в [48, 7].

Заданная траектория – это одномерное многообразие, которое составляется из путевых примитивов двух видов: прямого отрезка и симметричной полиномиальной дуги.

Для рассматриваемых законов управления заданная траектория является задающим сигналом. Модель движения судна с помощью метода линеаризации обратной связью преобразуется в систему линейных дифференциальных уравнений, и заданная траектория становится аттрактором при положительных коэффициентах обратной связи в ЗУ.

Модель движения судна

Рассматривается модель перемещения судна с тремя степенями свободы: две координаты центра масс x_1, x_2 в земной декартовой системе координат $x_1 O x_2$ на горизонтальной плоскости Π и x_3 – угол между направлением на север и путевым углом судна. Путевой угол судна – это направление вектора скорости судна. Ось Ox_1 направлена на восток, Ox_2 – на север. Для всех углов, кроме угла перекладки руля, положительное направление – по часовой стрелке, а для угла перекладки руля – против.

Модель движения судна состоит из кинематической модели (первые три уравнения) и модели динамики судна (последнее уравнение). Модель движения является не полностью управляемой, так как объектом с тремя степенями свободы можно управлять только с помощью двух переменных: угла перекладки руля и продольной скорости:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= v \sin x_3, \\
 \dot{x}_2 &= v \cos x_3, \\
 \dot{x}_3 &= x_4, \\
 \dot{x}_4 &= \theta_1 x_4 + \theta_2 x_4^3 + b\delta,
 \end{aligned}
 \tag{3.1.1}$$

где x_1, x_2 – декартовы координаты центра масс судна в плоскости П;

x_3 – путевой угол судна;

v – продольная скорость судна ($v > 0$);

x_4 – угловая скорость поворота корпуса судна в плоскости П;

θ_1, θ_2, b – коэффициенты модели Норрбина динамики судна;

δ – угол перекладки руля.

В нашем случае кинематическая модель – это модель перемещения с постоянной скоростью материальной точки в плоскости П. В качестве модели динамики судна в рассматриваемом диапазоне скоростей используется модель Норрбина [51], которая учитывает большие отклонения руля, позволяет моделировать перемещение судна по криволинейным траекториям и описывает связь между производной по времени от угловой скорости судна x_4 в горизонтальной плоскости и углом перекладки руля δ .

Угловая скорость судна – это производная от курса. Курс судна равен сумме путевого угла и угла дрейфа.

В случае невысокой скорости продольного движения судна (5–6 узлов) для точного управления движением по заданной траектории необходимо будет переключать руль (кольцевую рулевую насадку) в широком диапазоне углов. Модель динамики судна Номото первого или второго порядка может оказаться неадекватной условиям применения авторулевого. Для использования в автоматизированных системах управления движением (авторулевых) для судов и тихоходных шлюпок предлагается использовать нелинейную полиномиальную модель Норрбина. Модель Норрбина позволяет достаточно точно аппроксимировать реальную диаграмму управляемости судна при движении со скоростью v :

$$\dot{\omega} = \theta_1 \omega + \theta_2 \omega^3 + b\delta, \tag{*}$$

где ω – угловая скорость поворота корпуса судна в горизонтальной плоскости;

θ_1, θ_2, b – коэффициенты модели динамики судна Норрбина;

δ – угол перекладки руля.

В модели Норрбина принимается, что угол дрейфа равен нулю. На практике ненулевая производная угла дрейфа становится паразитной динамикой, которая парируется законом управления. Эффективность модели Норрбина с полиномом третьей степени при управлении в сложных метеорологических условиях подтверждается расчетами, представленными в разделе 7.

Пусть x – вектор состояния модели движения судна (3.1.1), $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$, где T обозначает транспонирование. В векторной нотации получается компактное выражение для модели движения:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\delta, \quad (3.1.2)$$

где $x \in R^4$; $f(x) = (v \sin x_3, v \cos x_3, x_4, \theta_1 x_4 + \theta_2 x_4^3)^T$;

v – продольная скорость судна ($v > 0$);

$g(x) = (0, 0, 0, b)^T$;

δ – угол перекладки руля.

Очевидно, что модель движения – гладкая. Далее даются определения путевых примитивов, которые будут использоваться как функции выходной переменной [25] для модели движения судна при выводе ЗУ.

3.1.2. Путевые примитивы

Рассмотрим примитивы двух видов [8]:

- прямой элементарный отрезок (ПЭО) γ_L , который задается нормальным уравнением прямой в неявном представлении, конечной точкой предыдущего примитива и конечной точкой этого отрезка; если γ_L расположен в начале траектории, то это луч с вершиной в конечной точке;

- оптимальный элементарный полиномиальный отрезок (ОЭПО) или симметричная полиномиальная дуга γ_S , задаваемая полиномом 6-й степени в базисе Бернштейна [8] в неявном представлении, у которой в граничных точках кривизна равна нулю и максимальная кривизна не превышает заданное ограничение.

Задача ЗУ для каждого путевого примитива заданной траектории – привести судно в конечную точку текущего путевого примитива.

Для применения метода линеаризации обратной связью, в соответствии с [25, 53], каждому i -му путевому примитиву нужно поставить в соответствие функцию $\alpha_i: \{x\} \rightarrow R$, такую, что проекция $\alpha_i^{-1}(0)$ на плоскость Π принадлежит примитиву γ_i , где $i \in \{L, S\}$ и 0 – регулярное значение функций α_i . Функции α_i будут использоваться как функции выходных переменных в системах уравнений,

описывающих автоматическое управление путевым углом судна при движении по путевым примитивам заданной траектории.

Прямой элементарный отрезок

На рисунке 3.1.2 показан прямой элементарный отрезок γ_L , обозначенный символом AB в земной системе координат x_1Ox_2 , где $\mathbf{v}$ – вектор скорости продольного движения судна; $\mathbf{e}_v = (\sin\varphi, \cos\varphi, 0, 0)^T$ – единичный вектор, задающий ориентацию движения судна вдоль прямолинейного участка траектории γ_L ; φ – угол между осью Ox_2 и вектором $\mathbf{e}_v$, отсчитанный от оси Ox_2 ; положительное направление – по часовой стрелке,

Рассмотрим нормальное уравнение прямой линии

$$-x_1 \cos\varphi + x_2 \sin\varphi = d,$$

где d – проекция вектора состояния x на вектор $\mathbf{e}_n = (-\cos\varphi, \sin\varphi, 0, 0)^T$, повернутый на 90° против часовой стрелки относительно $\mathbf{e}_v$;

x_1, x_2 – координаты центра масс судна в плоскости Π в системе координат x_1Ox_2 .

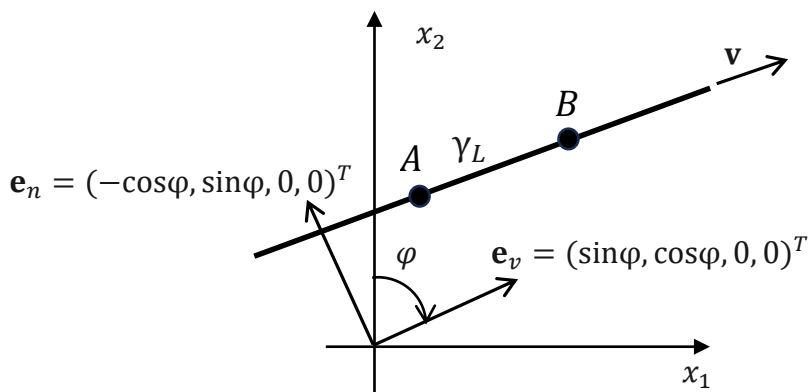


Рисунок. 3.1.2 – AB – прямой элементарный отрезок в координатах x_1Ox_2 ;
 v – вектор скорости судна

Функция выходной переменной для прямого отрезка задается выражением

$$\alpha_L(x) = -x_1 \cos\varphi + x_2 \sin\varphi - d, \quad (3.1.3)$$

где $x \in R^4$ – вектор состояния модели движения судна.

Симметричная полиномиальная дуга

На рисунке 3.1.3 показана симметричная полиномиальная дуга γ_S или ОЭПО в земной системе координат x_1Ox_2 . Для задания симметричной полиномиальной дуги на плоскости Π вводится дополнительная система координат y_1Oy_2 , в которой начальная точка p_0 симметричной полиномиальной дуги совпадает с началом координат y_1Oy_2 , а конечная точка p_1 лежит на оси Oy_1 , т. е. начальная точка имеет координаты $(0, 0)^T$, а конечная – $(r, 0)^T$, где r – расстояние между точками p_0 и p_1 . Кривизна в точках p_0 и p_1 должна быть равна нулю. В системе координат y_1Oy_2 углы отсчитываются от оси Oy_1 , положительное направление – против часовой стрелки. Если в начальной точке направление путевого угла равно y_3 , то в конечной точке – y_3 в системе координат y_1Oy_2 .

Исходные данные для построения симметричной полиномиальной дуги: координаты начальной точки p_0 ; направление путевого угла x_3 в точке p_0 ; $\Delta\varphi g$ – приращение путевого угла; v – скорость судна; модель движения судна (3.1.2); δzg – максимум абсолютной величины угла перекладки руля, необходимого для управления движением по симметричной полиномиальной дуге (см. приложение 1); d_maxa – максимальное отклонение руля в режиме автоматического управления (см. приложение 1).

Должно выполняться неравенство $\delta zg < d_maxa$. Запас по сигналу управления равен $d_maxa - \delta zg$.

Рассмотрим построение функции выхода для симметричной полиномиальной дуги.

Расстояние между точками p_0 и p_1 зависит от исходных данных для построения симметричной полиномиальной дуги. Поэтому если необходимо привести судно из некоторого начального состояния в заданную конечную точку с заданным направлением скорости, то существует задача построения подходящей исполнительной траектории, составленной из элементарных отрезков. Решение этой задачи представлено в разделе 3.2.4 «Новая прямая».

Если необходимо привести судно из некоторого начального состояния в заданную конечную точку без задания направлением скорости в конечной точке, то решение этой задачи представлено в разделе 3.2.5 «Переход в заданную точку».

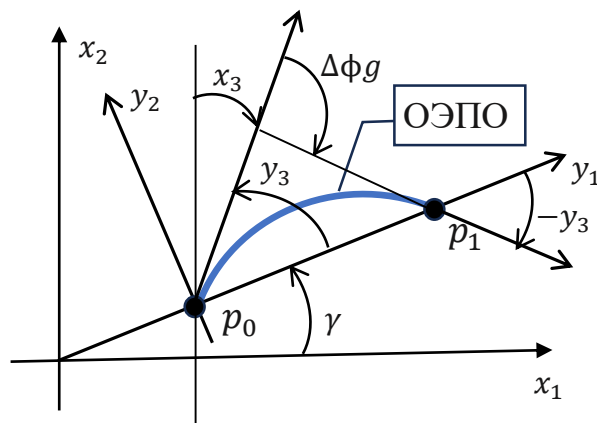


Рисунок. 3.1.3 – Симметричная полиномиальная дуга ОЭПО в системах координат x_1Ox_2 и y_1Oy_2

Для построения функции выхода для симметричной полиномиальной дуги необходимо фазовый вектор $x \in R^4$, соответствующий плоской системе координат x_1Ox_2 , преобразовать в фазовый вектор $y \in R^4$, $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T$, соответствующий плоской локальной системе координат y_1Oy_2 .

Линейное преобразование векторов из системы координат x_1Ox_2 в систему y_1Oy_2 :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - p_0, \quad (3.1.4a)$$

где p_0, p_1 – векторы координат начальной и конечной точек симметричной полиномиальной дуги γ_S в системе координат x_1Ox_2 ;

γ – угол между осью Ox_1 и вектором $p_1 - p_0$ в системе координат x_1Ox_2 ;
положительное направление против часовой стрелки.

Путевой угол судна в системе координат y_1Oy_2 представляется выражением

$$y_3 = \pi/2 - (x_3 + \gamma). \quad (3.1.4b)$$

Угловая скорость поворота корпуса судна в системе координат y_1Oy_2 равна скорости поворота в x_1Ox_2 с обратным знаком

$$y_4 = -x_4. \quad (3.1.4c)$$

Симметричная полиномиальная дуга γ_S задается выражением

$$KP_6(y_1/K) - y_2 = 0,$$

где $(y_1, y_2)^T$ – координаты точки на симметричной полиномиальной дуге γ_S в плоскости Π в системе координат $y_1 O y_2$;

$P_6(u)$ – полином 6-й степени в базисе Бернштейна со скалярными коэффициентами, на основе которого формируется функция выхода для симметричной полиномиальной дуги;

$u \in [0, 1]$ – скалярный параметр;

K – коэффициент подобия для полиномиальной дуги γ_S и полиномиальной кривой $P_6(u)$;

r – расстояние между крайними точками симметричной полиномиальной дуги γ_S ;

v – скорость продольного движения судна.

Полином $P_6(u)$ имеет следующее представление:

$$P_6(u) = aB_0^6(u) + bB_1^6(u) + cB_2^6(u) + dB_3^6(u) + cB_4^6(u) + bB_5^6(u) + aB_6^6(u),$$

где $B_i^6(u) = C_6^i u^i (1-u)^{6-i}$;

C_6^i – коэффициенты бинома Ньютона;

b, c, d – скалярные коэффициенты;

$u \in [0, 1]$ – скалярный параметр.

Полином в базисе Бернштейна применяется для обеспечения повышенной вычислительной устойчивости алгоритма управления движением судна.

В системе координат $y_1 O y_2$ полином $P_6(u)$ имеет следующие коэффициенты:

- начальная точка $(0, 0)^T$ и конечная точка $(1, 0)^T$ дают $a = 0$;
- если y_3 – направление касательной в начальной точке, то $b = \frac{\operatorname{tg} y_3}{6}$

в системе координат $y_1 O y_2$;

- так как кривизна в граничных точках равна нулю, то $c = 2b$;
- d определяется решением задачи поиска минимума максимальной кривизны путевого примитива:

$$d = \arg \min_{d \in [-1, 1]} (\max_{u \in [0, 1]} \operatorname{curvature} P_6(u)),$$

где $\operatorname{curvature} P_6(u)$ – функция, вычисляющая кривизну $P_6(u)$.

Расчет коэффициента подобия K . Максимальная кривизна полиномиальной кривой $P_6(u)$ равна $k_{\max_1} = \text{curvature } P_6(1/2)$. Угловая скорость поворота вектора продольной скорости судна определяется выражением $\omega_{m_1} = k_{\max_1}$ на полиномиальной кривой $P_6(u)$ при $v = 1$ и $r = 1$.

Приняв $\dot{\omega} = 0$, по модели Норрбина (*) и заданному углу δz_g можно рассчитать максимальную угловую скорость вектора продольной скорости судна ω_{m_v} .

Коэффициент K будем определять для средних точек дуги γ_S и полиномиальной кривой $P_6(u)$. Пусть $\omega_{m_v} k_1 = \omega_{m_1}$, тогда для того, чтобы для дуги γ_S максимальная угловая скорость была равна ω_{m_v} при $v = 1$, коэффициент подобия K должен быть $K = k_1 = \omega_{m_1} / \omega_{m_v}$. Если продольная скорость судна отличается от 1, то K должно быть $K = v \omega_{m_1} / \omega_{m_v}$, или $K = v k_{\max_1} / \omega_{m_v}$. Так как у полиномиальной кривой $P_6(u)$ $r = 1$, то для дуги γ_S $r = K$.

Функция выхода для симметричной полиномиальной дуги [47] задается выражением

$$\alpha_S(y) = K P_6(y_1/K) - y_2, \quad (3.1.5)$$

где $y \in R^4$ – фазовый вектор состояния модели движения судна.

3.1.3. Закон управления для прямого отрезка

Рассмотрим модель перемещения объекта по прямому отрезку:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\delta_L, \\ Y &= \alpha_L(x). \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

С помощью метода линеаризации обратной связью доказано (см. приложение 2), что относительная степень системы (3.1.5) равна 3 при выполнении условия

$$\varphi - x_3 \neq n \frac{\pi}{2}, \quad (3.1.7)$$

где n – целое число.

Построен закон управления

$$\begin{aligned} \delta_L(x) &= \frac{1}{b} ((x_4^2 - k_2) \text{tg}(\varphi - x_3) - \\ &- \frac{k_1 \alpha_L(x)}{v \cos(\varphi - x_3)} - k_3 x_4 - \theta_1 x_4 - \theta_2 x_4^3). \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

Закон управления (3.1.8) должен применяться при выполнении условия (3.1.7).

3.1.4. Закон управления для симметричной полиномиальной дуги

Рассмотрим модель перемещения объекта по симметричной полиномиальной дуге:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)\delta_s, \\ Y &= \alpha_s(x).\end{aligned}\quad (3.1.9)$$

С помощью метода линеаризации обратной связью было доказано (см. приложение 2), что относительная степень системы (3.1.9) равна 3 при выполнении условия

$$\begin{aligned}\beta - y_3 &\neq n\frac{\pi}{2} \text{ и } \beta \neq n\frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{tg}\beta &= P'_6(y_1/rv),\end{aligned}\quad (3.1.10)$$

где β – угол наклона касательной для функции $rP_6(y_1/(rv))$;
 n – целое число.

Получен закон управления:

$$\begin{aligned}L_1 &= \frac{1}{(rv)^2} P_6'''(y_1/(rv)) \cos^2 y_3, \\ L_2 &= \frac{3}{rv} y_4 P_6''(y_1/(rv)) \sin y_3, \\ L_3 &= (L_1 - L_2) \cos y_3, \\ \beta &= \operatorname{atan}(P_6'(y_1/(rv))), \\ a_1 &= L_3 + k_1 \alpha_s(y) \cos \beta + (k_2 - y_4^2) \sin(\beta - y_3), \\ a_2 &= a_1 + k_3 \frac{1}{rv} P_6''(y_1/(rv)) \cos^2 y_3 \cos \beta, \\ u &= -a_2 \cos(\beta - y_3) + k_3 y_4, \\ \delta_L(x) &= \delta_L(y) = \frac{1}{b} (u - \theta_1 x_4 - \theta_2 x_4^3).\end{aligned}\quad (3.1.11)$$

Закон управления (3.1.11) должен применяться при выполнении условия (3.1.10).

В этих ЗУ коэффициенты k_i являются аналогами коэффициентов пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) регулятора, а именно: k_2 – аналог коэффициента при пропорциональном слагаемом; k_3 –

аналог коэффициента при дифференциальном слагаемом; k_1 – аналог коэффициента при интегральном слагаемом. При настройке коэффициентов k_i могут применяться методы настройки коэффициентов ПИД-регулятора. Величины коэффициентов k_i в ЗУ (3.1.8) и (3.1.11) могут быть различными.

3.1.5. Упрощенный пример построения законов управления

Модель движения и законы управления

Рассмотрим кинематическую модель одноколесного аппарата с постоянной скоростью $v \neq 0$.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} v \sin x_3 \\ v \cos x_3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ z = (x_1, x_2)^T,$$

где x_1, x_2 – декартовы координаты точки;

ось Ox_1 – горизонтальная;

ось Ox_2 – вертикальная;

x_3 – угол направления вектора скорости, отсчитываемый от вертикальной оси; положительное направление – по часовой стрелке.

Фазовый вектор

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T.$$

Пусть задана траектория с гладкостью G^2 , составленная из четырех примитивов в неявной форме (см. таблицу 3.1.1).

Таблица 3.1.1 – Последовательность путевых примитивов

Путевой примитив	Заданные условия	Параметры		
Прямая, проходящая через точку p_0	Горизонтальная прямая $p_0 = (1, 1)^T$	$A = 0$	$B = 1$	$C = -1$
Неявный η^2s -сплайн	$\Delta\varphi = 30^\circ, R_{\min} = 2$	$b = 0,0447$	$d = 0,08$	$r = 1,253$
Неявный η^2s -сплайн	$\Delta\varphi = -90^\circ, R_{\min} = 2$	$B = -0,167$	$D = -0,22$	$r = 3,757$
Прямая линия	–	$A = 0,866$	$B = -0,5$	$C = -4,233$

Применив метод приложения П2.1, получаем законы управления по состоянию для прямолинейных и сплайновых участков [49]. Расчет сигнала управления движением по прямолинейному участку может быть выполнен по формуле

$$u_j = \frac{-k_{j,1}(a_j x_1 + b_j x_2 + c_j) - k_{j,2}(b_j \cos x_3 + a_j \sin x_3)}{v(b_j \cos x_3 - a_j \sin x_3)},$$

где j – порядковый номер путевого примитива.

Расчет сигнала управления движением по сплайновому участку может быть выполнен по формуле

$$u_j = \frac{\frac{-v^2}{r_j} P_6''\left(\frac{y_1}{r_j}\right) \sin y_3 - k_{j,1} \left(r_j P_6\left(\frac{y_1}{r_j}\right) - y_2 \right) - k_{j,2} v(P_6'\left(\frac{y_1}{r_j}\right) \sin y_3 - \cos y_3)}{v((P_6'\left(\frac{y_1}{r_j}\right) \cos y_3 + \sin y_3))},$$

где y_1, y_2 – координаты во вспомогательной системе координат $y_1 O y_2$;

y_3 – угол, отсчитываемый от оси $O y_2$;

положительное направление – по часовой стрелке.

Фазовый вектор $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)^T$ связан с вектором $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)^T$ невырожденным линейным преобразованием.

Результат моделирования

На рисунке 3.1.4 показан результат моделирования управления движением одноколесного аппарата по траектории, заданной в таблице 3.1.1 и коэффициентами $k_{j,1} = 3$ и $k_{j,2} = 2$ в законах управления.

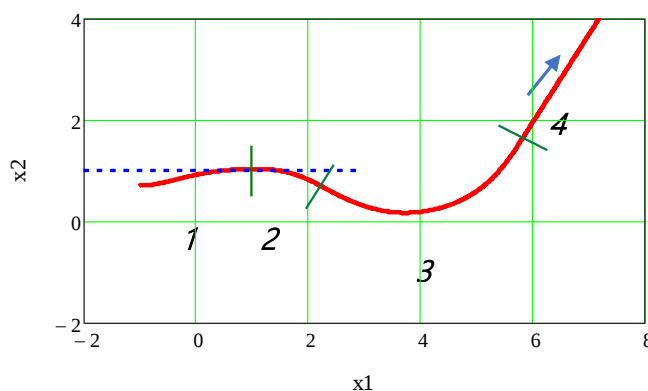


Рисунок 3.1.4 – Траектория движения одноколесного аппарата (красная линия). Границы между путевыми примитивами обозначены отрезками (цифры – номера примитивов); аттрактор, содержащий начальный путевой примитив, – штриховой прямой; направление движения указано стрелкой

Зависимость кривизны траектории от пройденного пути показана на рисунке 3.1.5.

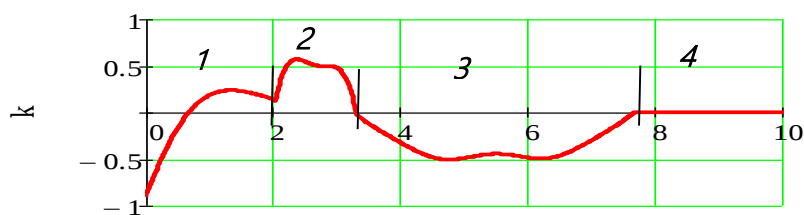


Рисунок 3.1.5 – Зависимость кривизны траектории от пройденного пути.
Номера путевых примитивов помещены над графиком

Аппарат перемещается слева направо. Начальное положение аппарата не совпадает с заданной траекторией. Но закон управления обеспечивает вывод аппарата на заданную траекторию и дальнейшее перемещение по ней.

3.2. Макрокоманды судовождения

В разделе представлены алгоритмы построения исполнительных сценариев макрокоманд судовождения. Исполнительный сценарий макрокоманды – это список пар: путевой примитив и скорость продольного движения судна на нем. В исполнительном сценарии конечная точка некоторого примитива совпадает с начальной точкой следующего.

Термин «макрокоманда» означает, что процесс выполнения макрокоманды может состоять из выполнения более элементарных команд.

3.2.1. Прямой курс

Назначение: удержание судна на прямом курсе с возможностью ввода градусных поправок курса.

Идентификатор макрокоманды: afi .

Исходные данные:

блоки данных: `dataControlP`, `executTrP` (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{\min}$ – элемент блока данных `executTrP`;

L – элемент блока данных `executTrP`;

$\text{confStart} = (r_0, \varphi_0)^T$ – конфигурация начальной точки,

где r_0 – координаты начальной точки, м;

φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;

$\Delta\varphi$ – приращение путевого угла, $\Delta\varphi \in [-180, 180]$, град;

U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с.

На рисунке 3.2.1 представлен вариант исполнительной траектории перехода на новый курс, наибольший по количеству путевых примитивов.

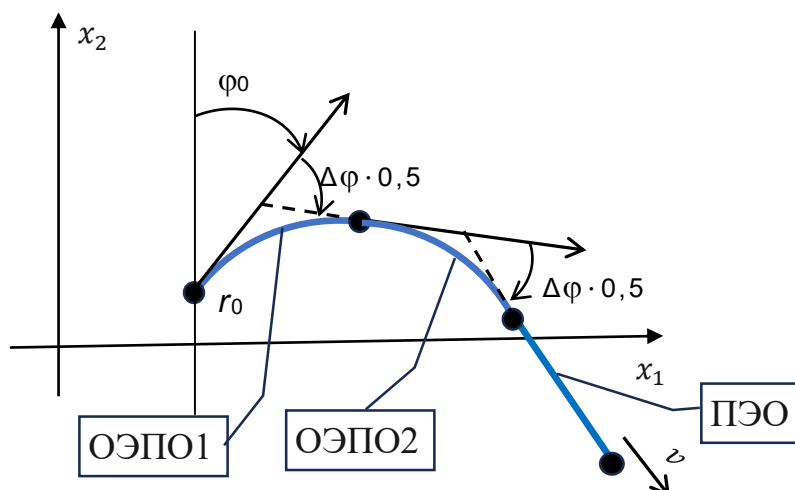


Рисунок. 3.2.1 – Исполнительная траектория сценария перехода на новый курс при $|\Delta\varphi| > 90^\circ$

Результат:

ITrack – код результата.

Mtr – исполнительный сценарий перехода на новый курс.

Последний ПЭО – прямой отрезок длиной L .

При $|\Delta\varphi| < \Delta\varphi_{\min}$ результат: **ITrack** = 1 и **Mtr**, где исполнительная траектория **Mtr** = {ПЭО}. Предполагается, что необходимое изменение путевого угла отработает авторулевой.

При $\Delta\varphi_{\min} \leq |\Delta\varphi| \leq 90^\circ$ результат: **ITrack** = 0, **Mtr**, где исполнительная траектория **Mtr** = {ОЭПО, ПЭО}, где ОЭПО – траектория для изменения путевого угла на $\Delta\varphi$.

При $|\Delta\varphi| > 90^\circ$ результат: **ITrack** = 0, **Mtr**, где исполнительная траектория **Mtr** = {ОЭПО1, ОЭПО2, ПЭО}. ОЭПО1, ОЭПО2 – траектории для изменения путевого угла на $\Delta\varphi \cdot 0,5$ (см. рисунок 3.2.1).

3.2.2. Смещение

Назначение: переход на параллельный курс.

Идентификатор макрокоманды: **aH**.

Исходные данные:

блоки данных: **dataControlP**, **executTrP** (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{\min}$ – элемент блока данных **executTrP**;

L – элемент блока данных **executTrP**;

confStart = (r_0, φ_0) – конфигурация начальной точки,

где r_0 – координаты начальной точки, м; φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;

H – смещение новой траектории; $H > 0$ – смещение вправо, $H < 0$ – смещение влево, м;

U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с.

На рисунке 3.2.2 представлен вариант исполнительной траектории перехода на параллельный курс, наибольший по количеству путевых примитивов при $|H| > H_0$, где H_0 – длина хорды между начальной и конечной точками траектории, построенной макро $a\bar{f}i$ при $\Delta\varphi = 180^\circ$.

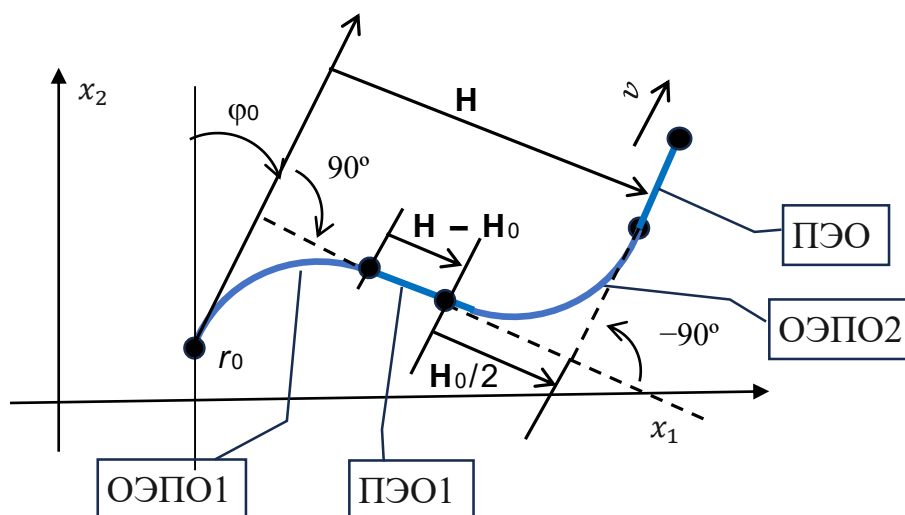


Рисунок. 3.2.2 – Исполнительная траектория сценария перехода на параллельный курс

Результат:

I_{Track} – код результата.

Mtr – исполнительный сценарий.

Последний элементарный отрезок (ЭО) – прямой отрезок длиной L , м.

$I_{Track} = 0$ при $|H| > H_{min}$, иначе $I_{Track} = 1$.

В программном обеспечении H_{min} согласовывается с $\Delta\varphi_{min}$.

Последний ЭО – прямой отрезок длиной L , м.

При $|H| \leq H_{min}$ результат: $I_{Track} = 1$ и Mtr , где исполнительная траектория $Mtr = \{\text{ПЭО}\}$. Предполагается, что необходимое смещение отработает авторулевой.

При $H_{min} < |H| < |H_0|$ результат: $I_{Track} = 0$, Mtr , где исполнительная траектория $Mtr = \{\text{ОЭПО1}, \text{ОЭПО2}, \text{ПЭО}\}$, где ОЭПО1 – траектории для изменения путевого угла на $\Delta\varphi$; ОЭПО2 – траектории для изменения путевого угла на $-\Delta\varphi$.

При $|H| > H_0$ результат: $lTrack = 0$, Mtr , где исполнительная траектория $Mtr = \{ОЭПО1, ПЭО1, ОЭПО2, ПЭО\}$, где длина ПЭО1 равна $|H| - |H_0|$; ОЭПО1 – траектории для изменения путевого угла на $\Delta\varphi$; ОЭПО2 – траектории для изменения путевого угла на $-\Delta\varphi$ при этом $|\Delta\varphi| = 90^\circ$.

3.2.3. Обратная траектория

Назначение: переход на обратную прямую траекторию.

Идентификатор макрокоманды: `alnv`.

Исходные данные:

Блоки данных: `dataControlP`, `executTrP` (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{\min}$ – элемент блока данных `executTrP`;

L – элемент блока данных `executTrP`;

`confStart` = (r_0, φ_0) – конфигурация начальной точки,

где r_0 – координаты начальной точки, м; φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;

H – боковое отклонение, м; $H > 0$ – отклонение вправо, иначе – влево;

U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с;

при $H = 0$, если `L180 = True`, то поворот направо, иначе – налево.

Алгоритм работы макро `alnv`

1. К `confStart` применяем макро `afi` с $\Delta j = \text{sgn}(H) \cdot 180$, где $\text{sgn}(H) = \{1 \text{ if } H \geq 0 \text{ else } -1\}$. Получаем исполнительную траекторию $Tr1$. В $Tr1$ отбрасываем последний ПЭО длиной L и получаем исполнительную траекторию $Tr2$ с конечной точкой $r1$.
2. К `confStart1` = $(r1, j_{fin})$ применить макро `alnv` с $H = -(r_{fin} - r1, e(j_{fin} + 90^\circ))$, где выражение в круглых скобках – скалярное произведение. Получаем исполнительную траекторию $Tr3$ сценария Mtr .

Результат:

$lTrack$ – код результата.

Mtr – исполнительный сценарий, полученный последовательным выполнением макро `afi` и `alnv`.

Последний ПЭО – прямой отрезок длиной L , м.

$lTrack = lTrackShift_tr \cdot 10 + lTrackChange_fi$.

Последний ЭО – прямой отрезок длиной L , м.

3.2.4. Новая прямая

Назначение: переход на новую прямую траекторию, начинающуюся в заданной точке r_{fin} .

Идентификатор макрокоманды: **aLtr**.

Исходные данные:

блоки данных: **dataControlP**, **executTrP** (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{min}$ – элемент блока данных **executTrP**;

L – элемент блока данных **executTrP**;

confStart = (r_0, φ_0) – конфигурация начальной точки, где r_0 – координаты начальной точки, м; φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;

confFinish = (r_{fin}, φ_{fin}) – конфигурация конечной точки;

r_{fin} – координаты начальной точки новой прямой траектории, м;

φ_{fin} – направление новой прямой траектории, град;

U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с.

Алгоритм работы макро **aLtr**

- К **confStart** = (r_0, φ_0) применить макро **afi** с $\Delta\varphi = \varphi_{fin} - \varphi_0$. Получаем исполнительную траекторию **Tr1**. В **Tr1** отбрасываем последний ПЭО длиной L и получаем исполнительную траекторию **Tr2** с конечной точкой r_1 .
К **confStart** = (r_1, φ_{fin}) применить макро **aH** с $H = (r_{fin} - r_1, e(\varphi_{fin} + 90^\circ))$, где выражение в круглых скобках – скалярное произведение;
 $e(\varphi_{fin} + 90^\circ)$ – единичный вектор в направлении $\varphi_{fin} + 90^\circ$.
Получаем исполнительную траекторию **Tr3**, в которой отбрасываем последний ПЭО длиной L и получаем исполнительную траекторию **Tr4** с конечной точкой r_2 .
if направление вектора $\Delta r = r_{fin} - r_2$ совпадает с направлением φ_{fin} ,
then к исполнительной траектории **Tr2** пристыковываем вектор Δr как ПЭО. Получаем траектории **Tr3**. К исполнительной траектории **Tr3** пристыковываем ПЭО длиной L . **ВЫХОД**.
- К **confStart** = (r_0, φ_0) применить макро **afi** с $\Delta\varphi = 180^\circ + \varphi_{fin} - \varphi_0$. Получаем исполнительную траекторию **Tr1**. В **Tr1** отбрасываем последний ПЭО длиной L и получаем исполнительную траекторию **Tr2** с конечной точкой r_1 .
К **confStart** = (r_1, φ_{fin}) применить **alnv** с $H = -(r_{fin} - r_1, e(\varphi_{fin} + 90^\circ))$, где выражение в круглых скобках – скалярное произведение.
Получаем исполнительную траекторию **Tr3**. В **Tr3** отбрасываем последний ПЭО длиной L и получаем исполнительную траекторию **Tr4**. Пусть r_2 – координаты конечной точки исполнительной траектории **Tr4**.

if направление вектора $\Delta r = r_{\text{fin}} - r_2$ совпадает с направлением φ_{fin} ,
then к исполнительной траектории Tr2 пристыковываем вектор Δr как ПЭО. Получаем траектории Tr3. К исполнительной траектории Tr3 пристыковываем ПЭО длиной L. **ВЫХОД**.

3. К исполнительной траектории Tr2 с конечной точкой r_1 пристыковываем вектор Δr как ПЭО и получаем Tr4. Пусть confStart1 конфигурация последней точки траектории Tr4. Применить alnv к confStart1. **ВЫХОД**.

На рисунке 3.2.3 представлен вариант выполнения макро aLtr, в котором необходимо выполнение пункта 3. Очевидно, что кривая r_0EF , построенная в пункте 1, задачу не решает. В построении пункта 2 вектор Δr выходит из точки B и приходит в точку r_{fin} . Δr имеет направление, противоположное направлению φ_{fin} . ПЭО AC имеет направление вектора Δr . ПЭО – прямой отрезок длиной L от точки r_{fin} и до точки D, который завершает исполнительную траекторию.

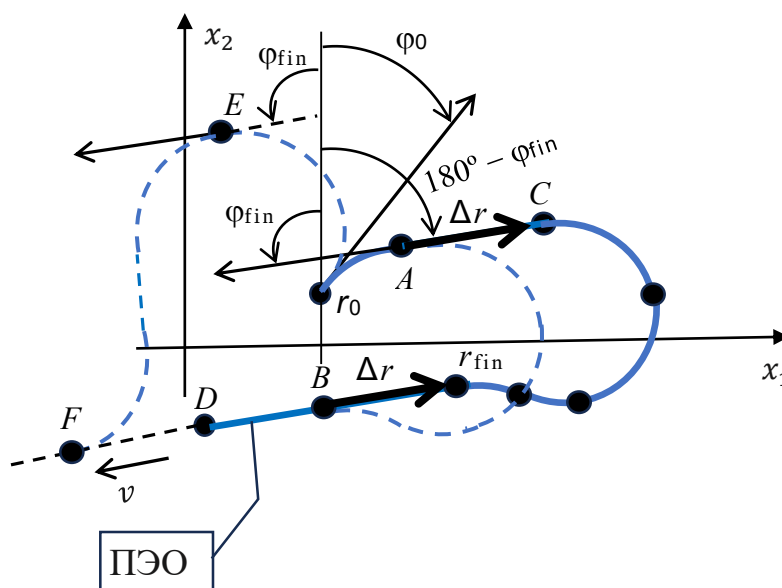


Рисунок. 3.2.3 – Вариант выполнения макро aLtr, в котором необходимо выполнение шага 3

Результат:

Траектория перехода всегда вписывается в луч $(r_{\text{fin}}, \varphi_{\text{fin}})$
 (по принципу тромбона).

Mtr – исполнительный сценарий.

$I\text{Track} = I\text{TrackShift_tr} \cdot 10 + I\text{TrackChange_fi}$.

3.2.5. Переход в заданную точку

Назначение: переход в заданную точку.

Идентификатор макрокоманды: **aP**.

Исходные данные:

блоки данных: **dataControlP**, **executTrP** (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{\min}$ – элемент блока данных **executTrP**;

L – элемент блока данных **executTrP**;

confStart = (r_0, φ_0) – конфигурация начальной точки; где r_0 – координаты начальной точки, м; φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;
 r_{fin} – координаты заданной точки, м;
 U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с.

Результат:

ITrack – код результата.

Mtr – исполнительный сценарий, полученный макро **aLtr** с параметром **confFinish**,

confFinish = $(r_{\text{fin}}, \varphi_{\text{fin}})$ – конфигурация конечной точки; где r_{fin} – координаты заданной точки, м; φ_{fin} – направление вектора $r_{\text{fin}} - r_0$.

3.2.6. Автоматизированное удерживание судна в круговой окрестности заданной точки

Назначение: максимизация времени удерживания судна в окрестности заданной точки при дефиците горючего.

Идентификатор макрокоманды: **aReten**.

Исходные данные:

расположение заданной точки (в географической или местной декартовой системе координат);

Rb – радиус круговой окрестности удерживания судна, м;

TReten – продолжительность выполнения команды, с;

Lrw – признак режима работы: **Lrw = False** – реальная работа (по умолчанию); **Lrw = True** – моделирование;

t_0 – время начала выполнения макро.

Рабочая переменная: t_s – текущее время.

Результат: вывод на дисплей сообщений для оператора.

Алгоритм

1. Ввести исходные данные.

2. Дрейфовать и в каждом цикле управления:

repeat

Рассчитать текущее расстояние от центра масс судна до заданной точки.

if текущее расстояние от центра масс судна больше R_b ,

then вывести на дисплей сообщение судоводителю: «Вне окрестности. $R_b = \text{XXXXX}$ м. Запустить двигатель!». XXXXX – числовое представление R_b . Перейти в пункт 4.

until $t_s - t_0 < T_{Reten}$

3. Остановить макро $aReten$ и вывести сообщение о прекращении выполнения этого макро.

4. Выполнить макрокоманду aP перехода в заданную точку.

5. Вывести на дисплей сообщение судоводителю: «В заданной точке: $['9999.9N']$, $['99999.9E']$ ». Остановить двигатель!». В прямоугольных скобках – текущие географические координаты судна.

6. Перейти в пункт 2.

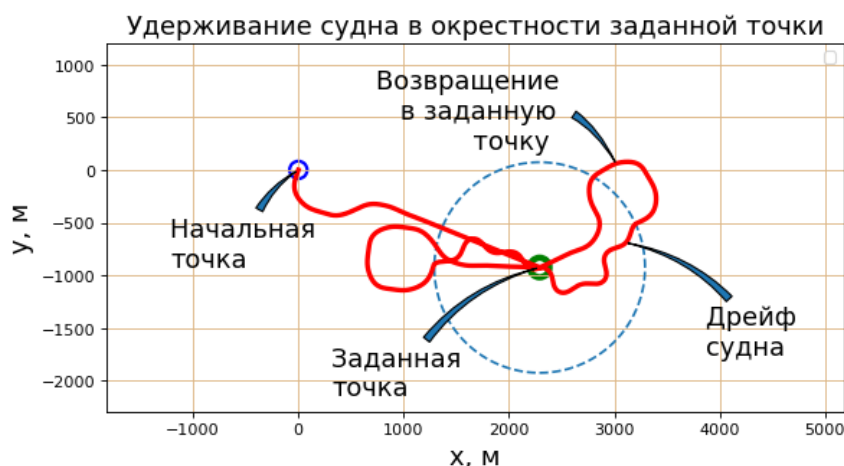


Рисунок 3.2.4 – Результат испытания выполнения макро $aReten$

На рисунке 3.2.4 представлен результат моделирования выполнения макрокоманды автоматизированного удерживания судна в круговой окрестности заданной точки. Пояснения:

- в начальной точке выполняется построение траектории перехода из текущего положения и курса судна в заданную точку;
- выполняется управляемый авторулевым переход в заданную точку, и двигатель останавливается судоводителем;
- моделируется случайный дрейф судна до пересечения им граничной окружности окрестности заданной точки. Выполняется построение траектории возвращения в заданную точку на основе текущего положения и курса судна;

– судоводитель запускает двигатель, и судно под управлением авторулевого возвращается в заданную точку и т. д.

3.2.7. Возврат на i -й элементарный отрезок исполнительной траектории миссии

Назначение: Возврат на i -й элементарный отрезок (ЭО) исполнительной траектории миссии (нумерация начинается с 0).

Идентификатор макрокоманды: Retrieval_i.

Исходные данные:

блоки данных: dataControlP, executTrP (см. приложение 1);

$\Delta\varphi_{\min}$ – элемент блока данных executTrP;

L – элемент блока данных executTrP;

eTr – исполнительная траектория;

confStart = (r_0, φ_0) – конфигурация начальной точки; где r_0 – координаты начальной точки, м; φ_0 – путевой угол в начальной точке, град;

r_{fin} – координаты заданной точки, м;

U_r – расчетная (заданная) продольная скорость судна, м/с.

Результат:

ITrack – код результата.

Mtr – исполнительный сценарий.

ITrack = 0, если решение найдено.

ITrack = -1, если $ibTr < 0$ или $nbTr - 1 < ibTr$.

3.3. О формировании исполнительной траектории миссии безэкипажного надводного аппарата

Постоянно расширяющееся использование подвижных роботов (ПР) для решения исследовательских и практических задач в окружающей среде повышает требования к методам и техническим решениям систем управления движением ПР. Повышение сложности миссий безэкипажных подвижных роботов вызывает усложнение и расширение функций пультов управления, используемых операторами ПР. В частности, управление движением ПР может быть усовершенствовано за счет планирования гладкой исполнительной траектории с целью достижения высокоскоростного и точного перемещения. Для обеспечения выполнения команд управления движением, требующих только непрерывного ускорения, исполнительная траектория должна иметь геометрическую непрерывность порядка 3 (обозначается символом « G^3 ») [55], т. е. траектория должна иметь в каждой точке касательный вектор, непрерывные кривизну и производную кривизны по длине кривой. В работе [55] показано, что

геометрическая непрерывность G^3 обеспечивается полиномиальными сплайнами 7-й степени (обозначаются как η^3 -сплайн). Использование полиномов пониженной степени повышает устойчивость вычислительного процесса. Поэтому использование η^2 -сплайнов с гладкостью G^2 может быть целесообразно с практической точки зрения. В АО «ЦНИИ „Курс“» разработана цифровая автоматизированная система управления движением безэкипажных надводных транспортных средств (СУ БНТС), которая обеспечивает построение гладких исполнительных траекторий для безэкипажных надводных аппаратов (БНА). В качестве путевых примитивов, из которых составляется исполнительная траектория миссии, используются η^2 -сплайны.

Определения, связанные с понятием «миссия»

Миссия – решение задачи обследования одной или нескольких областей акватории.

Сценарий миссии – точное описание (алгоритм) решения задачи обследования.

Формальный сценарий миссии (ФСМ) – список маршрутов перехода, формальных заданий на обследование областей и, возможно, список навигационных ограничений. Порядок прохождения судном элементов ФСМ задается их последовательностью в ФСМ.

Обозначения ФСМ: bScriptr [рад], bScript [м].

Значения префиксов и суффиксов:

b – базовый сценарий;

g – координаты географической системы координат (ГСК) в градусах;

r – координаты ГСК в радианах;

m – координаты местной системы координат (МСК) в метрах (иногда символ m опускается).

ФСМ задается оператором на электронной карте.

Исполнительный сценарий миссии (ИСМ) – гладкая исполнительная траектория (ИТ) и скорости перемещения судна на элементарных участках ИТ.

ИСМ – задающий сигнал для бортовой системы управления (БСУ) и результат работы алгоритма преобразования ФСМ в ИСМ.

Маршрут перехода (route) – список с первым элементом тегом «route», далее кортежи пар (координаты путевой точки, заданная скорость).

Координаты путевой точки – ndarray с shape = (2, 1).

Скорость, связанная с путевой точкой, – это заданная скорость на прямом отрезке, начинающемся в этой путевой точке, и на сопрягающей кривой.

Координаты путевых точек в МСК получаются преобразованием из ГСК. Размерность заданной скорости – метр в секунду.

Формальное задание на обследование области (zone) – кортеж с элементами (тег «zone», геометрия области обследования (rhomb), кортеж с параметрами задания на обследование области (maneuver)).

Геометрия области обследования (rhomb) в форме параллелограмма – кортеж координат трех вершин области обследования (A_1, A_2, A_3). A_1 и A_2 – начальная и конечная точки ближайшей к первому галсу границы области обследования, A_3 – вершина, следующая за вершиной A_2 (координаты в МСК).

В задании на обследование области по шаблону «ромашка» элемент rhomb не используется.

Параметры задания на обследование области (maneuver) – кортеж с элементами:

- 1) тег шаблона;
- 2) v_G – скорость на галсе, м/с;
- 3) v_P – скорость на переходе с галса на галс, м/с.

Следующие элементы кортежа: параметры соответствующего варианта шаблона.

«Газонокосилка» (тег шаблона «LM»):

- 4) H_g – расстояние между соседними галсами при $d = 0$, м;
- 5) d – смещение оси судна относительно середины зоны обзора, $d > 0$ при смещении оси судна вправо и наоборот, м.

«Ромашка» (тег шаблона «RI»):

- 4) r_0 – координаты центра, МСК;
- 5) d – смещение оси судна относительно середины зоны обзора, $d > 0$ при смещении оси судна вправо и наоборот, м;
- 6) φ_0 – направление первого галса, град;
- 7) L_g – длина галса, м;
- 8) $\Delta\alpha$ – приращение угла направления следующего галса, град;
- 9) kg – количество галсов.

«Циновка» (тег шаблона «CH»):

4) H_g – расстояние между первичными галсами, м;

5) d – смещение оси судна относительно середины зоны обзора, $d > 0$ при смещении оси судна вправо и наоборот, м;

6) H_gT – расстояние между вторичными (трансверсальными) галсами, м.

«Скользящий параллелограмм» (тег шаблона «SB»):

4) H_g – расстояние между галсами, м;

5) d – смещение оси судна относительно середины зоны обзора, $d > 0$ при смещении оси судна вправо и наоборот, м.

Список навигационных ограничений – список с элементами: тег «navLimits» и далее – навигационные ограничения.

Навигационное ограничение (НО) – это список координат вершин ломаной линии, задающей НО. Ломаная, задающая НО, может быть замкнутой. Координаты ломаной линии – `prarray` с `shape = (2, 1)`.

Структурная схема системы управления безэкипажным надводным аппаратом

Структурная схема системы управления БНА показана на рисунке 3.3.1. Система управления БНА – это комплекс, состоящий из выносного пульта управления (ВПУ), радиоканала обмена информацией, бортовой системы управления и навигации, а также датчиков обратной связи и исполнительных механизмов БНА.

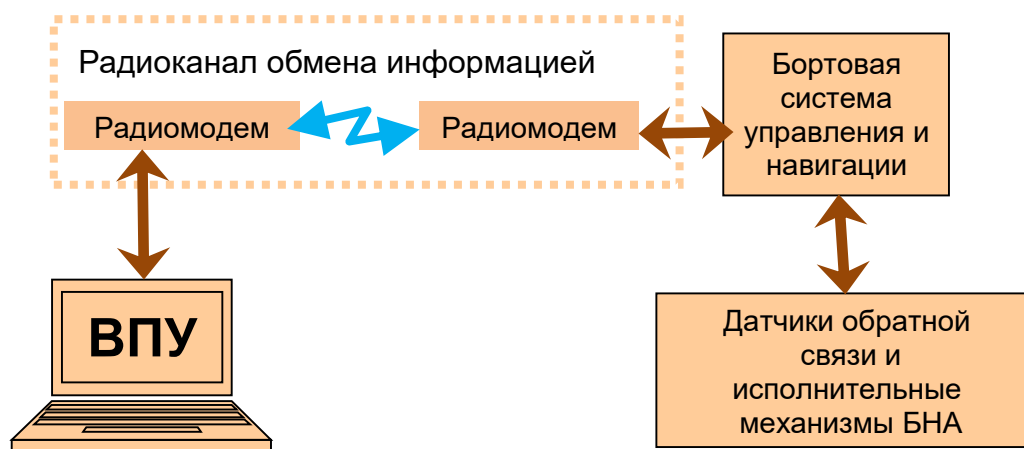


Рисунок 3.3.1 – Структурная схема системы управления БНА

Основные функции выносного пульта управления

Основные функции ВПУ:

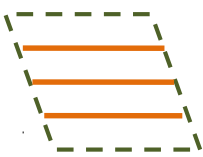
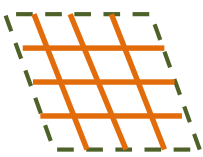
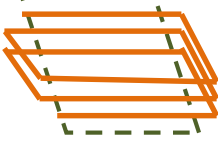
- разработка ФСМ оператором на карте;
- автоматическое преобразование формального сценария в исполнительный;
- прием телеметрии и отображение на дисплее текущего состояния процесса управления;
- передача в БСУ ИСМ, команд маневрирования и ручного управления;
- вывод изображения с видеокамеры, установленной на БНА.

Состав ФМС:

- путевые точки маршрутов перехода между базой и областями обследования;
- узловые точки, вид и атрибуты шаблона областей обследования;
- заданные скорости для маршрутов перехода и областей обследования;
- узловые точки НО.

Варианты шаблонов для траекторий обследования областей в форме параллелограмма (штриховой контур) и траектории обследования в заданной точке («ромашка») представлены в таблице 3.3.1, где LM, CH, SB и RI – теги шаблонов.

Таблица 3.3.1 – Варианты шаблонов для траекторий обследования областей

«Газонокосилка» LM	«Циновка» CH	«Скользкий параллелограмм» SB	«Ромашка» RI
			

Режимы управления движением, которые обеспечивает ВПУ:

- 1) автоматическое управление движением по исполнительной траектории сценария, заданного оператором ВПУ;
- 2) выполнение команд маневрирования:
 - изменение курса;
 - переход на параллельный курс;

- переход на новую прямую траекторию;
- возврат на исполнительную траекторию;
- расхождение с подвижным объектом;

3) ручное управление движением.

Отображение ФСМ и ИСМ на дисплее ВПУ

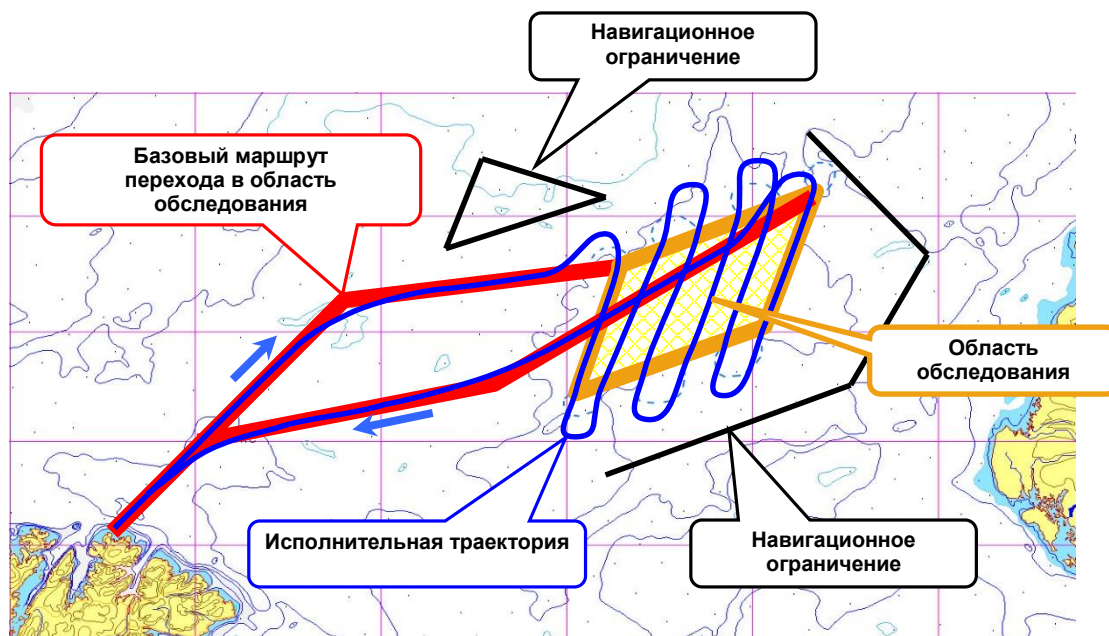


Рисунок 3.3.2 – Изображение ФСМ и ИСМ на дисплее ВПУ

На дисплее ВПУ отображается вся информация, необходимая для планирования миссии (рисунок 3.3.2). Исполнительная траектория с гладкостью G^2 обеспечивает выполнение всего сценария от выхода из базы до возврата на базу. На рисунке 3.3.2 область обследования просматривается по шаблону «газонокосилка». Навигационные ограничения могут быть или многоугольниками, или ломаными линиями.

Исполнительный сценарий миссии

Состав исполнительного сценария миссии:

- гладкая исполнительная траектория, являющаяся последовательностью ЭО;
- заданные скорости на каждом ЭО;
- списки указателей на опасные НО для каждого ЭО;
- НО в форме неравенств;
- система линейных неравенств, задающая зону безопасности вокруг судна.

Свойства исполнительной траектории

ЭО – это прямые отрезки или отрезки полиномиальных кривых в базисе Бернштейна. Исполнительная траектория имеет геометрическую гладкость G^2 , т.е. кривизна на всей траектории является непрерывной. Траектория с гладкостью G^2 наиболее близка к физически реализуемой траектории с гладкостью G^3 . При формировании исполнительной траектории ее кривизна выбирается с учетом ограничения на сигнал управления и с учетом модели движения судна. Поэтому судно может двигаться с минимальным отклонением от исполнительной траектории. Учет ограничения на сигнал управления позволяет обеспечивать запас по управлению для парирования случайных возмущающих воздействий.

Шаги преобразования базового сценария в исполнительный

1. Траектории переходов, заданные путевыми точками, преобразуются в последовательности ЭО.
2. Области обследования в соответствии с их шаблонами заполняются последовательностями ЭО и с помощью ЭО соединяются с траекториями переходов.
3. Вокруг ЭО строятся прямоугольные области безопасности, размеры которых определяются размерами и скоростью судна и оценкой точности движения судна по исполнительной траектории.
4. НО, заданные узловыми точками, преобразуются в системы линейных неравенств.
5. С помощью решения задачи линейного программирования для каждой пары {НО, область безопасности ЭО} составляются списки указателей на опасные НО для каждого ЭО.
6. С заданным запасом по расстоянию от борта судна строится система линейных неравенств, задающая зону безопасности.
7. Моделируется движение судна по исполнительной траектории.
8. При обнаружении опасного сближения судна с НО, выдается сообщение оператору ВПУ.

Примеры исполнительных траекторий, построенных ВПУ

Пример исполнительной траектории обследования акватории по шаблону «газонокосилка» показан на рисунке 3.3.3, по шаблону «ромашка» – на рисунке 3.3.4, по шаблону «циновка» – на рисунке 3.3.5, по шаблону «скользящий параллелограмм» – на рисунке 3.3.6.

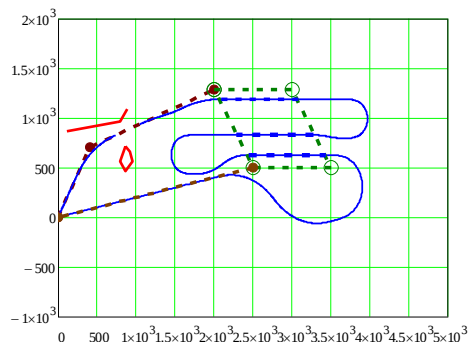


Рисунок 3.3.3 – Ось судна смещена относительно средней линии зоны обзора влево на 40 м

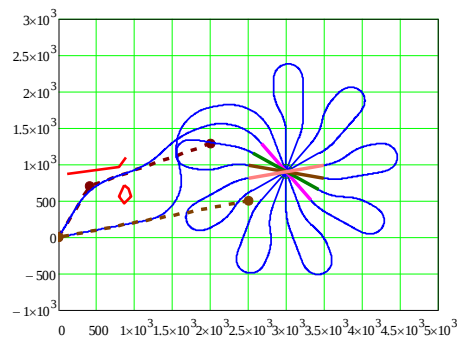


Рисунок 3.3.4 – Ось судна не смещена относительно средней линии зоны обзора

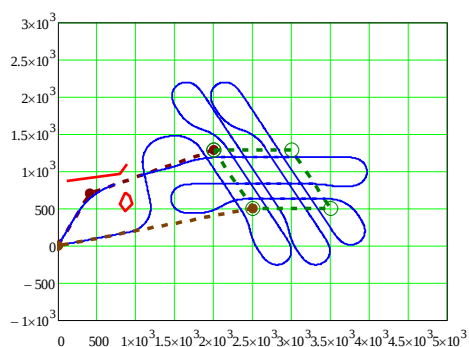


Рисунок 3.3.5 – Ось судна смещена относительно средней линии зоны обзора влево на 40 м

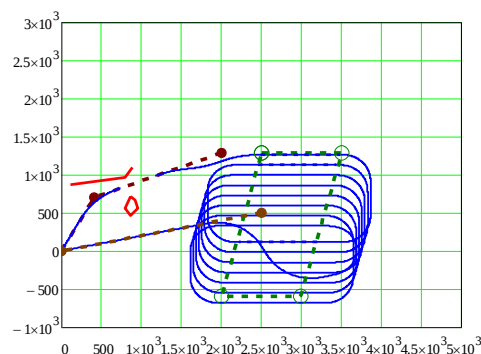


Рисунок 3.3.6 – Ось судна не смещена относительно средней линии зоны обзора

На рисунке 3.3.7 показана исполнительная траектория последовательного обследования двух областей по шаблонам «газонокосилка» и «ромашка».

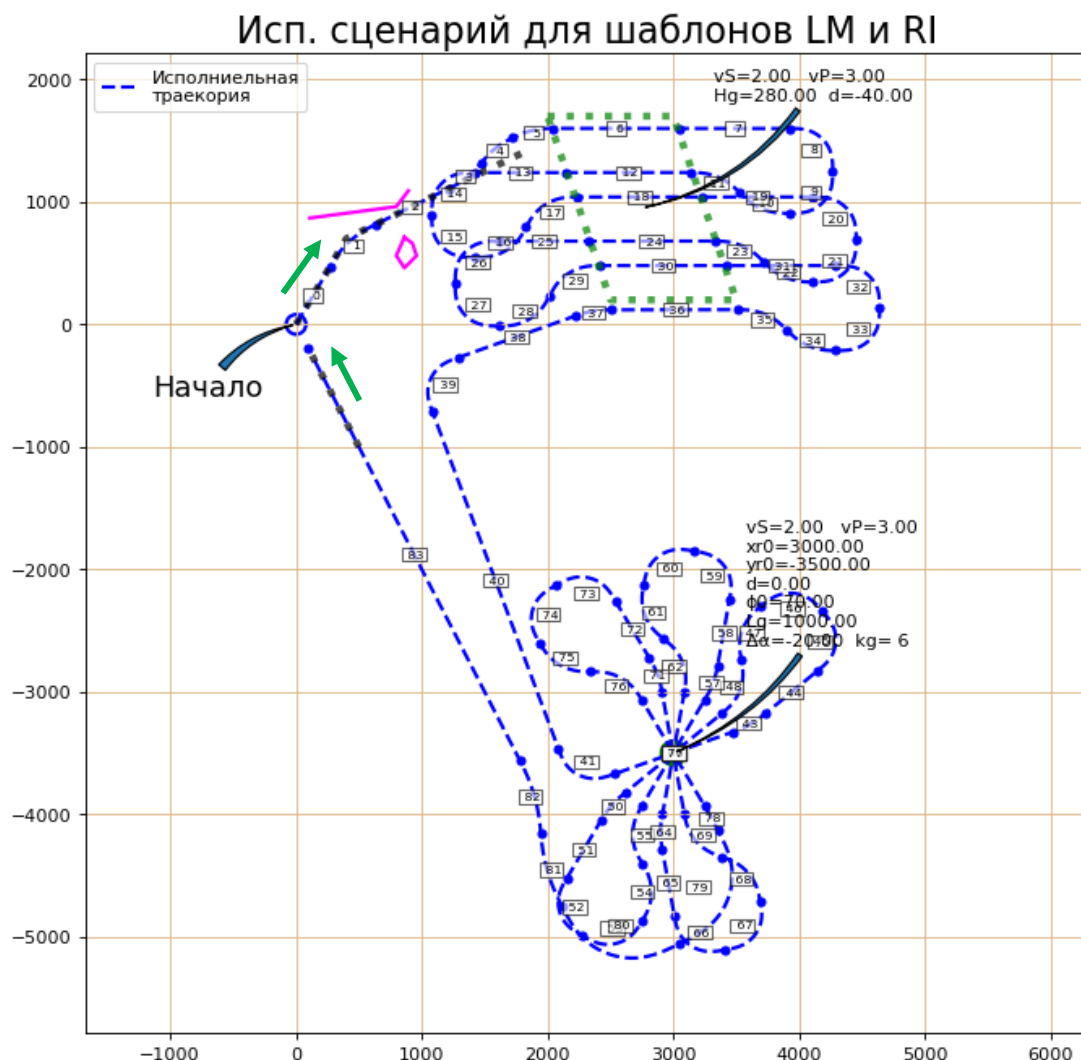


Рисунок 3.3.7 – Траектория исполнительного сценария обследования двух областей по шаблонам «газонокосилка» и «ромашка»

На рисунке 3.3.7 построены траектории перехода из базы в область обследования по шаблону «циновка» и траектория возврата на базу из области обследования по шаблону «ромашка». Направления движения указаны стрелками. Траектория перехода из базы в область обследования по шаблону «циновка» построена с учетом навигационных ограничений, обозначенных ломаной линией и четырехугольником. Номера путевых примитивов указаны в прямоугольниках. Числовые параметры шаблонов распечатаны около концов стрелок.

Испытательный стенд системы управления БНТС представлен на рисунке 3.3.8.

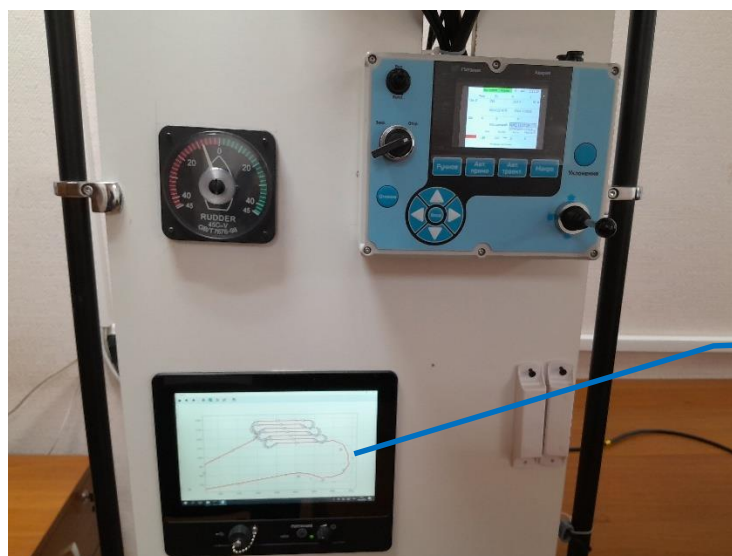


Рисунок 3.3.8 – Испытательный стенд системы управления БНТС во время обследования области по шаблону «газонокосилка»

Стендовые испытания ВПУ показали возможность выполнения всех заявленных функций ВПУ. В частности, обеспечивается формирование исполнительных траекторий для четырех шаблонов обследования акватории. Качество сформированных алгоритмами ВПУ исполнительных траекторий подтверждается тем, что моделирование движения БНА по ним дало среднеквадратическое отклонение меньше 0,5 м.

4. Применение параметрических полиномиальных кривых в качестве исполнительных траекторий

4.1. Построение законов управления скоростью перемещения изображающей точки и направлением вектора скорости объекта, обеспечивающих движение объекта по криволинейной траектории

В задачах перемещения объекта по заданной криволинейной траектории в основном используется подход, основанный на измерении текущего отклонения объекта от заданной траектории и выработке управляющего воздействия, парирующего это отклонение. При таком подходе возникает необходимость в определении величины отклонения объекта от заданной траектории. Если в качестве величины отклонения принимать проекцию текущего положения объекта на заданную траекторию, то область допустимых начальных положений объекта ограничена трубой (или полосой в двумерном случае), окружающей заданную траекторию, с радиусом, меньшим, чем минимальный радиус кривизны заданной траектории [52]. В статьях [52, 48] предложен подход к определению текущего отклонения объекта от заданной траектории, полностью снимающий указанное ограничение. Подход основан на вычислении расстояния от текущего положения объекта до изображающей точки на заданной траектории, перемещающейся согласованно с перемещением объекта. В указанных статьях предложены законы управления, обеспечивающие сходимость фактической траектории объекта к заданной траектории при времени, стремящемся к бесконечности. Однако в указанных статьях выводы соотношений (законов управления), задающих скорость перемещения изображающей точки и направление вектора скорости перемещения объекта, являются громоздкими. В данной работе упрощенный вывод указанных соотношений выполнен на основе матричных соотношений, представленных в приложении 4. Приложение 4 составлено на основе конспекта лекций [54].

Рассмотрим задачу управления движением на плоскости объекта, представляемого материальной точкой p (рисунок 4.1.1). Пусть необходимо, чтобы точка p двигалась как можно ближе к заданной траектории, представляемой гладкой кривой, которая описывается векторной функцией $p_d(\theta)$, зависящей от параметра θ . Абсолютная величина текущей скорости точки p относительно инерциальной системы координат $\{a\}$ обозначается U , а направление вектора скорости ψ . Пусть p_b – изображающая точка, перемещающаяся по заданной траектории с некоторой переменной скоростью U_b , имеющей направление ψ_b в системе координат $\{a\}$. Рассмотрим систему координат Серре – Френе $\{b\}$ с началом, совпадающим с изображающей точкой

p_b , направление оси X_b совпадает с направлением мгновенной скорости перемещения точки p_b .

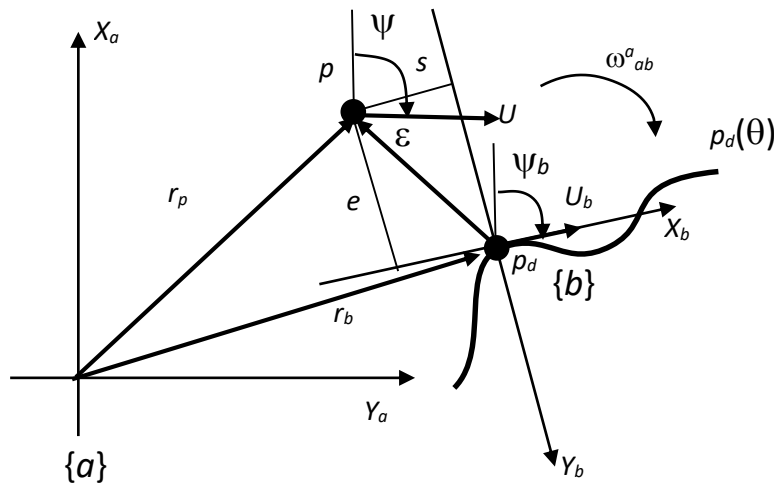


Рисунок 4.1.1 – Геометрическое представление условий задачи управления движением материальной точки по заданной траектории

Рассмотрим вектор ε , соединяющий изображающую точку p_b и точку p :

$$\varepsilon = r_p - r_b. \quad (4.1.1)$$

Согласно обозначениям, введенным в приложении 4, представим вектор ε в координатной системе $\{b\}$:

$$\varepsilon_{bp}^b = \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix}. \quad (4.1.2)$$

Очевидно, что условие задачи будет выполнено, если будет выполняться условие, где $\|\varepsilon\|$ – норма вектора ε :

$$\|\varepsilon\| \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty. \quad (4.1.3)$$

В этой задаче управляющими параметрами являются U_b и ψ . Следовательно, надо найти такие законы изменения U_b и ψ , чтобы выполнялось соотношение (4.1.3).

Краткое изложение метода функций Ляпунова. Нулевое решение дифференциального уравнения будет асимптотически устойчивым, если существует положительно определенная, радиально неограниченная, непрерывно дифференцируемая функция V , такая, что $\dot{V}$ – отрицательно определенная функция на решениях этого уравнения.

Асимптотическая устойчивость нулевого решения дифференциального уравнения $\dot{\varepsilon} = f(\varepsilon, t)$ обеспечивает выполнение условия (4.1.3), где $\dot{\varepsilon}$ – скорость изменения вектора ε .

Рассмотрим положительно определенную, радиально неограниченную, непрерывно дифференцируемую функцию V_ε и ее производную по времени $\dot{V}_\varepsilon$:

$$V_\varepsilon = \frac{1}{2} \varepsilon^T \varepsilon = \frac{1}{2} (s^2 + e^2), \quad (4.1.4)$$

$$\dot{V}_\varepsilon = \varepsilon^T \dot{\varepsilon}. \quad (4.1.5)$$

V_ε будем использовать в качестве функции Ляпунова. Найдем выражение $\dot{V}_\varepsilon$ через исходные данные задачи.

Вначале найдем выражение для скорости изменения вектора ε с помощью транспортной теоремы (см. приложение 4). Непосредственно из транспортной теоремы получаем выражение для скорости перемещения точки p в системе координат $\{a\}$:

$$V_{ap}^a = V_{ab}^a + R_b^a (\dot{\varepsilon}_{bp}^b + S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b). \quad (4.1.6)$$

Умножаем выражение (4.1.6) на матрицу преобразования координат вектора из системы $\{a\}$ в систему $\{b\}$:

$$R_a^b V_{ap}^a = R_a^b V_{ab}^a + R_a^b R_b^a (\dot{\varepsilon}_{bp}^b + S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b), \quad (4.1.7)$$

$$V_{ap}^b = V_{ab}^b + \dot{\varepsilon}_{bp}^b + S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b. \quad (4.1.8)$$

После элементарных преобразований получаем выражение для скорости изменения вектора ε :

$$\dot{\varepsilon}_{bp}^b = V_{ap}^b - V_{ab}^b - S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b. \quad (4.1.9)$$

Для производной функции Ляпунова получаем следующее выражение:

$$\dot{V}_\varepsilon = (\varepsilon_{bp}^b)^T (V_{ap}^b - V_{ab}^b - S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b). \quad (4.1.10)$$

Так как матрица $S(\omega_{ab}^a)$ кососимметричная, то $(\varepsilon_{bp}^b)^T \cdot S(\omega_{ab}^a) \cdot \varepsilon_{bp}^b = 0$.

Рассмотрим координатное представление вектора скорости изображающей точки V_{ab}^b и вектора скорости точки p V_{ap}^b в системе $\{b\}$:

$$V_{ab}^b = \begin{bmatrix} U_b \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.1.11)$$

$$V_{ap}^b = \begin{bmatrix} U \cdot \cos(\psi - \psi_b) \\ U \cdot \sin(\psi - \psi_b) \end{bmatrix}. \quad (4.1.12)$$

Выполнив матричные вычисления, получаем выражение для производной функции Ляпунова $\dot{V}_\varepsilon$:

$$\dot{V}_\varepsilon = s \cdot (U \cdot \cos(\psi - \psi_b) - U_b) + e \cdot U \cdot \sin(\psi - \psi_b). \quad (4.1.13)$$

Теперь необходимо обеспечить отрицательную определенность функции V_ε .

Для вычисления абсолютной величины скорости перемещения изображающей точки U_b можно использовать следующее выражение:

$$U_b = U \cdot \cos(\psi - \psi_b) + \gamma \cdot s, \quad (4.1.14)$$

где γ – положительное число.

$$\dot{V}_\varepsilon = -\gamma \cdot s^2 + e \cdot U \cdot \sin(\psi - \psi_b). \quad (4.1.15)$$

Для обеспечения отрицательной определенности функции V необходимо обеспечить неположительность второго слагаемого из выражения (4.1.15). Для рассматриваемой материальной точки мы не будем учитывать ее инерционные свойства и будем считать, что фактическое направление ее скорости ψ совпадает с заданным направлением ψ_d . Очевидно, что при большой абсолютной величине бокового смещения e вектор скорости точки p должен быть направлен к заданной траектории, а при движении по заданной траектории ψ_d должен совпадать с направлением вектора скорости изображающей точки ψ_b . Указанную зависимость может обеспечить, например, следующее выражение [52]:

$$\psi_d - \psi_b = \arctan\left(-\frac{e}{\Delta}\right), \quad (4.1.16)$$

где Δ – параметр, который определяет форму траектории подхода материальной точки к заданной траектории движения.

Используя соотношение $\sin(\alpha) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2(\alpha)}}$, для производной функции Ляпунова получаем выражение

$$\dot{V}_\varepsilon = -\gamma \cdot s^2 - \frac{U \cdot e^2}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}}. \quad (4.1.17)$$

При использовании соотношения (4.1.14) для управления абсолютной величиной скорости перемещения изображающей точки и соотношения (4.1.16) для управления направлением вектора скорости точки p функция $\dot{V}_\varepsilon$ (4.1.17) является отрицательно определенной функцией и $\varepsilon \equiv 0$ – асимптотически устойчивое решение дифференциального уравнения (4.1.7). Следовательно, получены два закона управления, обеспечивающие асимптотическую сходимость фактической траектории движения точки к заданной траектории:

$$U_b = U \cdot \cos(\psi_d - \psi_b) + \gamma \cdot s, \quad (4.1.18)$$

$$\psi_d = \arctan\left(-\frac{e}{\Delta}\right) + \psi_b. \quad (4.1.19)$$

Для проведения вычислительного эксперимента по проверке работоспособности законов управления (4.1.18), (4.1.19) составим систему дифференциальных уравнений, описывающих процесс вывода точки на заданную плоскую криволинейную траекторию и движения точки по этой траектории.

Используем выражение (4.1.16) для вычисления скорости перемещения изображающей точки U_b :

$$U_b = \frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s. \quad (4.1.20)$$

Запишем уравнение (4.1.9), используя выражения (4.1.11), (4.1.12), (4.1.30), с учетом принятых законов управления (4.1.18), (4.1.19):

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} \\ U \cdot \frac{-e}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U \cdot \frac{\Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ab}^a \\ \omega_{ab}^a & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix}, \quad (4.1.21)$$

где ω_{ab}^b – длина вектора угловой скорости поворота системы координат $\{b\}$.

Пусть $c(\theta)$ – кривизна кривой $p_d(\theta)$ в точке, соответствующей текущему значению параметра θ , тогда абсолютная величина угловой скорости ω_{ab}^b может быть представлена выражением

$$\omega_{ab}^a = c(\theta) \cdot \left(\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \right). \quad (4.1.22)$$

Так как θ – параметр, определяющий положение изображающей точки на заданной траектории движения, то его необходимо использовать в процессе управления. Поэтому нам необходимо выяснить зависимость между скоростью U_b и соответствующей скоростью изменения параметра $\dot{\theta}$:

$$U_b = \frac{dp_d(\theta(t))}{dt} = \left| \frac{dp_b}{d\theta} \right| \cdot \frac{d\theta}{dt}, \quad (4.1.23)$$

$$\dot{\theta} = \frac{U_b}{\sqrt{\left(\frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}}. \quad (4.1.24)$$

Используя соотношение (4.1.14), получаем следующее выражение для скорости изменения параметра θ :

$$\dot{\theta} = \frac{U \cdot \cos(\psi - \psi_b) + \gamma \cdot s}{\sqrt{\left(\frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}}. \quad (4.1.25)$$

Можно отметить, что последнее выражение не имеет точек сингулярности на любой гладкой кривой.

Используя выражение (4.1.19) для скорости изменения параметра θ , получаем следующее выражение:

$$\dot{\theta} = \frac{\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s}{\sqrt{\left(\frac{dp_{dx}}{d\theta} \right)^2 + \left(\frac{dp_{dy}}{d\theta} \right)^2}}. \quad (4.1.26)$$

Окончательно получаем следующую систему (4.1.26) дифференциальных уравнений, описывающую отклонение точки от заданной траектории движения при работе замкнутой системы управления движением этой точки:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\gamma \cdot s + c(\theta) \cdot \left(\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \right) \cdot e, \\ \dot{e} = \frac{-U \cdot e}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} - c(\theta) \cdot \left(\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s \right) \cdot s, \\ \dot{\theta} = \frac{\frac{U \cdot \Delta}{\sqrt{e^2 + \Delta^2}} + \gamma \cdot s}{\sqrt{\left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dp}{dy} \right)^2}}, \end{cases} \quad (4.1.27)$$

В приложении MathCAD было выполнено моделирование работы замкнутой системы управления, использующей законы управления (4.1.18), (4.1.19). Задача системы управления состоит в том, что необходимо объект, находящийся не на заданной траектории, вывести на заданную траекторию и вести по этой траектории. Заданная траектория – полиномиальная кривая $P_d(\theta)$ с двумерными коэффициентами, умножаемыми на базисные полиномы Бернштейна степени 3, а θ – скалярный параметр, изменяющийся в диапазоне от 0 до 1:

$$P_d(\theta) = \begin{bmatrix} -1 \cdot 10^3 \\ -3 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \cdot (1 - \theta)^3 + \begin{bmatrix} 1,032 \cdot 10^3 \\ -3,74 \cdot 10^3 \end{bmatrix} 3\theta(1 - \theta)^2 + \begin{bmatrix} 0 \\ -623,29 \cdot 10^3 \end{bmatrix} 3\theta^2(1 - \theta). \quad (4.1.28)$$

Параметры законов управления: $\gamma = 0,05, \Delta = 100$.

Абсолютная величина скорости материальной точки (м/с): $U = 4$.

Начальные положения точек А и В (соответственно) в инерциальной системе координат:

$$r_0 = \begin{bmatrix} -500 \\ -3700 \end{bmatrix}, r_0 = \begin{bmatrix} -500 \\ -2500 \end{bmatrix}.$$

Начальное значение параметра θ : $\theta_0 = 0,05$.

Траектории вывода точки из начальных положений А и В на заданную траекторию движения и движение по заданной траектории показаны на рисунке 4.1.2.

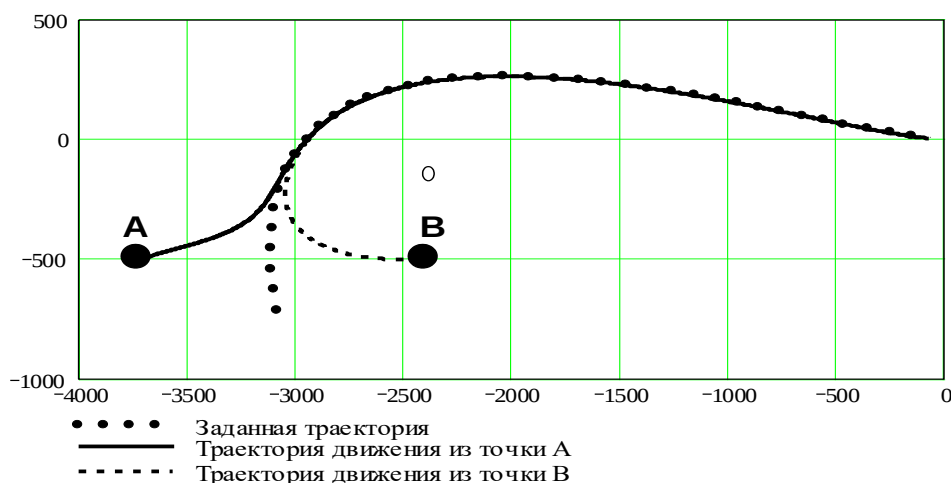


Рисунок 4.1.2 – Результаты двух расчетов траекторий движения точки из начального положения А и В под управлением законов (4.1.18), (4.1.19)

Выводы

Представленная в работе методика построения законов управления движением объекта по заданной криволинейной траектории может быть основой для разработки алгоритмов управления движением на плоскости и в трехмерном пространстве, учитывающих инерционные свойства объекта управления. Описанная методика может быть первым шагом при разработке алгоритмов управления движением по методике обратных шагов (backstepping). Вычислительный эксперимент продемонстрировал работоспособность законов управления (4.1.18), (4.1.19) при выводе объекта на криволинейную траекторию, заданную полиномиальной кривой, и перемещении объекта по этой траектории.

4.2. Разработка адаптивного алгоритма управления движением судна по криволинейной траектории с помощью бэкстеппинга

Задача построения адаптивных алгоритмов управления движением судов является актуальной по следующим причинам. Судно находится на границе раздела сред, поэтому изменение осадки, дифферента, крена или глубины приводит к изменению уравнений движения судна [30]. Для транспортных судов характерно значительное изменение осадки в процессе эксплуатации. Устойчивое на курсе судно может стать неустойчивым. При движении судов по рекам, в портах, в районах гидротехнических сооружений необходимо осуществлять точное автоматизированное движение по криволинейным траекториям.

Задача стабилизации судна на криволинейной траектории рассматривалась в ряде работ. Переход судна с одного прямолинейного участка на другой по дуге

окружности в системе «Бирюза» осуществляется с помощью автоматического удерживания заданной угловой скорости поворота судна [35]. Величина заданной угловой скорости рассчитывается по средней скорости хода с использованием специальных таблиц, что не может обеспечить точное движение судна по заданной дуге окружности из-за отсутствия учета текущих параметров модели движения судна.

В работе [27] предложен подход к синтезу оптимального закона управления при стабилизации судна на криволинейной траектории в условиях ветро-волновых возмущений. Однако этот подход работает только вблизи заданной криволинейной траектории, так как при значительных отклонениях от заданной траектории возможно появление сингулярности при пересечении судном какого-либо центра кривизны криволинейной траектории.

В [30] разработан алгоритм параметрической адаптации пропорционально-дифференциального закона управления движением судна, основанный на информации о текущих значениях показателей качества управления. В этой работе стабилизация движения судна на криволинейной траектории не рассматривалась.

В книге [42] рассмотрены два метода стабилизации движения судна на криволинейной траектории, которые обеспечивают стремление к нулю бокового отклонения судна: метод на основе ПИД закона управления и метод на основе линейно-квадратичной задачи управления. Однако оба представленных метода используют линейные модели движения судна, что не позволяет в полной мере учесть динамические свойства судна и, следовательно, может приводить к понижению качества управления.

В работе [13] представлена методика построения закона управления движением при стабилизации объекта на заданной криволинейной траектории. Методика гарантирует отсутствие сингулярностей в процессе управления, но она учитывает только кинематику задачи управления и не учитывает инерционные свойства объекта управления. Указанная методика построения закона управления может быть использована как первый шаг при построении адаптивного алгоритма стабилизации движения судна на криволинейной траектории на основе нелинейной модели движения судна. Нелинейная модель движения может описывать неустойчивое на курсе судно. Поэтому далее будет рассматриваться нелинейная модель движения судна.

Для построения алгоритма стабилизации применяется метод бэкстеппинга (backstepping), так как он позволяет разрабатывать адаптивные законы управления при непосредственном использовании нелинейной модели объекта управления и обладает робастностью [25]. Иногда свойство робастности алгоритма управления может позволить отказаться от процесса адаптации.

Подробное описание метода бэкстеппинга с применением его к разработке адаптивных систем управления дано в работах [25, 47].

Схема метода бэкстеппинга. Упорядочим систему дифференциальных уравнений, описывающую процесс управления, так, что начальные уравнения будут определять выходные переменные, а последним будет уравнение, содержащее управляющую переменную. Пусть мы для нескольких начальных уравнений и некоторой промежуточной переменной, условно объявленной управляющей, знаем некоторый промежуточный закон управления, т. е. эта группа уравнений охвачена некоторой обратной связью. Если уравнения, не охваченные обратной связью, имеют треугольную структуру [47, 33], то метод попятного синтеза управления позволяет модифицировать уже известный промежуточный закон управления и включить в группу уравнений, охваченных обратной связью, еще одно уравнение и т. д.

Построение адаптивного алгоритма управления

Пусть необходимо, чтобы центр масс p судна (рисунок 4.2.1) двигался как можно ближе к заданной траектории, представляемой гладкой кривой. Заданная траектория описывается векторной функцией $p_d(u)$, зависящей от параметра u . Векторная функция $p_d(u)$ должна иметь покомпонентные производные второго порядка. Абсолютная величина текущей скорости судна относительно инерциальной системы координат $\{a\}$ обозначается U , а направление вектора скорости – φ . Пусть B – изображающая точка, перемещающаяся по заданной траектории с некоторой переменной скоростью U_B , имеющей направление φ_B в системе координат $\{a\}$. Рассмотрим систему координат Серре – Френе $\{b\}$ с началом, совпадающим с изображающей точкой B , с направлением оси X_b , совпадающим с направлением мгновенной скорости перемещения точки B .

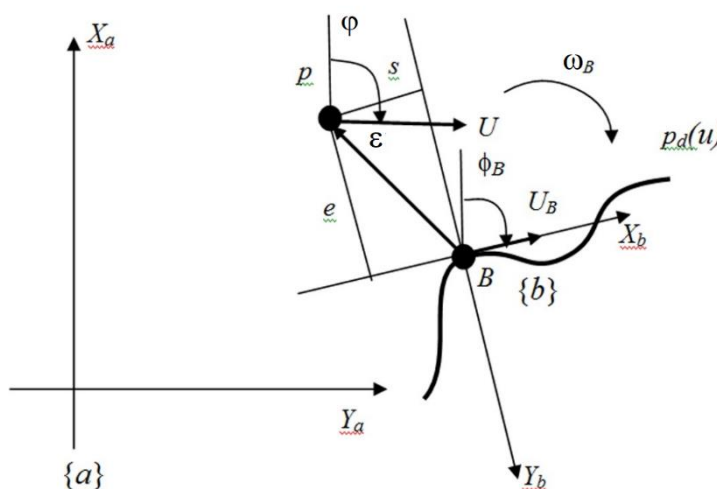


Рисунок 4.2.1 – Геометрическое представление условий задачи управления движением судна по заданной траектории

Рассмотрим вектор ε , соединяющий изображающую точку B и точку p . Представим вектор ε в координатной системе $\{b\}$:

$$\varepsilon_{b,p}^b = \begin{bmatrix} s \\ e \end{bmatrix}.$$

Траектория движения точки p будет сходиться к заданной траектории, если будет выполняться условие

$$\|\varepsilon_{b,p}^b\| \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty,$$

где $\|\varepsilon_{b,p}^b\|$ – норма вектора $\varepsilon_{b,p}^b$.

В разделе 4.1 получено векторное дифференциальное уравнение

$$\dot{\varepsilon}_{b,p}^b = V_{a,p}^b - V_{a,b}^b - S(\omega_{a,b}^b) \cdot \varepsilon_{b,p}^b, \quad (4.2.1)$$

где $V_{a,p}^a$ – вектор скорости точки p в системе $\{b\}$;

$V_{a,b}^b$ – вектор скорости начала координат системы Серре – Френе;

$\omega_{a,b}^b = (0 \quad 0 \quad \omega_B)^T$ – вектор скорости поворота системы $\{b\}$ относительно системы $\{a\}$ с угловой скоростью ω_B ;

$S(\omega_{a,b}^b)$ – матрица, обеспечивающая вычисление координат вектора линейной скорости точки p , обусловленной вращением системы $\{b\}$ относительно системы $\{a\}$.

Учитывая, что $\omega_B = c(u)U_B$, векторное дифференциальное уравнение можно преобразовать в систему скалярных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= U \cos(\varphi - \varphi_B) - U_B + c(u)U_B e, \\ \dot{e} &= U \sin(\varphi - \varphi_B) - c(u)U_B s, \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

где $c(u)$ – кривизна траектории $p_d(u)$.

В работах [13, 52] показано, что если в качестве функции Ляпунова использовать функцию

$$V_1 = \frac{1}{2}(s^2 + e^2),$$

то закон управления скоростью перемещения изображающей точки

$$U_B = U \cos(\varphi - \varphi_B) + k_1 s, \quad (4.2.3)$$

где k_1 – положительная константа,

и закон управления направлением вектора скорости объекта

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{e}{\Delta}\right) + \varphi_B \quad (4.2.4)$$

теоретически обеспечивают вывод объекта управления на заданную траекторию и стабилизацию движения объекта на этой траектории. В процессе управления для перемещения изображающей точки используется уравнение

$$\dot{u} = \frac{U_B}{\sqrt{\left(\frac{dp_{dx}}{du}\right)^2 + \left(\frac{dp_{dy}}{du}\right)^2}}, \quad (4.2.5)$$

где p_{dx} и p_{dy} – координаты изображающей точки в системе координат $\{a\}$.

Уравнения (4.2.2) кинематические и не учитывают динамические свойства объекта управления. Для того чтобы построить алгоритм управления движением судна, дополним уравнения (4.2.2) уравнениями модели движения судна:

$$\dot{\varphi} = \omega, \quad (4.2.6a)$$

$$\dot{\omega} = b\delta + \Phi(\omega)^T \theta, \quad (4.2.6b)$$

где $\Phi(\omega)$ – вектор-функция (функции-элементы могут быть нелинейными); ω – угловая скорость поворота корпуса судна; θ – вектор параметров модели движения судна; b – параметр модели движения судна; δ – угол отклонения руля от нейтрального положения.

В модели движения судна (4.2.6) предполагается, что угол дрейфа равен нулю.

Уравнения (4.2.6) имеют треугольную структуру и, следовательно, для построения закона управления можно применить метод попятного синтеза управления. Для построения адаптивного алгоритма управления движением судна по заданной траектории применим методику, изложенную в главе 4 книги [26].

Первый шаг метода бэкстеппинга. Если принимать во внимание динамические свойства судна, то в процессе управления направление вектора скорости судна φ будет отличаться от предписываемого выражением (4.2.4) и может быть представлено следующим выражением:

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{e}{\Delta}\right) + \varphi_B + z_1, \quad (4.2.7)$$

где z_1 – новая переменная, представляющая отклонение значения промежуточной управляющей переменной φ от предписываемого промежуточным законом управления (4.2.4).

Предполагаем, что боковые отклонения судна от заданной траектории имеют небольшую величину, а если возникло значительное отклонение, то возврат на заданную траекторию выполняется по вновь рассчитанной гладкой кривой. Поэтому далее будем использовать упрощенное выражение для направления вектора скорости судна:

$$\varphi = -\gamma_1 \frac{e}{\Delta} + \varphi_B + z_1, \quad (4.2.8)$$

где γ_1 – коэффициент для согласования размерности.

Для стабилизации судна на криволинейной траектории необходимо обеспечить стремление к нулю переменной z_1 .

Подставим выражение (4.2.3) в производную от функции Ляпунова V_1 и получаем

$$\dot{V}_1 = -k_1 s^2 + eU \sin(\varphi - \varphi_B). \quad (4.2.9)$$

Используя выражение (4.2.8), выполним преобразование функции (4.2.9):

$$\dot{V}_1 = -k_1 s^2 + eU \sin\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \cos(z_1) + eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \sin(z_1). \quad (4.2.10)$$

Для обеспечения отрицательной определенности второго слагаемого выражения (4.2.10) необходимо, чтобы выполнялось условие

$$|z_1| < \frac{\pi}{2}.$$

Для обеспечения стремления к нулю переменной z_1 в процессе управления дополним функцию Ляпунова v_1 слагаемым $\gamma_2 \frac{1}{2} z_1^2$. В результате получаем новую функцию v_2 :

$$V_2 = \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2} e^2 + \gamma_2 \frac{1}{2} z_1^2,$$

где γ_2 – положительная константа для согласования размерности слагаемых.

Слагаемые производной функции v_2 , которые являются отрицательно определенными, обозначим символом $\dot{V}_1$:

$$\dot{V}_1 = -k_1 s^2 + eU \sin\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \cos(z_1).$$

Для производной функции v_2 получаем выражение

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \sin(z_1) + \gamma_2 z_1 \dot{z}_1. \quad (4.2.11)$$

Из соотношения (4.2.8) получаем выражение для производной переменной z_1 :

$$\dot{z}_1 = \dot{\phi} - \dot{\phi}_B + \gamma_1 \frac{\dot{e}}{\Delta}.$$

Используя выражение (4.2.6a) и обозначение ω_B для угловой скорости ϕ_B получаем

$$\dot{z}_1 = \omega - \omega_B + \gamma_1 \frac{\dot{e}}{\Delta}. \quad (4.2.12)$$

Подставим выражение (4.2.12) в (4.2.11):

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \sin(z_1) + \gamma_2 z_1 \left(\omega - \omega_B + \gamma_1 \frac{\dot{e}}{\Delta}\right). \quad (4.2.13)$$

В качестве новой промежуточной управляющей переменной принимаем скорость поворота корпуса судна ω . Рассмотрим выражение для управляющей переменной ω , аналогичное выражению (4.2.7) для направления вектора скорости судна:

$$\omega = \alpha_1 + \omega_B + z_2, \quad (4.2.14)$$

где α_1 – функция, которая обеспечивает стремление к нулю переменной z_1 в процессе управления;

z_2 – отклонение действительной величины $\omega - \omega_B$ от значения функции α_1 .

Подставим соотношение (4.2.14) в (4.2.13):

$$\dot{V}_2 = \dot{\check{V}}_1 + eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \sin(z_1) + \gamma_2 z_1 \alpha_1 + \gamma_2 z_1 z_2 + \gamma_2 z_1 \gamma_1 \frac{e}{\Delta}.$$

Для того чтобы функция α_1 обеспечивала стремление к нулю переменной z_1 в процессе управления, должно выполняться соотношение

$$-k_2 z_1^2 = eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \sin(z_1) + \gamma_2 z_1 \alpha_1 + \gamma_2 z_1 \gamma_1 \frac{e}{\Delta}, \quad (4.2.15)$$

где k_2 – положительная константа.

Из соотношения (4.2.15) получаем выражение для функции α_1 :

$$\alpha_1 = -\frac{k_2}{\gamma_2} z_1 - \frac{1}{\gamma_2} eU \cos\left(-\gamma_1 \frac{e}{\Delta}\right) \frac{\sin(z_1)}{z_1} - \gamma_1 \frac{e}{\Delta}. \quad (4.2.16)$$

С учетом формулы (4.2.16) для производной функции V_2 получаем выражение, которое необходимо для обеспечения стремления к нулю переменной z_1 в процессе управления:

$$\dot{V}_2 = \dot{\check{V}}_1 - k_2 z_1^2 + \gamma_2 z_1 z_2.$$

Второй шаг метода бэкстеппинга. Для обеспечения стремления к нулю переменной z_2 в процессе управления дополним функцию Ляпунова V_2 слагаемым $\gamma_3 \frac{1}{2} z_2^2$. Для обеспечения адаптации вектора коэффициентов θ к истинным значениям дополним функцию Ляпунова V_2 слагаемым $\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$, где $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ – разность между вектором истинных значений коэффициентов θ и вектором оценок $\hat{\theta}$; Γ – квадратная положительно определенная матрица констант.

В результате получаем новую функцию Ляпунова V_3 :

$$V_3 = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}e^2 + \gamma_2 \frac{1}{2}z_1^2 + \gamma_3 \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}.$$

Слагаемые производной функции V_3 , которые являются отрицательно определенными, обозначим символом $\dot{V}_2$:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 - k_2 z_1^2.$$

Теперь для производной функции V_3 получаем выражение

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_2(\gamma_2 z_1 + \gamma_3 \dot{z}_2) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}. \quad (4.2.17)$$

Из соотношения (4.2.14) получаем выражение для производной по времени переменной z_2 :

$$\dot{z}_2 = \dot{\omega} - \dot{\omega}_B - \dot{\alpha}_1. \quad (4.2.18)$$

В выражении (4.2.18) заменим производную $\dot{\omega}$ на правую часть уравнения (4.2.6b) и учтем, что $\theta = \hat{\theta} + \tilde{\theta}$, имеем

$$\dot{z}_2 = b\delta + \Phi^T(\omega)(\hat{\theta} + \tilde{\theta}) - \dot{\omega}_B - \dot{\alpha}_1. \quad (4.2.19)$$

Для того чтобы за счет выбора функции δ обеспечивалось стремление к нулю переменной z_2 в процессе управления, должно выполняться соотношение (см. выражения (4.2.17) и (4.2.19)):

$$-k_3 z_2 = \gamma_2 z_1 + \gamma_3 (b\delta + \Phi^T(\omega)\hat{\theta} - \dot{\omega}_B - \dot{\alpha}_1), \quad (4.2.20)$$

где k_3 – положительная константа.

Из выражения (4.2.20) найдем закон управления углом перекладки руля, обеспечивающий движение судна по заданной траектории:

$$\delta = \frac{1}{b} \left(-\frac{k_3}{\gamma_3} z_2 - \frac{\gamma_2}{\gamma_3} z_1 - \Phi^T(\omega)\hat{\theta} + \dot{\omega}_B + \dot{\alpha}_1 \right). \quad (4.2.21)$$

Используя формулу (4.2.21), получаем новое выражение для производной функции V_3 :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 - k_3 z_2^2 + \gamma_3 z_2 \Phi^T(\omega) \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}.$$

Чтобы функция $\dot{V}_3$ была отрицательно определенной, необходимо, чтобы сумма двух последних слагаемых равнялась нулю. Используя это условие, выполним преобразования, которые позволят получить дифференциальное уравнение для вектора оценок $\hat{\theta}$ (учтем, что вектор истинных значений θ – константа и, следовательно, $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$), имеем

$$\begin{aligned} 0 &= \gamma_3 z_2 \Phi^T(\omega) \tilde{\theta} + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} = \gamma_3 z_2 \tilde{\theta}^T \Phi(\omega) + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} = \\ &= \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\gamma_3 z_2 \Gamma \Phi(\omega) + \dot{\tilde{\theta}}) = \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\gamma_3 z_2 \Gamma \Phi(\omega) - \dot{\hat{\theta}}). \end{aligned}$$

Получаем дифференциальное уравнение для оценок вектора параметров $\hat{\theta}$:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_3 z_2 \Gamma \Phi(\omega). \quad (4.2.22)$$

В работе [47] показано: если известна только приближенная величина коэффициента $\hat{b}$ и точно известен его знак, то для обеспечения сходимости $\hat{\rho} = \frac{1}{\hat{b}}$ к точному значению $\rho = \frac{1}{b}$ можно использовать дифференциальное уравнение

$$\dot{\hat{\rho}} = -k_4 \cdot \text{sgn}(b) \cdot \left(-\frac{k_3}{\gamma_3} z_2 - \frac{\gamma_2}{\gamma_3} z_1 - \Phi^T(\omega) \hat{\theta} + \dot{\omega}_B + \dot{\alpha}_1 \right), \quad (4.2.23)$$

где k_4 – положительная константа.

Объединяя выражения (4.2.3), (4.2.5), (4.2.21), (4.2.22) и (4.2.23), получаем адаптивный алгоритм управления движением судна с оценкой приближенно известных или медленно изменяющихся параметров модели движения судна:

$$\left\{ \begin{aligned} U_b &= U \cdot \cos(\varphi - \varphi_B) + k_1 \cdot s, \\ \dot{u} &= \frac{U_B}{\sqrt{\left(\frac{dp}{du} \frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dp}{du} \frac{dy}{du}\right)^2}}, \\ \delta &= \hat{\rho} \left(-\frac{k_3}{\gamma_3} z_2 - \frac{\gamma_2}{\gamma_3} z_1 - \Phi^T(\omega) \hat{\theta} + \dot{\omega}_B + \dot{\alpha}_1 \right), \\ \dot{\hat{\theta}} &= \gamma_3 z_2 \Gamma \Phi(\omega), \\ \dot{\hat{\rho}} &= -k_4 \cdot \text{sgn}(b) \cdot \left(-\frac{k_3}{\gamma_3} z_2 - \frac{\gamma_2}{\gamma_3} z_1 - \Phi^T(\omega) \hat{\theta} + \dot{\omega}_B + \dot{\alpha}_1 \right) z_2. \end{aligned} \right. \quad (4.2.24)$$

Вычислительный эксперимент

Для испытания работоспособности адаптивного алгоритма управления (4.2.24) была использована нелинейная модель движения судна, которая позволяет исследовать неустойчивые на курсе суда [30]:

$$\dot{\omega} = b \cdot \delta + \theta_1 \cdot \omega + \theta_2 \cdot |\omega| \cdot \omega, \quad (4.2.25)$$

где b , θ_1 , θ_2 – коэффициенты.

На основании результатов обработки измерений параметров движения речного судна, приведенных в работе [30], получены два варианта коэффициентов модели (4.2.25), представленные в таблице 4.2.1.

Таблица 4.2.1 – Два варианта коэффициентов модели (4.2.25)

Вариант	b, c^{-2}	θ_1, c^{-1}	$\theta_2, \text{град}^{-1}$
1	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$7,95 \cdot 10^{-4}$	$-5,93 \cdot 10^{-3}$
2	$7,12 \cdot 10^{-5}$	$3,73 \cdot 10^{-3}$	$-9,21 \cdot 10^{-3}$

Вариант 1 соответствует движению судна на глубокой воде, вариант 2 – на мелкой воде. Диаграммы управляемости (рисунок 4.2.2) модели движения судна (4.2.25) для вариантов коэффициентов 1 и 2 соответствуют неустойчивому на курсе судну.

При моделировании в MathCAD использовались следующие настраиваемые коэффициенты:

$$\gamma_1 = 1 \text{ град}, \varpi \quad \Delta = 200 \text{ м}, \quad \gamma_2 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^2}{\text{град}^2}, \quad \gamma_3 = 2,5 \cdot 10^6 \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2}{\text{град}^2},$$

$$k_1 = 0,5, \quad k_2 = 500, \quad k_3 = 10^4, \quad k_4 = 3,5 \cdot 10^6,$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 4,8 \cdot 10^{-8} & 0 \\ 0 & 4,8 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix}.$$

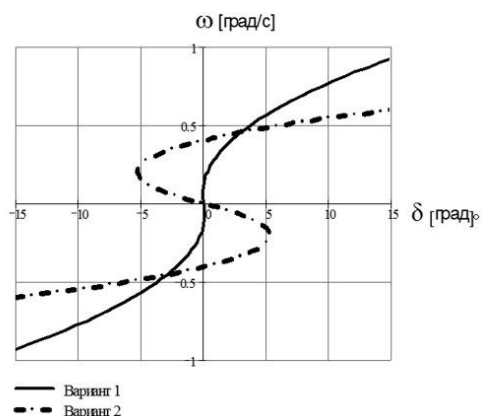


Рисунок 4.2.2 – Диаграммы управляемости модели движения судна для вариантов коэффициентов 1 и 2



Рисунок 4.2.3 – Заданная траектория движения

В вычислительных экспериментах автоматическое управление движением судна осуществляется по заданной траектории в форме полуокружности радиусом 2000 м (рисунок 4.2.3). В диапазоне от $Y = -1000$ м до $Y = 1000$ м находится мелководный участок. Были проведены два вычислительных эксперимента по автоматическому управлению движением судна с использованием адаптации коэффициентов b, θ_1, θ_2 и без адаптации.

Боковое отклонение центра масс судна e с адаптацией коэффициентов b, θ_1, θ_2 и без адаптации представлено на рисунке 4.2.4. Рисунок 4.2.4 показывает, что при адаптации максимальное боковое отклонение центра масс судна от заданной траектории уменьшается в два раза и имеет тенденцию к снижению при движении по мелководью.

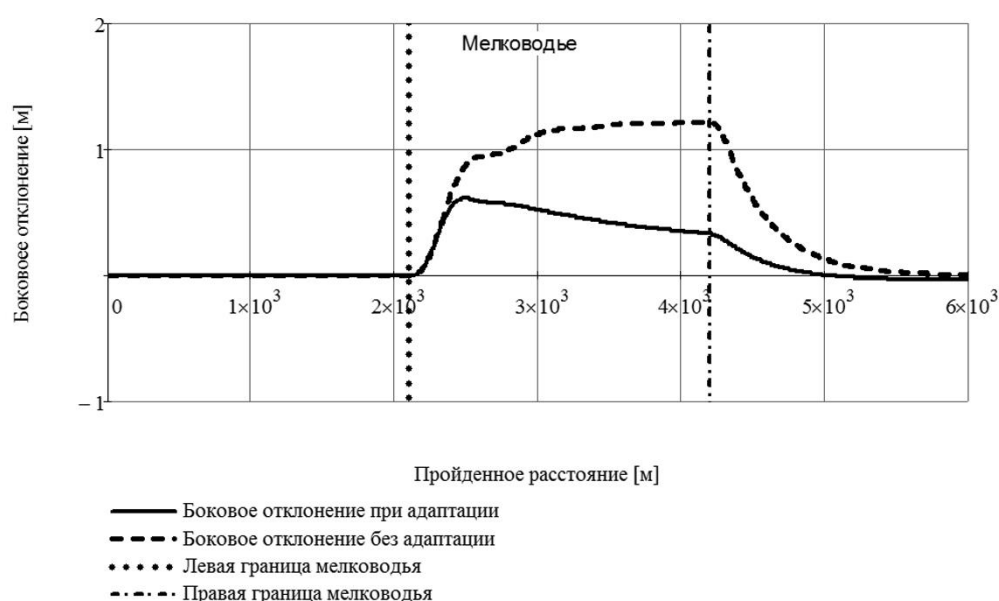


Рисунок 4.2.4 – Боковое отклонение центра масс судна e с адаптацией коэффициентов b, θ_1, θ_2 и без адаптации

Графики изменения угла перекладки руля в процессе адаптации и без адаптации представлены на рисунке 4.2.5.



Рисунок 4.2.5 – Графики изменения угла перекладки руля в процессе адаптации и без адаптации

Графики на рисунке 4.2.5 показывают, что в варианте с адаптацией максимальное отклонение угла перекладки руля от установившегося значения при движении по мелководью больше, но переходный процесс заканчивается раньше, чем в варианте без адаптации.

Выводы

В работе с использованием метода бэкстеппинга (backstepping) на основе нелинейной модели движения судна разработан адаптивный алгоритм управления движением (4.2.24). Для неустойчивого на курсе речного судна (4.2.25) выполнено моделирование автоматического управления движением судна в условиях изменения коэффициентов нелинейной модели движения судна в процессе следования по заданной траектории. Вычислительный эксперимент показал, что адаптация коэффициентов модели движения судна к условиям плавания повышает точность следования заданной криволинейной траектории движения. Однако если требования к точности следования заданной траектории не являются очень жесткими, то алгоритм обеспечивает следование заданной траектории и без адаптации коэффициентов модели движения судна. Представленный алгоритм может использоваться для управления необитаемыми аппаратами, в частности в задачах, требующих осуществления движения по траекториям сложной формы.

4.3. Использование параметрических полиномиальных кривых пятой степени для построения траекторий перемещения аппаратов

Предлагается строить планируемые траектории движения аппаратов в форме параметрических полиномиальных кривых пятой степени. Планируемые траектории имеют максимально возможный минимальный радиус кривизны, а начальные и конечные точки имеют заданные положения, направления и кривизну. Указанные планируемые траектории могут использоваться как опорные при автоматическом или ручном управлении движением аппаратов.

При планировании траекторий перемещения автоматически управляемых или управляемых человеком подвижных аппаратов необходимо учитывать физические ограничения. Траектории должны быть как минимум C^2 -гладкими функциями на отрезке $[a, b]$, так как в реальных условиях вектор скорости физического тела не может изменяться скачкообразно. Дополнительно существуют ограничения на радиусы кривизны траекторий. Использование физически реализуемых планируемых траекторий при автоматическом или ручном управлении аппаратами обеспечит повышение точности следования заданным траекториям.

Перечислим несколько таких задач, связанных с подвижными надводными аппаратами, при решении которых целесообразно использовать планируемые криволинейные траектории.

1. Задача планирования в реальном масштабе времени траектории вывода судна на заданную прямолинейную траекторию после значительного отклонения от этой траектории.

2. Задача стабилизации судна на заранее спланированном маршруте, задаваемом в виде ломаной линии. В окрестности точки сочленения отрезков прямых необходимо формировать физически реализуемую планируемую траекторию перехода с одного участка на следующий.

3. Для прохождения системы галсов судно необходимо выводить в точки начала первого галса и последующих галсов по планируемым в реальном масштабе времени криволинейным траекториям.

Применение высокопроизводительных микроконтроллеров в системах управления движением аппаратов позволяет повысить объем вычислений при сохранении неизменной длительности цикла управления. В частности, можно выполнять управляемое движение по планируемым траекториям, составленным из отрезков прямых и дуг окружностей [28] или составленным из кубических сплайнов [32]. Планируемые траектории, составленные из отрезков прямых и дуг окружностей в точках соединения дуг и отрезков прямых при совпадении направлений левой и правой касательных имеют разрывную вторую

производную; следовательно, и кривизна в точке соединения имеет разрыв. Точное движение по такой траектории физически не реализуемо. Если для построения расчетной траектории использовать отрезки прямых и участки параметрических полиномиальных кривых [32, 58], задаваемых полиномами пятой степени, то можно обеспечить непрерывное изменение кривизны на всей планируемой траектории.

4.3.1. Постановка задачи

На плоскости задача формулируется следующим образом: необходимо определить участок кривой, задаваемой векторной функцией $R(u) = (x(u), y(u))^T$, такой, что скалярные функции $x(u)$, $y(u)$ обладают следующими свойствами [5]:

а) имеют непрерывные вторые производные во внутренних точках отрезка $[0, 1]$;

б) радиус кривизны не меньше некоторого заданного $R_{\min}$ при любых значениях параметра $u \in [0, 1]$.

Кривая должна также удовлетворять следующим граничным условиям:

1) граничные точки участка плоской кривой $R(0)$ и $R(1)$ лежат в заданных точках плоскости $r_0 = (x_0, y_0)^T$ и $r_1 = (x_1, y_1)^T$, то есть $R(0) = r_0$ и $R(1) = r_1$;

2) векторы касательных в граничных точках имеют направления, заданные единичными векторами $e_0 = (\sin(\alpha_0), \cos(\alpha_0))^T$ и $e_1 = (\sin(\alpha_1), \cos(\alpha_1))^T$ соответственно (угол отсчитывается от оси y , положительное направление – по часовой стрелке);

3) кривизна в граничных точках r_0 и r_1 равна заданным значениям k_0 и k_1 соответственно.

Для описания траекторий будем использовать векторные вещественные полиномы [58]:

$$R_n(u) = a_0 + a_1 \cdot f_1(u) + \dots + a_n \cdot f_n(u), \quad (4.3.1)$$

где $a_0, a_1, \dots, a_n$ – постоянные двумерные векторы; $f_0(u), f_1(u), \dots, f_n(u)$ – скалярные базисные полиномы.

4.3.2. Решение задачи

Утверждение. Векторный полином, удовлетворяющий условиям а, б, 1–3, должен иметь степень не ниже пятой.

Доказательство. Для полиномов степени не ниже пятой условие а выполняется автоматически.

Так как расположение граничных точек произвольно, то r_0 и r_1 – свободные параметры, т. е. произвольно изменяемые.

За счет варьирования длины d_0 и d_1 касательных векторов $r1_0$ и $r1_1$ в граничных точках можно попытаться добиться выполнения условия $\bar{b}$, потому что форма кривой, задаваемой векторным полиномом, сильно зависит от длины касательных векторов [33]. d_0 и d_1 – свободные параметры, e_0 и e_1 – свободные параметры. Следовательно, $r1_0$ и $r1_1$ – свободные параметры.

Локальная кривизна зависит от первой $R'(u)$ и второй $R''(u)$ производных векторной функции $R_n(u)$ [32]. Пусть $r2_0 = R''(0)$ и $r2_1 = R''(1)$, тогда $r2_0$ и $r2_1$ должны быть свободными параметрами для того, чтобы можно было удовлетворить условию 3. Следовательно, для выполнения условий $\bar{b}$ и 1–3 векторный полином $R_n(u)$ должен определяться шестью векторными параметрами $r_0, r_1, r1_0, r1_1, r2_0, r2_1$. Значит $R_n(u)$ должен быть полиномом степени не ниже пятой, имеющим не менее шести коэффициентов $a_0, a_1, \dots, a_n$. Доказательство закончено.

Рассмотрим, как из условий 1–3 можно получить значения параметров $r_0, r_1, r1_0, r1_1, r2_0, r2_1$. Значения параметров r_0 и r_1 непосредственно следуют из условия 1. Если предположить, что длины d_0 и d_1 заданы, то значения параметров $r1_0$ и $r1_1$ можно, учитывая условие 2, найти по формулам

$$r1_0 = e_0 \cdot d_0 \text{ и } r1_1 = e_1 \cdot d_1. \quad (4.3.2)$$

Выполнение следующего условия можно обеспечить за счет надлежащего выбора значения параметров $r2_0$ и $r2_1$. Согласно [32], локальная кривизна k кривой, заданной параметрическим способом, определяется выражением

$$k(u) = \frac{x'(u) \cdot y''(u) - y'(u) \cdot x''(u)}{((x')^2(u) + (y')^2(u))^{3/2}}, \quad (4.3.3)$$

где $R''(u) = (x''(u), y''(u))^T$.

При $u = 0$ и заданных $k_0 = k(0)$ и $r1_0 = (x'(0), y'(0))^T$ выражение (4.3.3) является уравнением прямой линии относительно $x''(0)$ и $y''(0)$, рассматриваемых как переменные величины. Выражение (4.3.3) перепишем для $u = 0$:

$$k(0)d_0^2 = \sin(\alpha_0)y''(0) - \cos(\alpha_0)x''(0).$$

В качестве значений $x''(0)$ и $y''(0)$ можно принять координаты точки, ближайшей к началу координат. Тогда для вычисления $r2_0$ получаем выражение

$$r2_0 = (-\cos(\alpha_0)k(0)d_0^2, \sin(\alpha_0)k(0)d_0^2)^T,$$

или

$$r2_0 = (-k(0)d_0y'(0), k(0)d_0x'(0))^T, \quad (4.3.4)$$

а для вычисления $r2_1$ аналогично получаем выражение

$$r2_1 = (-k(1)d_1y'(1), k(1)d_1x'(1))^T. \quad (4.3.5)$$

Теперь при любых заданных d_0 и d_1 можно построить участок плоской кривой, заданной векторным полиномом $R_5(u)$ и $u \in [0, 1]$, такой, что выполняются условия a и 1–3. Можно поставить задачу подобрать такие d_0 и d_1 , чтобы условие b выполнялось. Рассмотрим минимаксную задачу:

$$k_m = \min_{d_0, d_1 \in R} \max_{u \in [0, 1]} k(u). \quad (4.3.6)$$

Если $\frac{1}{k_m} \geq R_{\min}$, то искомая траектория найдена, иначе при заданных условиях использование полинома пятой степени не позволяет найти необходимую траекторию в виде одного участка.

Рассмотрим вопрос о том, какие полиномы целесообразно использовать для построения $R_5(u)$. Наиболее часто для векторных полиномов используется мономиальный базис:

$$u, u^2, \dots, u^n. \quad (4.3.7)$$

В этом базисе произвольный полином n -й степени может быть эффективно вычислен по схеме Горнера. Однако число обусловленности полинома, построенного на основе мономиального базиса, больше или равно числу обусловленности этого же полинома, построенного на базисных полиномах R_i^n , предложенных С. Н. Бернштейном (см. приложение 5). Следовательно, полиномы, построенные на основе базисных полиномов С. Н. Бернштейна, обладают большей или равной вычислительной устойчивостью. Базисные полиномы Бернштейна определяются формулой

$$B_i^n(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot u^i \cdot (1-u)^{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, n, \quad u \in [0, 1]. \quad (4.3.8)$$

Функция $R_5(u)$, построенная на основе базиса Бернштейна пятой степени, и ее первая и вторая производные могут быть представлены выражениями

$$R_5(u) = \sum_{i=0}^5 a_i \cdot B_i^5(u), \quad (4.3.9)$$

$$R_5'(u) = 5(\sum_{i=0}^4 (a_{i+1} - a_i) \cdot B_i^4(u)). \quad (4.3.10)$$

Определитель этой системы равен $-1 \cdot 10^4$, то есть определитель системы имеет полный ранг, и она может быть разрешена относительно коэффициентов a_i :

$$\begin{aligned} r_0 &= R_5(0), r1_0 = R_5'(0), r2_0 = R_5''(0), \\ r_1 &= R_5(1), r1_1 = R_5'(1), r2_1 = R_5''(1). \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

Векторные коэффициенты a_i находятся как решения неоднородной системы линейных уравнений (4.3.11) шестого порядка, при условии, что заданные параметры $r_0, r_1, r1_0, r1_1, r2_0, r2_1$ не обращаются в ноль одновременно.

Следующие выражения – решения системы (4.3.11):

$$\begin{aligned} a_0 &= r_0, a_1 = \frac{r1_0}{5}, a_2 = \frac{r2_0}{20} + 2 \cdot \frac{r1_0}{5} + r_0, \\ a_3 &= r_1, a_4 = \frac{r1_1}{5}, a_5 = \frac{r2_1}{20} + 2 \cdot \frac{r1_1}{5} + r_1. \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

Полиномы Бернштейна могут быть вычислены по схеме Горнера с помощью соотношений

$$\begin{aligned} B_i^n(u) &= (1-u)^n \cdot \binom{n}{i} \cdot t^i, \quad t = \frac{u}{1-u} \text{ на отрезке } \left[0, \frac{1}{2}\right], \\ B_i^n(u) &= u^n \cdot \binom{n}{i} \cdot t^{n-i}, \quad t = \frac{1-u}{u} \text{ на отрезке } \left[\frac{1}{2}, 1\right]. \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

Если исходные параметры задавать как трехмерные векторы, то расчетная траектория будет кривой в трехмерном пространстве, как на рисунке 4.3.4.

4.3.3. Примеры

В примерах координаты даны в местной декартовой системе координат с осью Y , направленной на север. Углы отсчитываются от оси Y , положительное направление – по часовой стрелке. Размерность координат – метры. Во всех примерах минимальный радиус кривизны траекторий не меньше 50 м. Во всех примерах отношения обобщенных оценок чисел обусловленности (см. приложение 5) S_{mv}/S_{bv} находятся в диапазоне 12–16.

Пример 1. Построение расчетной траектории, которая выходит из точки $A = (-100, -1020)$ с курсом 240° , приходит в точку $B = (0, 0)$ с курсом 0° , в граничных точках кривизна траектории равна нулю $k_A = k_B = 0$. С помощью методики раздела 4.3.2 получены двумерные векторные коэффициенты полинома в базисе Бернштейна (см. таблицу 4.3.1), который задает траекторию 1, показанную на рисунке 4.3.1.

Таблица 4.3.1 – Двумерные векторные коэффициенты полинома в базисе Бернштейна

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x	-100	-456,118	-812,236	0	0	0
y	-1.02e + 3	-1.226e + 3	-1.431E + 3	-79,52	-39,76	0

Для полиномов с мономиальным базисом и с базисом Бернштейна, задающих эту траекторию, обобщенные оценки чисел обусловленности равны $S_{mv} = 7823$ и $S_{bv} = 515$, $S_{mv}/S_{bv} = 15,2$ соответственно.

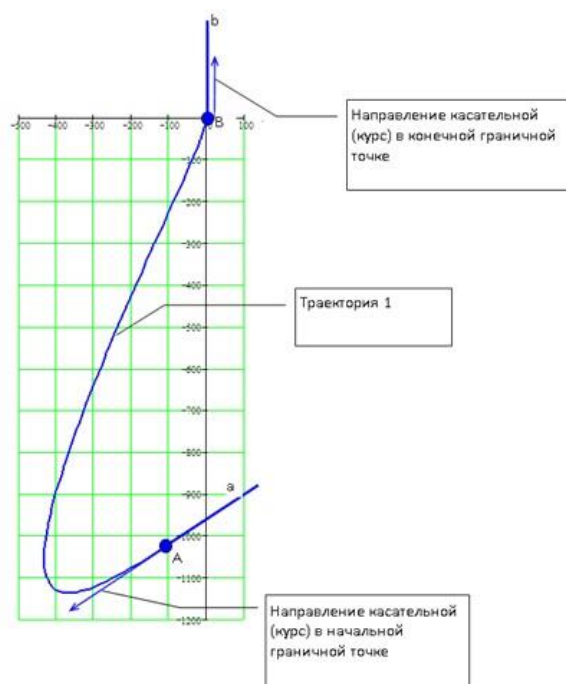


Рисунок 4.3.1 – Траектория, задаваемая векторными коэффициентами, представленными в таблице 4.3.1

На рисунке 4.3.2 показан график кривизны траектории 1. Минимальный радиус кривизны траектории 1 равен 51,8 м.

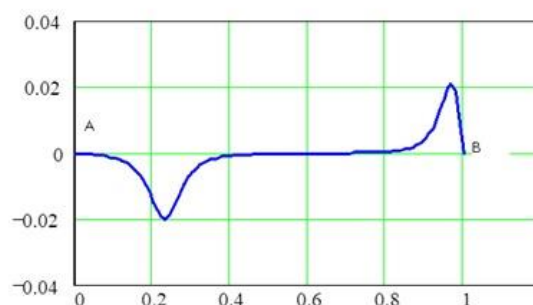


Рисунок 4.3.2 – График кривизны траектории 1, показанной на рисунке 4.3.1

На рисунке 4.3.3 показаны верхние границы четырех допустимых областей для начальных точек расчетных траекторий в форме параметрических полиномиальных кривых пятого порядка. Четыре области соответствуют четырем значениям курса судна в начальной точке траектории: 0° , 30° , 60° , 90° . В каждой области возможно построение расчетной траектории, начинающейся в любой точке этой области, с начальной кривизной траектории, равной нулю, и заканчивающейся в точке $(0, 0)$ с курсом 0° и кривизной, равной 0. Допустимая область, соответствующая начальному курсу 90° , на рисунке 4.3.3 заштрихована.

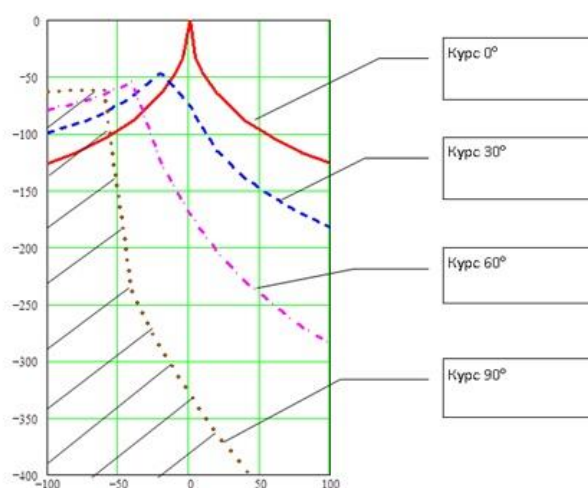


Рисунок 4.3.3 – Верхние границы четырех допустимых областей для начальных точек расчетных траекторий

Согласно рисунку 4.3.3, границы допустимых областей для начальных точек расчетных траекторий могут иметь достаточно сложную форму. Это может объяснять, почему при ручном глазомерном управлении судном, когда решается

задача вывода судна в заданную точку с заданным направлением вектора скорости, возникают ошибки, приводящие к авариям.

Пример 2. Построение расчетной траектории летательного аппарата, которая обеспечивает разворот на 180° с набором высоты.

С помощью методики раздела 4.3.2 получены трехмерные векторные коэффициенты полинома в базисе Бернштейна (см. таблицу 4.3.2), который задает траекторию 2, показанную на рисунке 4.3.4.

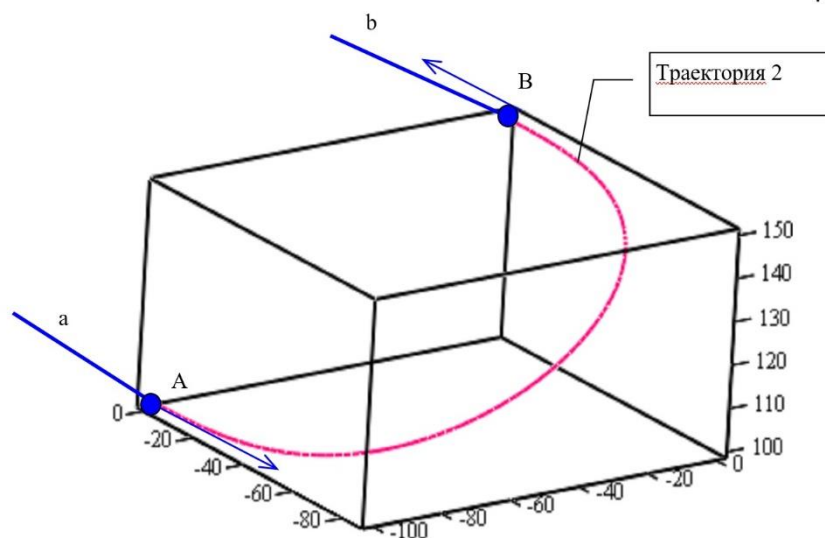


Рисунок 4.3.4 – Расчетная траектория летательного аппарата, которая обеспечивает разворот на 180° с набором высоты

Таблица 4.3.2 – Трехмерные векторные коэффициенты полинома в базисе Бернштейна

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x	-100	-100	-100	0	0	0
y	0	-54,68	-109,361	-109,36	-54,68	0
z	0	0	0	50	50	0

На рисунке 4.3.4 после горизонтального прямолинейного полета по траектории **a** аппарат начинает разворот в точке $A = (-100, 0, 100)$ с курса 180° , приходит в точку $B = (0, 0, 150)$ с курсом 0° и продолжает горизонтальный полет по прямой **b**. В граничных точках A и B кривизна траектории равна нулю $k_A = k_B = 0$.

Выводы

В работе приводится методический аппарат, позволяющий выполнять расчет планируемых траекторий перемещения на плоскости автоматически

управляемых или управляемых человеком аппаратов. Предлагается строить траектории в форме параметрических полиномиальных кривых не ниже пятой степени. Планируемые рассчитанные траектории являются физически реализуемыми C^2 -гладкими функциями на отрезке и имеют радиус кривизны не меньше заданного. Предлагаемый методический аппарат дает следующие преимущества:

- использование физически реализуемых планируемых траекторий при автоматическом или ручном управлении аппаратами обеспечит повышение точности следования заданным траекториям;
- позволяет выявить ситуации, когда выход на заданную траекторию по расчетной траектории, состоящей из одного участка, невозможен;
- несложное обобщение представленной методики позволяет применить ее к расчету траекторий в трехмерном пространстве.

4.4. Формирование в реальном времени гладкой траектории для перехода на новый курс при ограничении на сигнал управления

Постоянно расширяющееся использование подвижных роботов (ПР) для решения исследовательских и практических задач в окружающей среде повышает требования к методам и технике управления движением ПР. Подвижный робот – это аппарат, который перемещается по плоской твердой поверхности, по поверхности воды или по дну. Управление движением ПР может быть усовершенствовано за счет планирования гладкой заданной (исполнительной) траектории с целью достижения высокоскоростного и точного перемещения [62, 63]. Для обеспечения команд управления движением, требующих только непрерывного ускорения, исполнительная траектория должна иметь геометрическую непрерывность порядка 3 (обозначается символом « G^3 ») [55], т. е. траектория должна иметь в каждой точке касательный вектор, непрерывные кривизну и производную кривизны по длине кривой. Отсутствие непрерывности производной кривизны приводит к разрыву ускорения при точном движении ПР по такой траектории, что не может быть выполнено реально. Следовательно, наличие разрыва в ускорении на практике может приводить к возникновению толковых управляющих воздействий на подвижный аппарат (например, колесный робот). Использование гладких исполнительных траекторий совместно с подходящим или оптимальным планированием скорости перемещения ведет к повышению эффективности решения прикладных задач подвижными роботами. Исполнительные траектории с гладкостью G^3 являются идеальными с точки зрения обеспечения точности движения робота по ним.

Для ПР, выполняющих автономные и управляемые событиями миссии, возникает необходимость обеспечить перепланирование исполнительной траектории для выполнения изменяющихся задач управления движением. Результирующая составная исполнительная траектория должна оставаться того же порядка геометрической гладкости, чтобы не нарушался режим движения, обеспечивающий выполнение миссии с той же точностью стабилизации.

Практичным способом задания исполнительных траекторий является представление траектории в форме последовательности отрезков, называемых путевыми примитивами. В качестве путевых примитивов в [36] предлагалось использовать отрезки прямых, дуги окружностей, отрезки клотоид (кривой, у которой кривизна изменяется линейно как функция длины дуги), сплайны, полиномиальные кривые и т. п. Очевидно, что использование только отрезков прямых и дуг окружностей не обеспечивает гладкости исполнительной траектории выше G^1 (см. определение 3.1.1). Использование отрезков клотоид для построения исполнительных траекторий обеспечивает непрерывность кривизны исполнительной траектории, однако отсутствует алгебраическое выражение для вычисления положения точки на клотоиде [61]. Использование трехмерных сплайнов третьей и четвертой степени для построения траекторий описывается в [39], однако их использование не обеспечивает непрерывность кривизны исполнительной траектории.

В работе [55] описывается использование в качестве путевых примитивов полиномиальных сплайнов 7-й степени, которые обозначаются символом « η^3 ». η^3 -сплайн – это полином 7-й степени с векторными коэффициентами, имеющими размерность путевого примитива. η^3 -сплайны свободны от недостатков указанных выше путевых примитивов, и из них могут быть составлены исполнительные траектории с гладкостью G^3 . η^3 -сплайн позволяет к двум произвольным точкам в декартовой системе координат с заданными в этих точках единичными векторами провести кривую, проходящую через эти точки с касанием единичных векторов с обеспечением свойств непрерывности кривизны и ее производной. Кроме того, у такого η^3 -сплайна остаются шесть скалярных параметров, которые могут быть использованы для настройки формы отрезка траектории, задаваемого η^3 -сплайном. Полиномиальные η^n -сплайны определены для всех неотрицательных целых чисел n . Количество настраиваемых параметров равно $2n$. η^0 -сплайн – это прямой отрезок. Примеры изображений η^3 -сплайнов показывают, что их форма может быть достаточно сложной и влияние параметров η на их форму исследовано мало [55]. Поэтому использование η^3 -сплайнов в качестве путевых примитивов может потребовать привлечения значительных вычислительных ресурсов и занять недопустимо большое время при корректировке исполнительной траектории в реальном

масштабе времени. Например, при решении задачи расхождения с подвижным опасным объектом.

Движение ПР обеспечивает система автоматического управления, для которой задающим сигналом управления является исполнительная траектория. Отметим, что требование разрыва ускорения перемещающейся изображающей точки в некоторых точках исполнительной траектории при геометрической гладкости, меньшей чем G^3 , приведет к увеличению погрешности движения ПР, так как мгновенное изменение требуемых для этого силовых воздействий в реальном мире невозможно. На практике такое увеличение погрешности часто может быть допустимым. Например, для управления движением надводных судов по маршруту используются исполнительные траектории, составленные из отрезков прямых и дуг окружностей с геометрической гладкостью G^1 . Использование полиномов пониженной степени повышает устойчивость вычислительного процесса. Поэтому использование η^2 -сплайнов с гладкостью G^2 может быть целесообразно с практической точки зрения. η^2 -сплайны с гладкостью G^2 , построенные в мономиальном базисе, предлагалось использовать в работе [56]. Далее будем рассматривать η^2 -сплайны.

В разделе 4.3 и работах [6, 14] предлагалось в качестве криволинейных путевых примитивов на плоскости использовать в базисе полиномов Бернштейна с гладкостью G^2 η^2 -сплайны, обеспечивающие непрерывность траектории, существование касательного вектора в каждой точке траектории и непрерывность кривизны:

$$P_5(u) = A_0 B_0^5(u) + A_1 B_1^5(u) + A_2 B_2^5(u) + A_3 B_3^5(u) + A_4 B_4^5(u) + A_5 B_5^5(u), \quad (4.4.1)$$

где A_i – двумерные коэффициенты; $i = 0, 1, \dots, 5$;

$$B_i^5(u) = \frac{5!}{i! \cdot (5-i)!} \cdot u^i \cdot (1-u)^{5-i} -$$

базисные полиномы Бернштейна пятой степени; $u \in [0, 1]$ – скалярный параметр.

Если заданы значения полинома $P_5(u)$, его первой и второй производных в граничных точках $u = 0$ и $u = 1$, то коэффициенты A_i являются единственным решением системы линейных уравнений при условии, что не все элементы столбца свободных членов равны нулю. Матрица системы уравнений при этом является треугольной (см. раздел 4.3 и работу [14]). Пусть задан кортеж векторных величин $r = \{r_0, r_1, r_{10}, r_{11}, r_{20}, r_{21}\}$, тогда система линейных уравнений

$$\begin{aligned}r_0 &= R_5(0), r_1 = R_5(1), \\r_{10} &= R_5'(0), r_{11} = R_5'(1), \\r_{20} &= R_5''(0), r_{21} = R_5''(1)\end{aligned}$$

имеет решение:

$$\begin{aligned}A_0 &= r_0, A_1 = \frac{r_{10}}{5}, A_2 = \frac{r_{20}}{20} + 2 \cdot \frac{r_{10}}{5} + r_0, \\A_3 &= \frac{r_{21}}{20} + 2 \cdot \frac{r_{11}}{5} + r_1, A_4 = \frac{r_{11}}{5}, A_5 = r_1.\end{aligned}\quad (4.4.2)$$

Для обеспечения гладкости G^2 в точках соединения путевых примитивов, являющихся одновременно и граничными точками η^2 -сплайна, необходимо задавать кортеж граничных условий $b = (r_0, r_1, \alpha_0, \alpha_1, c_0, c_1)$, где r_0, r_1 – координаты начальной и конечной точек η^2 -сплайна; α_0, α_1 – направления касательных векторов в начальной и конечной точках η^2 -сплайна; c_0, c_1 – кривизна в начальной и конечной точках η^2 -сплайна.

Для вычисления кортежа двумерных векторов r необходимо дополнительно к заданному кортежу b задавать кортеж из четырех скалярных параметров

$$h = (d_0, d_1, x_{20}, x_{21}),$$

где d_0, d_1 – длины касательных векторов в начальной и конечной точках η^2 -сплайна;

x_{20}, x_{21} – произвольные числа.

Получаем выражения для элементов кортежа r :

$$\begin{aligned}r_{10} &= d_0 \begin{pmatrix} \sin \alpha_0 \\ \cos \alpha_0 \end{pmatrix}; \\r_{11} &= d_1 \begin{pmatrix} \sin \alpha_1 \\ \cos \alpha_1 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Из формулы для кривизны плоской кривой (4.3.3), заданной параметрическими уравнениями,

$$k(u) = \frac{x'(u) \cdot y''(u) - y'(u) \cdot x''(u)}{((x')^2(u) + (y')^2(u))^{3/2}}$$

находим для начальной точки η^2 -сплайна:

$$c_0 d_0^2 = \sin(\alpha_0) y_{20} - \cos(\alpha_0) x_{20}.$$

При заданном d_0 параметры x_{20}, y_{20} связаны линейной зависимостью и, если задать параметр x_{20} , тогда y_{20} определен однозначно. Аналогично и для параметров конечной точки η^2 -сплайна.

Окончательно получаем формулы для вычисления $r_{10}, r_{11}, r_{20}, r_{21}$ с помощью элементов кортежа граничных условий b и кортежа скалярных параметров $h = (d_0, d_1, x_{20}, x_{21})$:

$$\begin{aligned} r_{10} &= d_0 \begin{pmatrix} \sin(\alpha_0) \\ \cos(\alpha_0) \end{pmatrix}, & r_{11} &= d_2 \begin{pmatrix} \sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_1) \end{pmatrix}, \\ r_{20} &= \begin{pmatrix} x_{20} \\ (c_0 d_0^2 + \cos(\alpha_0) x_{20}) / \sin(\alpha_0) \end{pmatrix}, \\ r_{21} &= \begin{pmatrix} x_{21} \\ (c_1 d_1^2 + \cos(\alpha_1) x_{21}) / \sin(\alpha_1) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

Примечание. В формулах (4.4.3) положительная величина угла α отсчитывается от вертикальной оси по часовой стрелке.

Объединим кортежи b и h в один задающий кортеж g . По данным задающего кортежа $g = (r_0, r_1, \alpha_0, \alpha_1, d_0, d_1, c_0, c_1, x_{20}, x_{21})$, используя выражения (4.4.2) и (4.4.3), можно рассчитать коэффициенты A_i h_g^2 -сплайна.

На множестве η^2 -сплайнов можно рассмотреть отношение подобия, которое является отношением эквивалентности. Сплайн η_1^2 подобен сплайну η_2^2 с коэффициентом K , если $A_{1,i} = K A_{2,i}$, где $A_{1,i}$ – коэффициенты сплайна η_1^2 , $A_{2,i}$ – коэффициенты сплайна η_2^2 . Рефлексивность, симметричность и транзитивность отношения эквивалентности проверяются элементарно. Множество η^2 -сплайнов разбивается на классы эквивалентности подобных сплайнов. В каждом классе можно выделить удобного представителя, а любой другой элемент этого класса можно будет получать из представителя с помощью выбора подходящего коэффициента подобия.

Рассмотрим два задающих кортежа g и

$$g_K = (K r_0, K r_1, \alpha_0, \alpha_1, K d_0, K d_1, c_0/K, c_1/K, K x_{20}, K x_{21}),$$

где K – коэффициент подобия.

Из выражений (4.4.2) и (4.4.3) следует, что η^2 -сплайны, задаваемые кортежами g и g_K , подобны с коэффициентом K : $KA_{g,i} = A_{g_K,i}$. Формулу для g_K можно использовать для построения сплайнов, подобных некоторому известному.

Для настройки формы отрезка исполнительной траектории в разделе 4.3.3 и работе [14] предлагалось решать задачу поиска d_0, d_1 , обеспечивающих минимум максимальной кривизны η^2 -сплайна. Решение минимаксной задачи в реальном масштабе времени не представляется целесообразным. Поэтому в данной работе предлагается метод прямого построения путевых примитивов в форме симметричных относительно оси η^2 -сплайнов без решения задачи поиска экстремума на этапе формирования исполнительной траектории. Кроме того, при построении путевых примитивов учитывается модель движения ПР и ограничение на величину сигнала управления. Поэтому, в отличие от методики [63], исполнительную траекторию, построенную с помощью метода прямого построения путевых примитивов, не надо проверять на допустимость сигнала управления.

η^2s -сплайны

Предлагается формировать исполнительную траекторию с гладкостью G^2 как последовательность прямых отрезков и осесимметричных η^2 -сплайнов. Осесимметричные η^2 -сплайны будем обозначать как η^2s . В исполнительной траектории прямые отрезки и η^2s -сплайны могут присутствовать в любой последовательности.

Определение. η^2s -сплайн – это осесимметричный двумерный η^2 -сплайн, предназначенный для изменения курса на $\Delta\varphi$ (рисунок 4.4.1), у которого кривизна в граничных точках r_0, r_1 равна 0 ($c_0 = 0, c_1 = 0$), α_0, α_1 – направления единичных касательных векторов e_0, e_1 в граничных точках такие, что углы между единичными касательными векторами в граничных точках r_0, r_1 и вектором $r_1 - r_0$ равны по абсолютной величине, находятся в диапазоне $[-90^\circ, 90^\circ]$ и имеют противоположные знаки. В задающем кортеже

$$g = (r_0, r_1, \alpha_0, \alpha_1, c_0, c_1, d_0, d_1, x_{20}, x_{21})$$

выполняются условия

$$r_0 = (0, 0)^T, r_1 = (l, 0)^T, \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2}, \alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2}, \\ d_0 = d_1 = d, c_0 = c_1 = 0, x_{20} = x_{21} = 0.$$

Длина d касательных векторов в граничных точках должна быть такой, чтобы обеспечивать минимум максимальной кривизны η^2 -сплайна.

Перемещение ПР по η^2 -сплайну обеспечивает переход с путевого угла α_0 на путевой угол α_1 с изменением направления вектора скорости на $\Delta\varphi$. Соотношение $d_0 = d_1$ обеспечивает осесимметричность η^2 -сплайна. Соотношение $x_{20} = x_{21} = 0$ обеспечивает простейший вариант вычисления векторов $\mathbf{r}_{20}$ и $\mathbf{r}_{21}$.

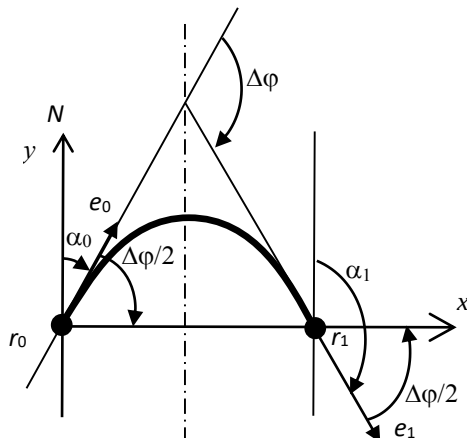


Рисунок 4.4.1 – изображение η^2 -сплайна

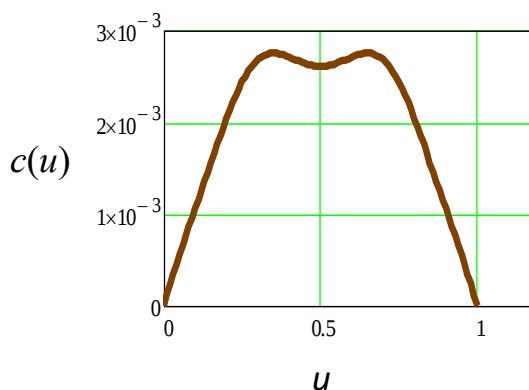


Рисунок 4.4.2. График кривизны $c(u)$ η^2 -сплайна

Свойство подобия η^2 -сплайнов позволяет выделить во множестве η^2 -сплайнов классы эквивалентности подобных сплайнов с одинаковым $\Delta\varphi$, а в качестве представителя использовать сплайн η^2 -с с минимумом максимальной кривизны, равным 1.

Угловая скорость ω касательного вектора, перемещающегося по кривой с продольной скоростью U , задается выражением

$$\omega = cU, \quad (4.4.4)$$

где c – кривизна траектории в текущей точке.

Из выражения (4.4.4) следует, что при постоянной абсолютной величине скорости U угловая скорость пропорциональна кривизне при точном движении ПР по η^2 -сплайну. Форма графика кривизны η^2 -сплайна (рисунок 4.4.2) близка к форме трапеции, что характерно для изменения угловой скорости при

выполнении элементарных маневров [39]. Поэтому применение η^2s -сплайнов оправданно для выполнения маневров ПР.

Для размещения η^2s -сплайна в любой точке аффинного пространства R^2 достаточно к координатам граничных точек η^2s -сплайна с граничным условием $r_0 = 0$ прибавить координаты желаемой граничной точки r_0 .

Для η^2s -сплайнов с граничными условиями

$$r_0 = (0, 0)^T, r_1 = (l, 0)^T, \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2}, \alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2},$$

где l – расстояние между граничными точками, была решена численными методами серия задач поиска значений d , обеспечивающих минимум максимальной кривизны, для последовательности значений $\Delta\varphi$ в диапазоне $(0^\circ, 180^\circ]$. В результате была получена таблица зависимости l, d, c_m от $\Delta\varphi$, где c_m – минимум максимальной кривизны. С использованием свойства подобия и интерполяции были получены функции $l_{\text{base}}(\Delta\varphi), d_{\text{base}}(\Delta\varphi)$, вычисляющие соответственно оценки расстояния между граничными точками и оценку длины касательных векторов в этих точках для заданного $\Delta\varphi$ при условии, что $c_m = 1$. η^2s -сплайны с максимальной кривизной, равной 1, будем называть базисными. Кроме того, для базисных η^2s -сплайнов численными методами была получена

функция $f_{\text{base}}(\Delta\varphi)$, вычисляющая значение выражения $\sqrt{\frac{dc_{\text{base}}(\Delta\varphi)/du}{d_{\text{base}}(\Delta\varphi)}}$, где

$dc_{\text{base}}/du|_{u=0}$ – производная кривизны базисного η^2s -сплайна в начальной точке.

Функции $l_{\text{base}}(\Delta\varphi), d_{\text{base}}(\Delta\varphi), f_{\text{base}}(\Delta\varphi)$ необходимы для формирования в реальном масштабе времени допустимого отрезка исполнительной траектории, обеспечивающего изменение направления вектора скорости ПР на угол $\Delta\varphi$. Графики функций $l_{\text{base}}(\Delta\varphi), d_{\text{base}}(\Delta\varphi), f_{\text{base}}(\Delta\varphi)$ приведены на рисунках 4.4.3–4.4.5.

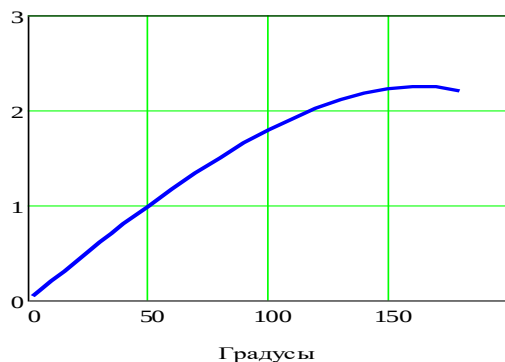
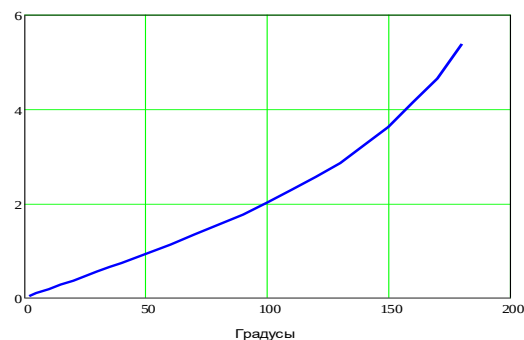
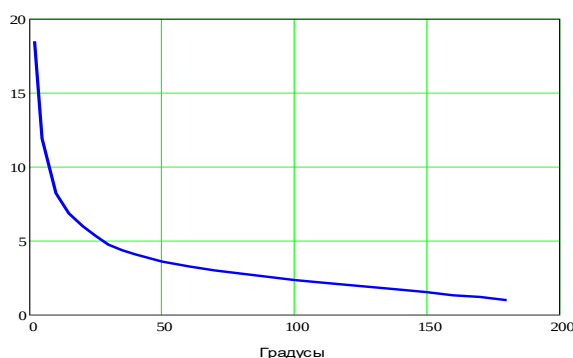
Рисунок 4.4.3 – График функции $l_{base}(\Delta\varphi)$ Рисунок 4.4.4 – График функции $d_{base}(\Delta\varphi)$ Рисунок 4.4.5 – График функции $f_{base}(\Delta\varphi)$

График функции $f_{base}(\Delta\varphi)$ в 0° имеет вертикальную асимптоту.

Формирование отрезка исполнительной траектории в форме η^2s -сплайна

Пусть задано дифференциальное уравнение модели углового движения ПР:

$$\dot{\omega} = F(\delta, \omega),$$

где ω – угловая скорость поворота ПР в горизонтальной плоскости;

δ – сигнал управления.

Предполагается, что функция F обладает следующим свойством: при $\omega = 0$ и при максимальной величине сигнала управления δ будет максимальная величина углового ускорения $\frac{d\omega}{dt}$.

Рассмотрим задачу на плоскости (см. рисунок 4.4.1). Пусть ПР находится в точке r_0 , направление вектора скорости равно α_0 , продольная скорость равна U и постоянна. Необходимо изменить направление вектора скорости ПР на угол $\Delta\varphi$.

Допустимым будет $\eta^2 s$ -сплайн, для движения по которому абсолютная величина сигнала управления не превышает $\delta_{\max}$. Из графика $c(u)$ на рисунке 4.4.2, формулы (4.4.4) и свойства функции F следует, что экстремальная величина сигнала управления может быть или в точках, в которых $\frac{d\omega}{dt} = 0$, или в граничных точках с экстремальной величиной $\frac{d\omega}{dt}$.

Моделирование процесса управления движением судна по ОЭПО при различных $\Delta\phi$ подтвердило (рисунок 4.4.6), что глобальные экстремальные значения угла перекладки руля могут находиться в граничных точках B_1 и B_2 и/или в двух внутренних точках A_1 и A_2 графика изменения угла перекладки руля и, соответственно, траектории.

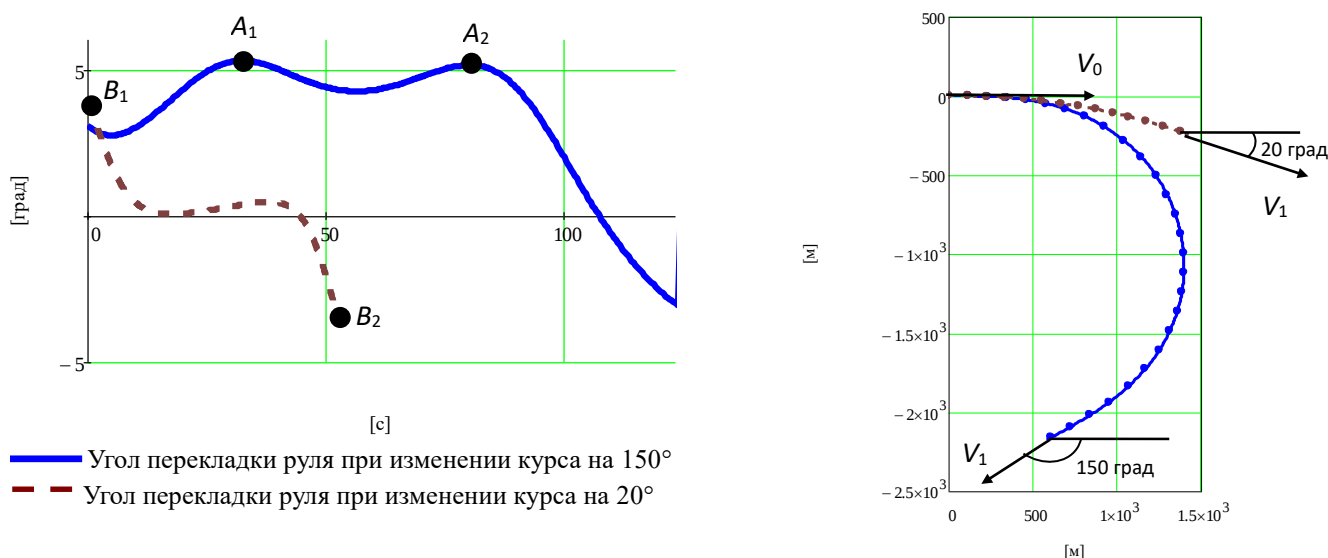


Рисунок 4.4.6 – Графики углов перекладки руля при управлении движением судна по заданным ОЭПО и соответствующие им траектории движения судна (точки – заданные траектории; сплошные линии – траектории движения судна, полученные с помощью моделирования)

Поэтому допустимая траектория в форме ОЭПО должна быть такой, чтобы в граничных точках и внутренних точках экстремальная абсолютная величина угла перекладки руля, необходимая для обеспечения движения по этой траектории, была не больше заданного $\delta_{\max}$.

Найдем коэффициент подобия K_1 для $\eta^2 s$ -сплайна, движение ПР по которому происходит в точках с $\omega_{\max}$ и с сигналом управления, равным $\delta_{\max}$. Из уравнения $0 = F(\delta_{\max})$ можно найти $\omega_{\max}$, соответствующую $\delta_{\max}$. С использованием выражения (4.4.4) находим коэффициент подобия K_1 для $\omega_{\max}$:

$$\frac{\omega_{\max}}{U} = K_1 c_{\text{base}}^{\max}, \quad (4.4.5)$$

где $c_{\text{base}}^{\max}$ – максимальная кривизна базисного $\eta^2 s$ -сплайна, равная 1.

Найдем коэффициент подобия K_2 для $\eta^2 s$ -сплайна, движение ПР по которому происходит в точках с $\dot{\omega}_{\max}$ с сигналом управления, равным $\delta_{\max}$. Из уравнения $\dot{\omega}_{\max} = F(\delta_{\max}, 0)$ можно найти $\dot{\omega}_{\max}$, соответствующую $\delta_{\max}$. Принимаем, что $t = 0$ при $u = 0$. Продифференцировав выражение (4.4.4) по времени, получаем выражение для $\dot{\omega}_{\max}$ в начальной точке $\eta^2 s$ -сплайна:

$$\dot{\omega}_{\max} = \left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=0} U. \quad (4.4.6)$$

где c – кривизна траектории ПР.

Кривизна траектории как функция времени может быть представлена сложной функцией $c(t) = c(u(\rho(t)))$.

Производная кривизны траектории движения ПР по времени может быть представлена выражением

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\frac{dc}{du} \frac{d\rho}{dt}}{\frac{d\rho}{du}},$$

где ρ – длина кривой от начала до текущей точки;

$u \in [0, 1]$ – скалярный параметр векторного полинома $\eta^2 s$ -сплайна;

$\frac{d\rho}{du} = d$ – длина касательной в текущей точке векторного полинома;

$\frac{d\rho}{dt} = U$ – скорость перемещения ПР по траектории.

Для производной кривизны в начальной точке $\eta^2 s$ -сплайна получаем выражение

$$\left. \frac{dc}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\left. \frac{dc}{du} \right|_{u=0} U}{d}, \quad (4.4.7)$$

где d – длина касательной в начальной точке.

Подставив выражение (4.4.7) в (4.4.6), получаем

$$\dot{\omega}_{\max} = \frac{\left. \frac{dc}{du} \right|_{u=0}}{d} U^2.$$

Используя свойство подобия η^2 -сплайнов и функцию $d_{\text{base}}(\Delta\varphi)$, получаем

$$\dot{\omega}_{\max} = \frac{\left. \frac{dc}{du} \right|_{u=0} U^2}{K_2 d_{\text{base}}(\Delta\varphi)}.$$

Используя свойство подобия η^2 -сплайнов и функцию $\frac{dc_{\text{base}}}{du}(\Delta\varphi)$, получаем

$$\dot{\omega}_{\max} = \frac{\frac{1}{K_2} \frac{dc_{\text{base}}}{du}(\Delta\varphi) U^2}{K_2 d_{\text{base}}(\Delta\varphi)}. \quad (4.4.8)$$

Из выражения (4.4.8), используя функцию $f_{\text{base}}(\Delta\varphi)$, получаем выражение для вычисления K_2 :

$$K_2 = \frac{U}{\sqrt{\dot{\omega}_{\max}}} f_{\text{base}}(\Delta\varphi).$$

Допустимым является $\eta^2 s$ -сплайн с максимальным коэффициентом подобия:

$$K = \max(K_1, K_2).$$

Допустимым отрезком исполнительной траектории будет $\eta^2 s$ -сплайн с задающим кортежем:

$$g_K = (r_0, r_0 + K l_{\text{base}}(\Delta\varphi) \mathbf{e}_{0,5}, \alpha_0, \alpha_0 + \Delta\varphi, K d_{\text{base}}(\Delta\varphi), K d_{\text{base}}(\Delta\varphi), 1/K, 1/K, 0, 0),$$

где $\mathbf{e}_{0,5}$ – единичный вектор в направлении $(\alpha_0 + 0,5\Delta\varphi)$ (см. рисунок 4.4.1);

$K l_{\text{base}}(\Delta\varphi)$ – расстояние между граничными точками;

$d = K d_{\text{base}}(\Delta\varphi)$ – длина касательных в граничных точках.

Преобразование задающего кортежа в двумерные коэффициенты полинома $P_5(u)$ выполняется по формулам (4.4.2).

Принципы формирования исполнительной траектории

Благодаря нулевой кривизне в граничных точках $\eta^2 s$ -сплайна, путевые примитивы: отрезки прямых и $\eta^2 s$ -сплайны – могут соединяться в любой последовательности с геометрической гладкостью G^2 . По аналогии с [61]

путевые примитивы могут располагаться в разных плоскостях, что обеспечивает построение исполнительной траектории в 3D-пространстве.

Последовательное соединение двух одинаковых η^2s -сплайнов может обеспечить переход ПР на параллельную траекторию. Последовательное соединение трех специально подобранных η^2s -сплайнов и одного прямого отрезка может обеспечить переход ПР на заданную прямую траекторию.

Дополнительным преимуществом рассмотренных исполнительных траекторий является возможность с помощью задания ограничения на сигнал управления при формировании исполнительной траектории обеспечивать запас по управлению для парирования внешних возмущений.

Результаты моделирования

Для проверки методики построения физически реализуемых траекторий перехода на новый курс эта методика была реализована в программе Mathcad. С использованием модели движения судна, приведенной в [61], было выполнено моделирование двух вариантов перехода судна с прямой траектории с курсом 90° на прямую траекторию с курсом 130° . По представленной методике были построены два ОЭПО – кривая АВ и АС (рисунок 4.4.7). Кривая АВ и АС обеспечивают заданное изменение курса при ограничении угла перекладки руля 10 и 5° соответственно. Отклонение рассчитанных траекторий движения судна от заданных не превышало 1 м.

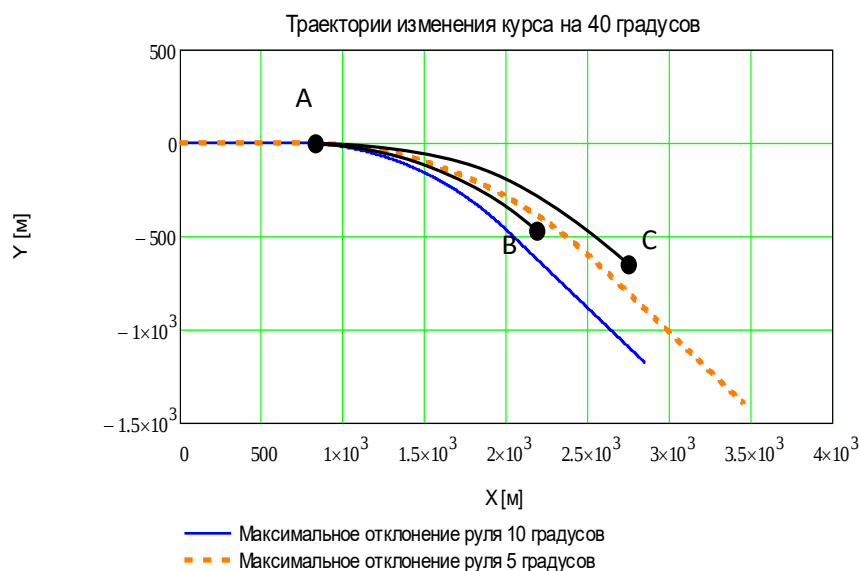


Рисунок 4.4.7 – Элементарные полиномиальные отрезки АВ и АС и две траектории, полученные в результате моделирования процессов перехода судна на новый курс при наличии ограничений на угол перекладки руля

На рисунке 4.4.8 показаны графики изменения положения руля при управлении движением судна по заданным траекториям изменения курса. Оба графика показывают, что отклонения руля не превышают заданных ограничений.

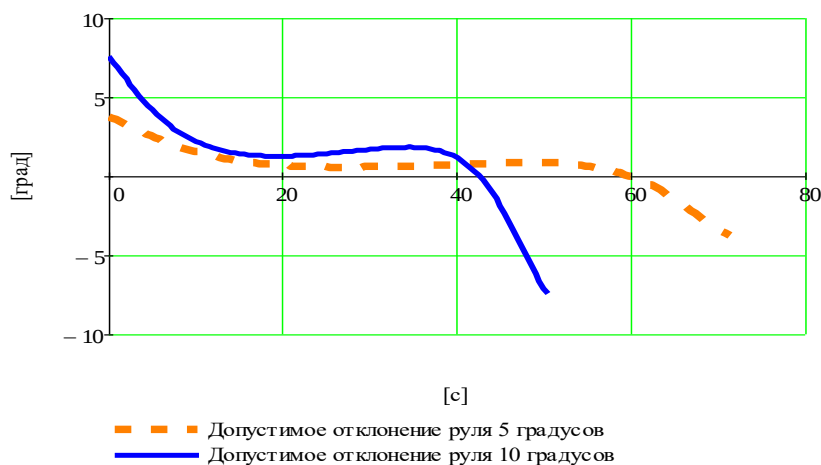


Рисунок 4.4.8 – Графики изменения положения руля при управлении движением судна по заданным траекториям изменения курса

Методика может быть основой для построения траекторий перехода на параллельную траекторию и перехода на новую прямую траекторию, которые обеспечивают выполнение ограничений на угол отклонения рулевого органа управлением направлением движения.

На рисунке 4.4.9 показаны две траектории ABCD и AB₁C₁D₁ перевода ПР на обратный курс. Каждая из траекторий составлена из трех $\eta^2 s$ -сплайнов. Граничные точки сплайнов помечены жирными точками. Эти траектории использовались как исполнительные при моделировании перехода ПР на обратный курс при условии, что абсолютная величина скорости $U = 100$ км/ч. Использовалась модель движения ПР

$$d\omega / dt = b\delta + \theta_1\omega + \theta_2|\omega|\omega,$$

где ω – угловая скорость, град/с;

t – время, с;

δ – сигнал управления, град;

$b = 0,025 \text{ с}^{-2}$;

$\theta_1 = 7,36 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$;

$\theta_2 = -0,055 \text{ град}^{-1}$.

Слагаемое $\theta_2|\omega|\omega$ введено для обеспечения большей адекватности модели движения [27]. Для управления движением ПР по исполнительной траектории использовался закон управления, описанный в разделе 4.2 и работе [7].

Результаты моделирования представлены на рисунках 4.4.10 и 4.4.11.

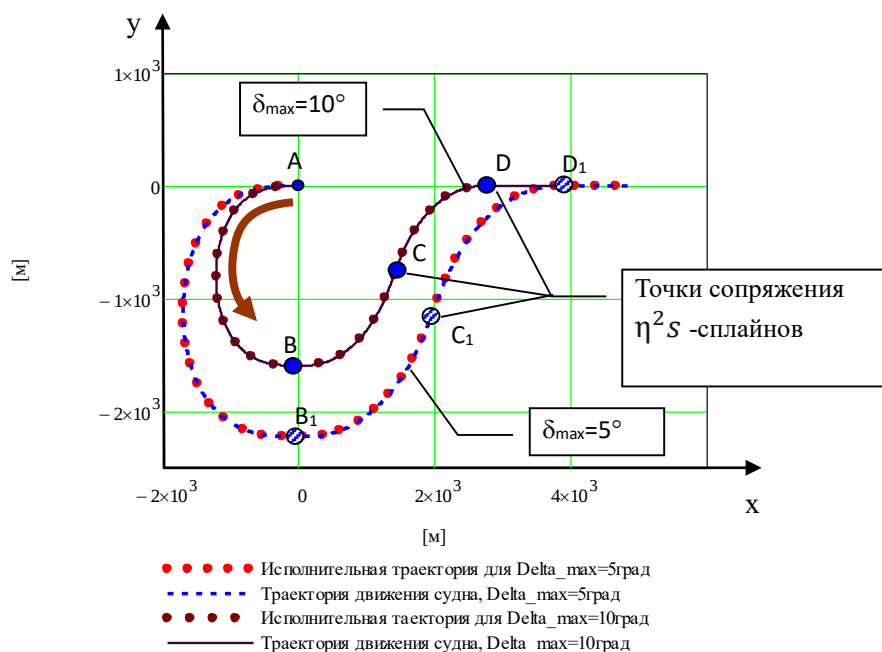


Рисунок 4.4.9 – Траектории перевода судна на обратный курс

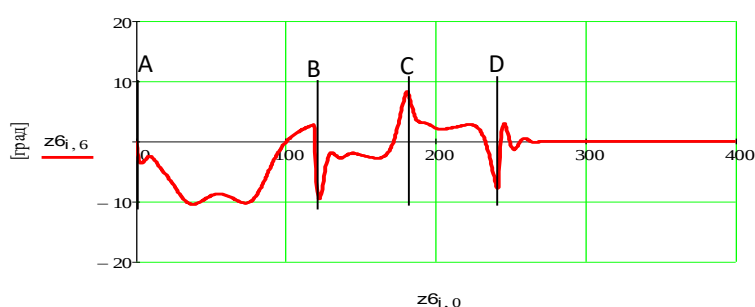


Рисунок 4.4.10 – График угла перекладки руля при автоматическом управлении движением судна по траектории ABCD

На рисунке 4.4.10 видно, что в начале очередного элементарного отрезка (точки A, B, C, D) руль отклоняется на большую величину для быстрого увеличения угловой скорости корпуса судна. В средней части каждого элементарного отрезка отклонение руля обеспечивает приблизительно постоянную скорость поворота. В конечной окрестности каждого выполняется одерживание. Закон управления, в отличие от команд ручного управления («Право/Лево руля» и «Одерживать»), когда руль во время поворота принимает только два положения, обеспечивает ускоренное выполнение маневра за счет повышенного отклонения в окрестности граничных участков элементарного отрезка заданной траектории.

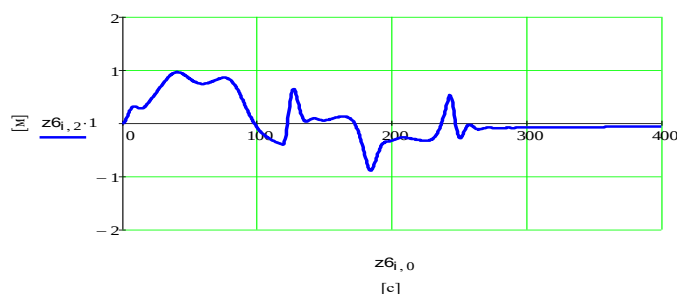


Рисунок 4.4.11 – График бокового отклонения при автоматическом управлении движением судна по траектории ABCD

Моделирование процесса автоматического управления движением ПР по исполнительной траектории ABCD (см. рисунок 4.4.9) показало, что при постоянной времени привода исполнительного механизма, равной 1,2 с, абсолютная величина сигнала управления не превышает заданное максимальное значение 10° (рисунок 4.4.10), боковое отклонение не превышает 1 м (рисунок 4.4.11).

Выводы

В разделе рассматривается ориентированный на практическое использование симметричный относительно оси путевой примитив $\eta^2 s$ -сплайн, который является подвидом η^2 -сплайнов. Использование $\eta^2 s$ -сплайнов и отрезков прямых позволяет формировать в реальном масштабе времени исполнительные траектории с геометрической гладкостью G^2 . Траектории с гладкостью G^2 являются наиболее близкими к физически реализуемым траекториям с геометрической гладкостью G^3 , но требуют меньших вычислительных ресурсов и имеют большую вычислительную устойчивость. Исполнительные траектории формируются с учетом ограничения на величину сигнала управления. Это позволяет задавать запас по управлению. Предлагаемые исполнительные траектории могут использоваться при управлении неголономными объектами, такими как суда и самолеты. Моделирование демонстрирует высокую точность движения объекта по таким исполнительным траекториям в режиме автоматического управления.

5. Способ предотвращения насыщения в элементах контура автоматического управления

Фактором, существенно снижающим эффективность систем автоматизированного управления движением, является ограниченная возможность исполнительного механизма по отработке расчетного сигнала управления. Если расчетный сигнал управления выходит за допустимый диапазон, то исполнительному сигналу присваивается нарушенное граничное значение, и после этого он поступает в исполнительный механизм для отработки. Частые выходы исполнительного сигнала управления на граничные значения приводят к повышенному расходу технического ресурса исполнительного механизма и могут вызывать автоколебания в контуре управления, следствием которых, в свою очередь, является рост механических нагрузок на объект управления в целом.

Распространенная причина выхода исполнительного сигнала управления на граничные величины – значительное отклонение от заданной траектории. В этом случае фактически происходит разрыв контура управления, и возникает необходимость в прерывании текущего алгоритма управления и решении задачи возврата в окрестность заданной траектории. Можно построить траекторию возврата на заданную с помощью дополнительного алгоритма, затем с помощью существующего алгоритма управления вернуться на заданную траекторию. Или разработать усовершенствованный алгоритм управления движением, резко уменьшающий количество выходов исполнительного сигнала управления на граничные значения. Иначе говоря, возврат на заданную траекторию можно не выделять как отдельную задачу.

Целесообразно в алгоритмы, построенные с помощью метода линеаризации обратной связью, встроить механизм, обеспечивающий плавный возврат на заданную траекторию без разрыва контура управления при выходе сигнала на граничные значения.

В разделе рассматривается усовершенствованный алгоритм управления перемещением судна по заданной траектории с непрерывной кривизной, который обеспечивает нахождение исполнительного сигнала управления в заданных границах при произвольных боковых отклонениях и сохранении асимптотической сходимости фактической траектории к заданной. Предлагаемый алгоритм построен на основе метода линеаризации обратной связью см. раздел 3 и работы [45, 25, 60].

5.1. Усовершенствованный алгоритм управления А1

При применении метода линеаризации обратной связью для построения ЗУ формируется диффеоморфизм, который преобразует систему координат исходной нелинейной системы в систему координат эквивалентной по динамике бокового отклонения линейной системы [25]. Для вариантов перемещения по прямому отрезку и по полиномиальной дуге линейные системы одинаковы и имеют управляемое каноническое представление системы с одним входом [2]. По этой причине далее можно говорить об одной системе. Относительная степень эквивалентной линейной системы равна 3 [25]. Линейная система описывает динамику бокового отклонения и не связана с движением объекта вдоль заданной траектории, вследствие чего пространство линейной системы имеет размерность 3. Движение объекта вдоль заданной траектории является нуль-динамикой [25].

В системе координат линейной системы линейная модель будет иметь матрицу замкнутой системы [25] с теми же коэффициентами обратной связи $\{k_1, k_2, k_3\}$:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}.$$

Так как матрица A имеет порядок 3, то характеристический полином – степень 2. Полиномы второй степени с действительными коэффициентами имеют корни с отрицательными действительными частями, если коэффициенты больше нуля. Следовательно, линейная система будет иметь асимптотическое решение [2]. Тогда законы управления (3.1.8) и (3.1.11) обеспечивают асимптотическую устойчивость решений систем (3.1.6) и (3.1.9), когда $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_3 > 0$.

Рассмотрим диапазоны возможных значений слагаемых в законах управления (3.1.8) и (3.1.11) Путьевой угол судна x_3 находится в диапазоне от -180° до 180° . На эксплуатационных режимах угловая скорость x_4 имеет ограниченную величину. Очевидно, что при выполнении условий (3.1.7) и (3.1.10) только функции выходных переменных $\alpha_L(x)$ и $\alpha_S(x)$ могут принимать произвольные величины. К неограниченному росту абсолютной величины δ_c может приводить слагаемое $k_1 \alpha_i(x)$, где $i \in \{L, S\}$. Поскольку k_1 может иметь любую положительную величину, то, выбрав достаточно малую величину для k_1 , можно обеспечить $|\delta_c| < \delta_{\max}$. Траектория объекта будет асимптотически приближаться к текущему путевому примитиву, но скорость приближения будет

уменьшаться, и потребуется увеличение k_1 . Вместо сложной процедуры ступенчатого изменения k_1 предлагается для расчета δ_c использовать модифицированные функции $\tilde{\alpha}_i(x) = \text{sat}_{dm_i}(\alpha_i(x))$, где $i \in \{L, S\}$. Тогда δ_c будет принимать ограниченные значения. Зная величины коэффициентов $\{k_1, k_2, k_3\}$ и граничные значения для x_3, x_4 , можно подобрать такие величины констант dm_L и dm_S , что в режиме автоматического управления путевым углом абсолютная величина d_c не будет превышать заданную максимальную величину $\delta_{\max}$.

В ЗУ $\delta_L(x), \delta_S(y)$ функции $\alpha_i(x)$, где $i \in \{L, S\}$, можно заменить на $\tilde{\alpha}_i(x)$, тогда эти новые ЗУ будут обозначаться как $\tilde{\delta}_L(x), \tilde{\delta}_S(y)$.

Таким образом, алгоритм управления движением по заданной траектории с ЗУ $\tilde{\delta}_L(x), \tilde{\delta}_S(y)$ является усовершенствованной версией алгоритма автоматического управления путевым углом с исключением выхода исполнительного сигнала управления на граничные значения при любом боковом отклонении судна от заданной траектории. Область притяжения заданной траектории при использовании усовершенствованного алгоритма совпадает с плоскостью П.

5.1.1. Результат моделирования

Для подтверждения эффективности усовершенствованного алгоритма моделировалась работа контура управления, состоящего из блока управления и модели динамики судна как объекта управления. В алгоритме блока управления может использоваться пропорциональный или усовершенствованный ЗУ.

Все примеры носят иллюстративный характер и не являются результатом разработки конкретных технических систем.

Для объекта управления принята модель динамики судна, предложенная Р. Я. Першицем [29]:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega, \\ \dot{\beta} = -q_{21}\beta - r_{21}\omega - s_{21}\delta - h|\beta|\beta, \\ \dot{\omega} = -q_{31}\beta - r_{31}\omega - s_{32}\delta, \end{cases} \quad (5.1.1)$$

где φ – курс судна;

ω – угловая скорость корпуса судна в горизонтальной плоскости;

β – угол дрейфа;

δ – угол перекладки руля;

$q_{21}, r_{21}, s_{21}, h, q_{31}, r_{31}, s_{31}$ – коэффициенты, зависящие от гидродинамики судна.

Уравнения Р. Я. Першица учитывают s -образность диаграммы управляемости судна, что обеспечивает достаточно точное моделирование его движения по криволинейной траектории.

В расчетах использовались приведенные ниже коэффициенты из [30], которые получены из данных телеметрии пассажирского судна на скорости 4 м/с:

$$q_{21} = -0,044, r_{21} = 0,029, s_{21} = -0,002, h = 0,056, \\ q_{31} = -0,185, r_{31} = 0,14, s_{31} = -0,0018. \quad (5.1.2)$$

Так как в ЗУ используется модель движения судна Норрбина [51], то по модели Р. Я. Першица (5.1.1) с коэффициентами (5.1.2) с помощью метода наименьших квадратов была построена модель Норрбина, которая аппроксимирует (5.1.2):

$$\dot{\omega} = b\delta + \theta_1\omega + \theta_2\omega^3, \quad (5.1.3)$$

где $b = 0,0018$;

$$q_1 = -0,00593;$$

$$q_2 = -0,017.$$

Результат аппроксимации модели (5.1.2) моделью (5.1.3) представлен на рисунке 5.1.1 в форме диаграмм управляемости моделей (5.1.2) и (5.1.3) в первом квадранте.

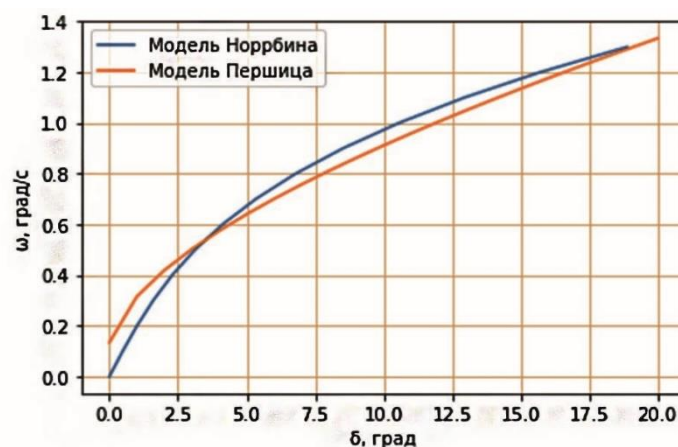


Рисунок 5.1.1 – Диаграммы управляемости моделей (5.1.2) и (5.1.3) в первом квадранте

Для законов управления (3.1.8) и (3.1.11) были приняты коэффициенты $k_1 = 0,0001$, $k_2 = 0,005$, $k_3 = 0,2$, обеспечивающие приемлемое качество управления при ступенчатом изменении заданного путевого угла.

Было выполнено моделирование автоматического управления движением судна по заданной траектории, состоящей из трех путевых примитивов (рисунок 5.1.2). Заданная траектория содержит два прямых путевых примитива с индексами 0 и 2, которые соединены криволинейным полиномиальным

примитивом с индексом 1. Начало заданной траектории находится в точке с координатами (0, 0) в местной декартовой системе координат.

При начальном положении судна $x_0 = 0$ м, $y_0 = 25$ м и в начальной точке заданной траектории ($x = 0$, $y = 0$) результаты моделирования для пропорционального ЗУ представлены на рисунках 5.1.2 и 5.1.3. Исполнительный угол перекладки руля δ_a не выходит на границы заданного диапазона $\pm 25^\circ$. Среднее квадратическое боковое отклонение судна составило 3,46 м, среднее квадратическое отклонение руля – $1,89^\circ$, средняя квадратическая скорость перекладки руля – $0,612^\circ/\text{с}$. Все варианты моделирования выполнялись для скорости 4 м/с.

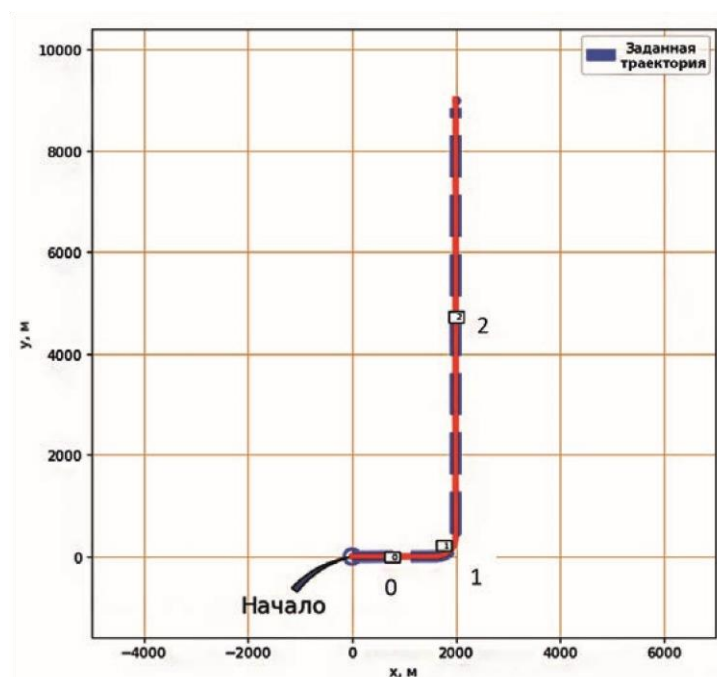


Рисунок 5.1.2 – Траектория перемещения судна под действием пропорционального ЗУ (сплошная линия), заданная траектория отмечена штриховой линией

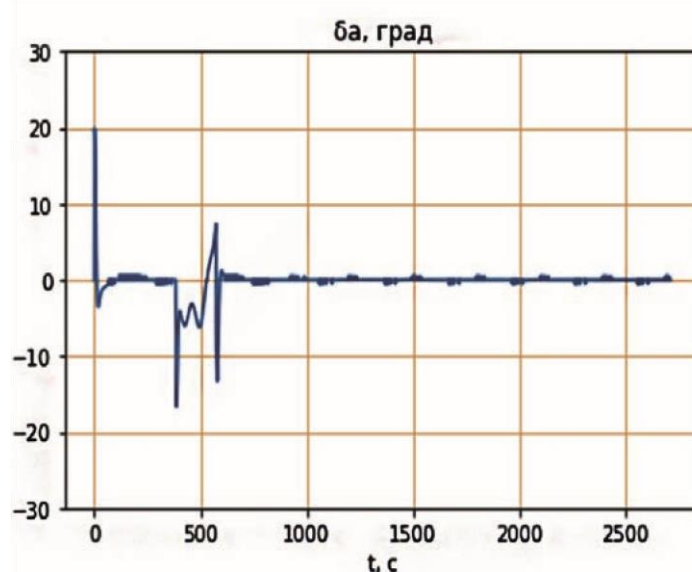


Рисунок 5.1.3 – Перекладки руля под действием пропорционального ЗУ

На рисунках 5.1.4 и 5.1.5 показаны траектории перемещения судна и перекладки руля соответственно под действием пропорционального ЗУ при большом отклонении начального положения судна от начальной точки заданной траектории. Начальное положение судна: $x_0 = 0$, $y_0 = -1500$ м. В законе управления в окрестности точки x , в которой не выполняются условия (3.1.7) или (3.1.10), принимается $\delta_c = 0$ для исключения сингулярности.

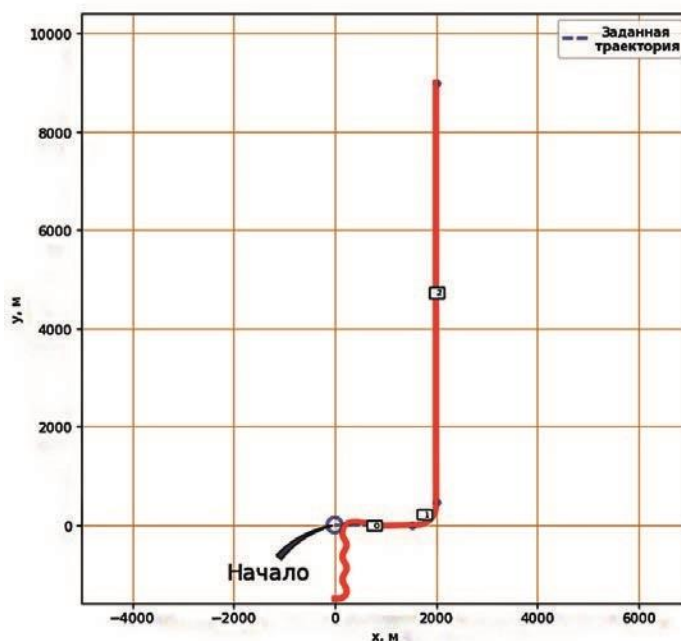


Рисунок 5.1.4 – Траектория перемещения судна под действием пропорционального ЗУ при отклонении -1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

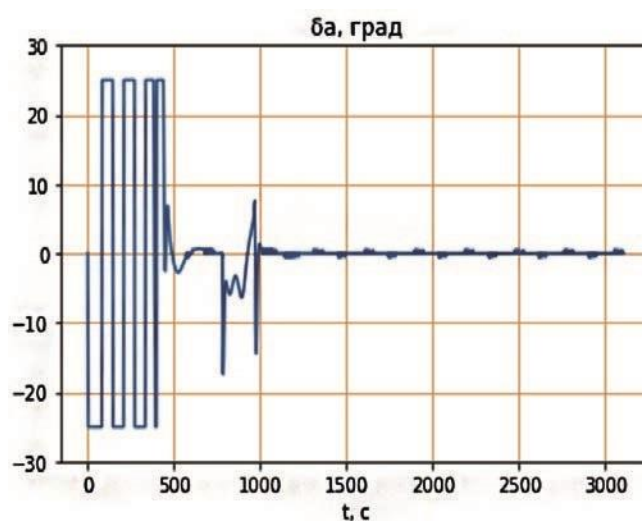


Рисунок 5.1.5 – Перекладки руля под действием пропорционального ЗУ при отклонении -1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

Пример движения в обратном направлении под действием пропорционального ЗУ представлен на рисунках 5.1.6 и 5.1.7. Начальное положение судна: $x_0 = 0$, $y_0 = -1400$ м. В ЗУ в окрестности точки x , в которой не выполняются условия (3.1.7) или (3.1.10), принимается $\delta_c = 0$ для исключения сингулярности.

Рисунки 5.1.5 и 5.1.7 показывают, что закон управления, построенный по методу линеаризации обратной связи, работающий в условиях ограничения на сигнал управления, может приводить к автоколебаниям и движению в обратном направлении при $\delta_c = 0$ в окрестности точек сингулярности. Если при попадании в окрестность точки сингулярности отказаться от обнуления δ_c , то придется остановить процесс управления.

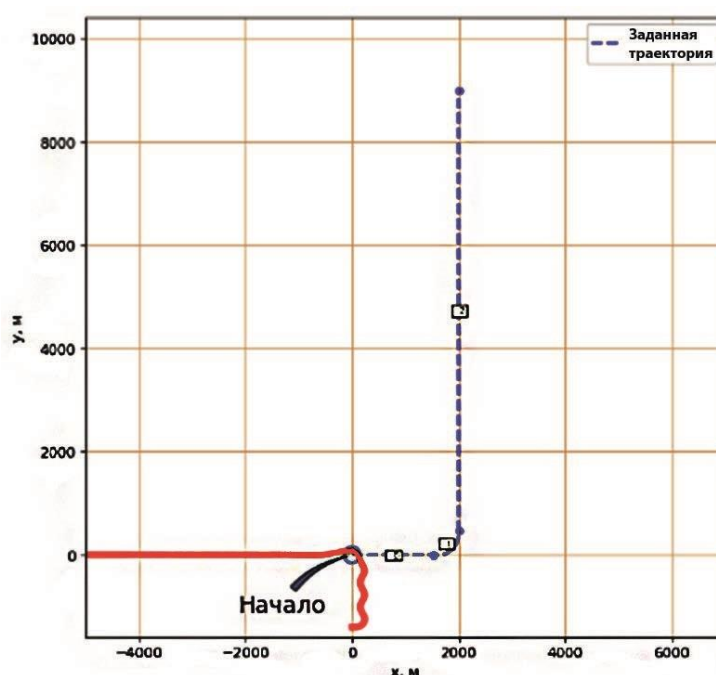


Рисунок 5.1.6 – Траектория перемещения судна под действием пропорционального ЗУ при отклонении -1400 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

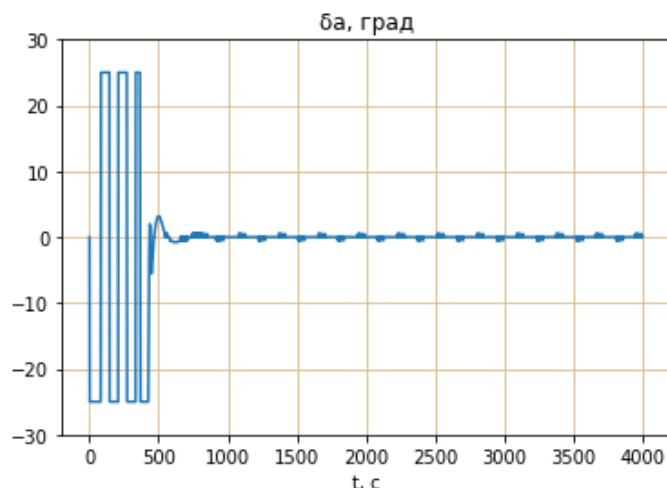
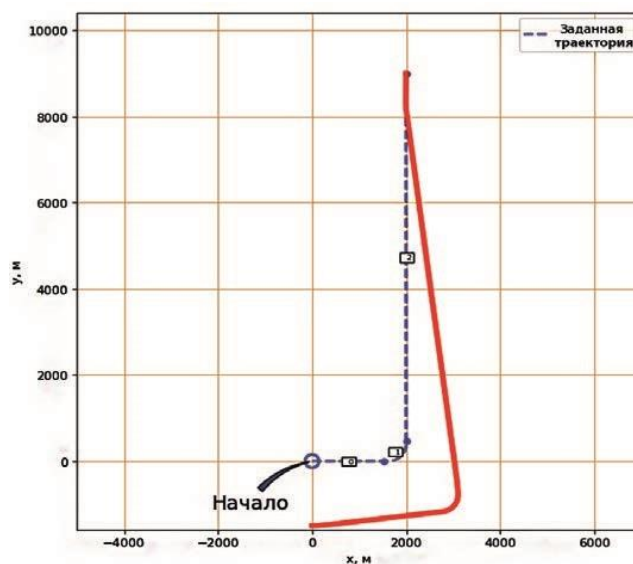
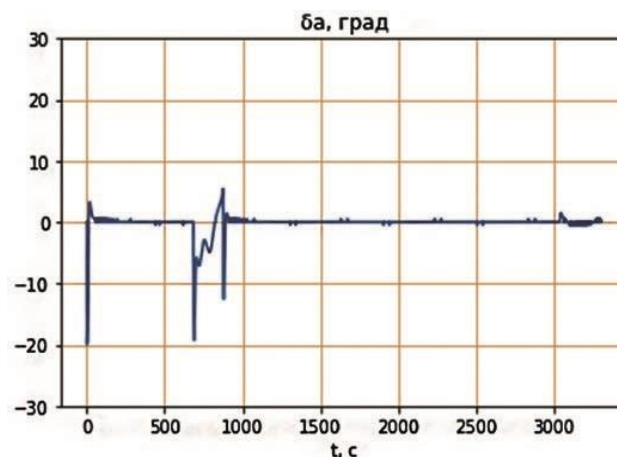


Рисунок 5.1.7 – Траектория перекладки руля под действием пропорционального ЗУ при отклонении -1400 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

На рисунках 5.1.8 и 5.1.9 показаны траектории перемещения судна и перекладки руля соответственно под действием усовершенствованного ЗУ, в котором приняты ограничения $dm_L = 25$ м, $dm_S = 7$ м на функции выходных переменных $\alpha_L(x)$ и $\alpha_S(x)$ соответственно. Начальное положение судна: $x_0 = 0$, $y_0 = 1500$ м.



Рисунке. 5.1.8 – Траектория перемещения судна под действием усовершенствованного ЗУ при отклонении -1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории



Рисунке 5.1.9 – Траектория перекладки руля под действием усовершенствованного ЗУ при отклонении -1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

На рисунках 5.1.10 и 5.1.11 показаны траектории перемещения судна и перекладки руля соответственно под действием усовершенствованного ЗУ, в котором приняты ограничения $dm_L = 40$ м, $dm_S = 7$ м на функции выходных переменных $\alpha_L(x)$ и $\alpha_S(x)$ соответственно. Начальное положение судна: $x_0 = 0$, $y_0 = 1500$ м.

В варианте с $dm_L = 40$ м (рисунки 5.1.10, 5.1.11) выход на заданную траекторию происходит приблизительно на 3000 м ближе, чем в варианте с $dm_L = 25$ м (рисунки 5.1.8, 5.1.9), хотя в варианте с $dm_L = 40$ м происходит один выход исполнительного сигнала управления на граничную величину угла перекладки руля в 25° .

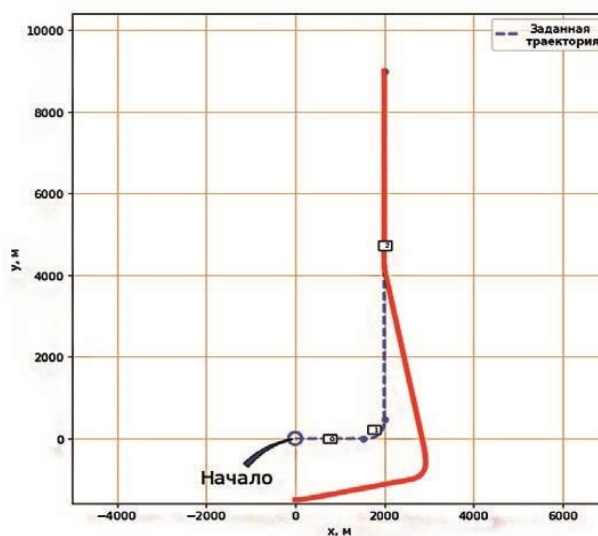


Рисунок 5.1.10 – Траектория перемещения судна под действием усовершенствованного ЗУ при отклонении -1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

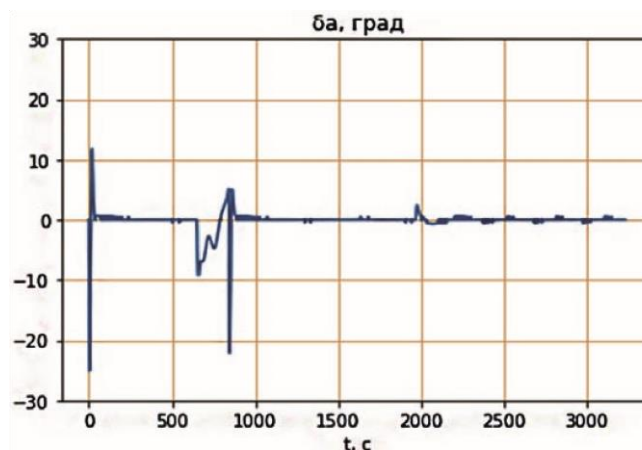


Рисунок 5.1.11 – Перекладки руля под действием усовершенствованного ЗУ при отклонении –1500 м начального положения судна от начальной точки заданной траектории

На рисунке 5.1.5 видно появление вредных автоколебаний в начале процесса управления. Сравнение рисунков 5.1.5 и 5.1.9 показывает, что при использовании пропорционального ЗУ произошло восемь выходов исполнительного сигнала управления на граничные значения, а при использовании усовершенствованного – ни одного.

Результаты моделирования позволяют предложить: если в законе управления существует слагаемое $kf(x(t))$ и для обеспечения устойчивости должно выполняться условие $k > 0$, то на конечном интервале времени слагаемое $kf(x(t))$ можно заменить на произвольную гладкую функцию $F(t)$, удовлетворяющую условию $F(x(t))/f(x(t)) > 0$, при этом устойчивость управления сохраняется.

5.2. Анализ устойчивости алгоритма А1

Пояснения, обозначения и определения

Кусочно-аффинные системы (PWA) представляют собой класс гибридных систем [4], характеризующихся разбиением пространства состояний на многогранники (возможно, неограниченные), где динамика системы может быть описана линейными и аффинными моделями. Вопрос стабильности работы гибридной системы требует отдельного рассмотрения, так как известны несколько феноменов: неустойчивость гибридной системы при устойчивости всех подсистем, устойчивость гибридной системы при неустойчивости всех подсистем, режим Зенона и скользящий режим. В работах [50, 46] и многих других рассматривается анализ устойчивости гибридной системы с помощью

составной квадратичной функции Ляпунова. Предполагается, что должна быть доказана устойчивость начала координат.

Определение 5.2.1. Согласно [44], *разбиение* множества $X \subseteq \mathbb{R}^n$ – это семейство полномерных множеств $\{X_s\}_{s=1}^S, S \in \mathbb{N}$, таких, что $X = \bigcup_{s=1}^S X_s$ и $\text{int}X_s \cup \text{int}X_m = \emptyset$ для $s \neq m$, где $\text{int}(X_s)$ обозначает внутреннюю часть X_s . *Многогранное разбиение* – это разбиение $\{X_s\}_{s=1}^S$, где каждый X_s является замкнутым полномерным многогранником, а каждое пересечение двух многогранников либо является пустым, либо имеет общую грань.

Определение 5.2.2. Согласно [44], рассмотрим многогранное разбиение $\{X_s\}_{s=1}^S$ из $\mathbb{R}^n$ и обозначим через Σ_0 подмножество индексов s , такое, что $0 \in X_s$, а Σ_1 – его дополнение, т. е. $\Sigma_0 \cup \Sigma_1 = \{1, 2, \dots, S\} := \Sigma$. *Кусочно-аффинная система* на многогранном разбиении $\{X_s\}_{s=1}^S$ – это набор систем дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A_s x + b_s, x \in X_s, s = 1, 2, \dots, S, \quad (5.2.1)$$

где матрица $A_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$; вектор $b_s \in \mathbb{R}^n$ с $b_s = 0$ (нулевой вектор) для всех $s \in \Sigma_0$.

В каждый момент времени работает только та подсистема, фазовый вектор которой принадлежит некоторому многограннику многогранного разбиения.

Предполагается, что каждый X_s является замкнутым множеством, т. е. смежные многогранники пересекаются по общей грани. Поэтому вопрос о том, какие значения имеют правые части уравнений (5.2.1) на общей границе многогранников, требует специального рассмотрения.

Предварительные замечания

В разделе 5.1 и работе [10] был рассмотрен алгоритм управления движением судна по заданной составной криволинейной траектории (обозначен символом «A1»), построенный по принципу кусочно-аффинной системы управления. Алгоритм A1 исключает выход исполнительного сигнала управления на граничные значения, когда боковое отклонение произвольно увеличивается от некоторой начальной величины, а остальные элементы фазового вектора постоянны. А именно: в линейный закон управления при превышении боковым отклонением заданного критического значения поступает не текущая величина бокового отклонения, а нарушенное критическое значение. При этом должна обеспечиваться сходимости фактической траектории к заданной. Одним из главных критериев работоспособности алгоритма является устойчивость его функционирования. Для математической модели системы это

означает устойчивость начала координат. Далее, как и в [16], построена составная непрерывная квадратичная функция Ляпунова, которая доказывает асимптотическую устойчивость алгоритма A1.

Для каждого путевого примитива заданной траектории существует кусочно-аффинная система S , которая состоит из трех устойчивых подсистем S_1 , S_2 , S_3 , и заданы: левое пороговое боковое отклонение $L_l < 0$ и правое пороговое боковое отклонение $L_p > 0$. S_1 работает при текущем боковом отклонении $L \leq L_l$; S_2 работает при $L_l \leq L \leq L_p$; S_3 работает при $L_p \leq L$.

Кусочно-аффинная система является подвидом гибридных систем управления. Вопрос стабильности работы гибридной системы требует отдельного рассмотрения, так как известны несколько феноменов: неустойчивость гибридной системы при устойчивости всех подсистем, устойчивость гибридной системы при неустойчивости всех подсистем и режим Зенона [41, 50]. В работах [50, 46] и многих других рассматривается вопрос анализа устойчивости гибридной системы с помощью *составной квадратичной функции Ляпунова*.

В далее представлена методика анализа устойчивости кусочно-аффинной системы управления движением судна [4, 12], основанная на решении специальной системы линейных матричных неравенств. Существование решения у этой системы линейных матричных неравенств позволяет построить функцию Ляпунова, что доказывает устойчивость рассмотренной кусочно-аффинной системы управления [50, 46].

Формальное представление системы

Согласно [4], будет рассматриваться фазовое пространство $\Omega = \mathbb{R}^3$ векторов $\mathbf{x} \in \Omega$, где $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$ и $x_1 = L$. Двумя параллельными гиперплоскостями

$$x_1 = L_l \text{ и } x_1 = L_p$$

пространство Ω разделяется на три неограниченные ячейки:

$$\Omega_1 = \{x: x_1 \leq L_l\}, \Omega_2 = \{x: x_1 \leq L_l \text{ и } L_p \leq x_1\}, \Omega_3 = \{x: L_p \leq x_1\}.$$

Гибридная система S состоит из подсистем S_1 , S_2 , S_3 , представляющихся следующими выражениями соответственно: $\dot{x} = A_1x + b_1$, $\dot{x} = A_2x$, $\dot{x} = A_3x + b_3$, где

$$A_1 = A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_1 L_l \end{bmatrix}, \quad b_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -k_1 L_p \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \end{bmatrix}.$$

Так как пространство Ω разбивается на неограниченные ячейки, то для доказательства устойчивости S можно применить теорему 4.1 из [46].

Описание методики построения системы линейных матричных неравенств

Рассмотрим способы построения матриц, необходимых для применения теоремы 4.1 из [46]. Построения сформированы на основе работ [46, 4].

$I_0 \subset I$ – множество индексов ячеек, содержащих начало координат и $I_1 = I \setminus I_0$.

Пусть задана гибридная система

$$\dot{x} = A_i x + b_i \text{ для } i \in I \quad (5.2.2)$$

с двумя параллельными гиперплоскостями $\gamma_1: G_1 x + g_1 = 0$ и $\gamma_2: G_2 x + g_2 = 0$, образующими границы ячеек разбиения фазового пространства.

В матрицах F_i , E_i и G_i первая строка формируется из коэффициентов γ_1 , вторая – из коэффициентов γ_2 .

Матрицы непрерывности F_i , которые обеспечивают непрерывность составной функции Ляпунова на границе ячеек, имеют следующую структуру:

$$F_i = [F_i \quad f_i] = \begin{bmatrix} F_i' & f_i' \\ I_n & 0_{(n \times 1)} \end{bmatrix} \text{ для } i \in I, \\ F_i \in R^{(m+n) \times n} \text{ и } f_i \in R^{(m+n)},$$

где m – количество гиперплоскостей, задающих разбиение пространства состояний на ячейки;

I_n – единичная матрица размерности $n \times n$, которая обеспечивает полный строковый ранг F_i ;

F_i' и f_i' – формируются так, чтобы выполнялось соотношение (см. [46])

$$\bar{F}_j \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \bar{F}_i \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} \text{ для } x \in \Omega_j \cap \Omega_i, j, i \in I,$$

$\bar{F}_i$ – подматрица $\bar{F}_i$, совместимая по умножению с вектором x . Строки $\bar{F}_i$ с положительными f'_i заменяются нулевыми строками.

Матрицы границ ячеек $\bar{E}_i$ и $\bar{E}_i$ формируются так, чтобы выполнялись соотношения

$$\begin{aligned} \bar{E}_i \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} &> 0 \text{ для } x \in \Omega_i, i \in I, \\ \bar{E}_j x &> 0 \text{ для } x \in \Omega_j, j \in I_0. \end{aligned}$$

Матрица $\bar{E}_j$ преобразуется в $\bar{E}_j$ добавлением столбца нулей в $\bar{E}_j$ справа.

Если ячейка не ограничена, то в матрицу $\bar{E}_i$ добавляется снизу строка с последним элементом, равным 1, и остальными нулями.

Строки $\bar{E}_j$ с положительными элементами в последней колонке заменяются нулевыми строками.

Теорема 4.1 [46]. Рассмотрим симметричные матрицы T, U_i, W_i , такие, что U_i, W_i имеют неотрицательные элементы, если для

$$\begin{aligned} P_i &= \bar{F}_i^T T \bar{F}_i, \quad i \in I_0, \\ P_i &= \bar{F}_i^T T \bar{F}_i, \quad i \in I_1. \end{aligned}$$

выполняются неравенства

$$\begin{cases} \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + \bar{E}_i^T U_i \bar{E}_i < 0, & i \in I_0, \\ P_i - \bar{E}_i^T W_i \bar{E}_i > 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{A}_i^T P_i + P_i \bar{A}_i + \bar{E}_i^T U_i \bar{E}_i < 0, & i \in I_1, \\ P_i - \bar{E}_i^T W_i \bar{E}_i > 0, \end{cases}$$

тогда все траектории $x(t) \in \bigcup_{i \in I} \Omega_i$, удовлетворяющие уравнениям (5.2.2), для $\forall t \geq 0$ сходятся к нулю экспоненциально.

Знак « $<$ ($>$)» обозначает отрицательную (положительную) определенность матрицы слева.

Если существует решение неравенств из теоремы 4.1 [46], то гибридная система устойчива. В противном случае вопрос об устойчивости этой системы остается открытым, так как существование функции Ляпунова является достаточным условием.

Результат численного решения системы неравенств

Пример. Для гибридной системы S с параметрами: $L_l = -40$, $L_p = 40$, $k_1 = 0,0001$, $k_2 = 0,005$, $k_3 = 0,2$, были получены матрицы P_1 , P_2 и P_3 .

Матрица P_1

2.64e-07-2.72e-05...-1.82e-04
-1.82e-04-9.54e-02...2.95e-01

Матрица P_2

1.94e-04 2.36e-03...0.00e+00
0.00e+00 0.00e+00...0.00e+00

Матрица P_3

-2.24e-05 6.20e-04...5.41e-03
5.41e-03 6.95e-02...-8.75e-02

Положив $z = [x, 1]^T$, получаем составную квадратичную функцию Ляпунова:

$$V(z) = \begin{cases} z^T P_1 z, & \text{если } x_1 < L_l, \\ z^T P_2 z, & \text{если } L_l \leq x_1 < L_p, \\ z^T P_3 z, & \text{если } L_p \leq x_1. \end{cases}$$

Линии уровня составной квадратичной функции Ляпунова на рисунке 5.2.1 показаны штриховой линией.

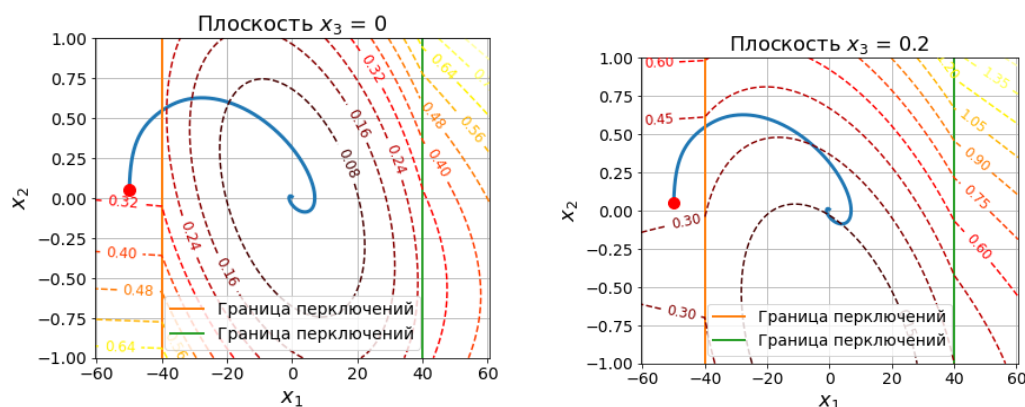


Рисунок 5.2.1 – Проекция траектории кусочно-аффинной системы и линий уровня составной квадратичной функции Ляпунова на плоскости, перпендикулярные оси x_3

В исследовании представлена методика анализа устойчивости кусочно-аффинной системы управления, у которой пространство состояний двумя параллельными гиперплоскостями разбивается на три бесконечные ячейки с началом координат, расположенным между гиперплоскостями.

Преимущества методики: ячейки разбиения могут быть неограниченными, в то время как в большинстве методов построения составных функций Ляпунова неограниченные ячейки не допускаются.

Доказана устойчивость системы управления движением А1, рассмотренной как гибридная или, более точно, как кусочно-аффинная система.

5.3. Усовершенствованный алгоритм А2

Вычислительные эксперименты, представленные в разделе 5.1, показали, что коэффициенты закона управления, оптимальные для управления перемещением по заданной траектории при умеренных боковых отклонениях, при отклонении порядка одного километра приводят к возврату объекта управления на заданную траекторию после прохождения около 10 км. Возврат на заданную траекторию выполняется после прохождения почти 10 000 м заданной траектории при начальном боковом отклонении вправо от заданной траектории на 1500 м (см. рисунок 5.1.9 и на рисунке 5.1.11 штриховая линия). Следовательно, необходимо повышение интенсивности возврата судна на заданную траекторию при километровых боковых отклонениях и сохранении предотвращения насыщения исполнительного механизма.

В работах [10, 16] предполагалось, что коэффициенты закона управления в алгоритме А1 при пересечении фазовым вектором границы соседних многогранников остаются неизменными. Поэтому значения правых частей уравнений замкнутой системы управления движением в [10] на общей границе

многогранников непрерывны. Следовательно, векторное поле, задаваемое замкнутой системой управления с алгоритмом A1, непрерывно. Однако, если отказаться от требования непрерывности векторного поля на границах соседних многогранников, то появляется возможность более тонкой настройки подсистем этой гибридной системы управления. При этом подсистемы с индексами $s \in \Sigma_1$ не обязаны быть асимптотически устойчивыми.

Единственное усовершенствование алгоритма A2, по сравнению с A1, состоит в том, что как только боковое отклонение превышает по абсолютной величине заданное критическое значение, коэффициенты закона управления заменяются на такие, которые соответствуют режиму возврата на заданную траекторию.

Неравенство коэффициентов законов управления на границе соседних многогранников приводит к тому, что векторное поле, задаваемое замкнутой системой управления, *перестает быть непрерывным*. Физическая реализация системы судно – авторулевой, у которой математическая модель имеет векторное поле с разрывом на границах соседних многогранников, может быть работоспособной вследствие осуществления переходного процесса, определяемого тонкими деталями технической реализации. В [10] использовалась подробная модель судна с авторулевым, в которой учитывалась динамика исполнительного механизма привода руля и нелинейная модель динамики судна. На этой модели проводились вычислительные эксперименты по проверке устойчивости усовершенствованного алгоритма A2 и его способности возвращать судно на заданную траекторию после прохождения меньшего пути, по сравнению с результатом алгоритма A1. В вычислительных экспериментах все параметры совпадают с аналогичными в [10], но в алгоритме A2 коэффициент закона управления $k_2 = 0,005$ заменялся на $k_2 = 0,00125$, как только боковое отклонение превышало по абсолютной величине заданное критическое значение. Результаты моделирования работы алгоритмов A1 и A2 представлены на рисунке 5.3.1.

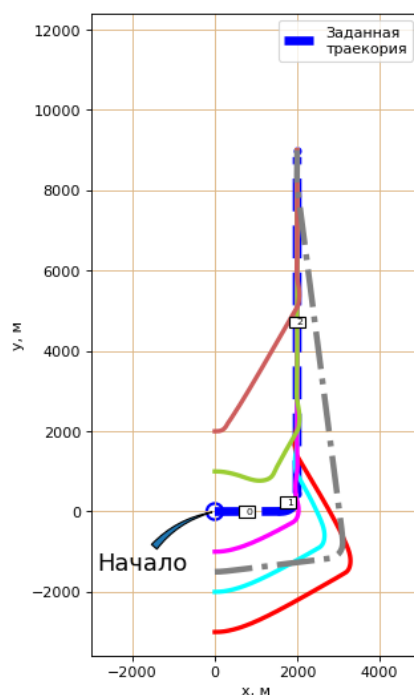


Рисунок 5.3.1 – Траектории возврата объекта управления на заданную траекторию при различных начальных боковых отклонениях

На рисунке 5.3.1 штрихпунктирная линия – траектория, выполненная алгоритмом A1; цветные сплошные линии – траектории, выполненные алгоритмом A2. Положительный эффект работы алгоритма A2, по сравнению с A1, очевиден.

Задача строгого обоснования устойчивости алгоритма A2 будет решаться в следующих исследованиях. Непосредственное применение метода, использованного в [16], невозможно, так как этот метод предполагает непрерывность векторного поля системы дифференциальных уравнений гибридной системы и, соответственно, непрерывность составной функции Ляпунова. В работах [44, 64] представлен метод построения разрывных функций Ляпунова для обоснования устойчивости кусочно-аффинных систем, которые могут быть применены для обоснования устойчивости алгоритма A2.

Выводы

Если использовать ЗУ, построенные по методу линеаризации обратной связи, в алгоритме управления движением объекта по заданной траектории с непрерывной ограниченной кривизной, то при наличии ограничения на величину сигнала управления и большом боковом отклонении вектор состояния модели движения судна может приближаться к точке сингулярности ЗУ. В этом случае необходимо переходить к другому алгоритму управления. При любом боковом отклонении усовершенствованный ЗУ может обеспечить или полное отсутствие выхода расчетного сигнала управления на граничную величину исполнительного сигнала управления, или уменьшение количества таких выходов. При этом работоспособность алгоритма управления сохраняется.

Использование усовершенствованного ЗУ особенно полезно для систем автоматического управления безэкипажными судами. Такие суда в настоящее время, как правило, имеют небольшое водоизмещение, и во многих случаях воздействие ветра и волн является для них непреодолимым. Как только это воздействие прекращается, усовершенствованный ЗУ сразу начинает эффективно парировать боковое отклонение без переключения на специальный алгоритм.

Выводы подтверждаются результатами моделирования.

6. Автоматизированная идентификация параметров полиномиальной модели Норрбина

Для идентификации параметров полиномиальной модели Норрбина в авторулевом предлагается реализовать автоматизированную команду «зигзаг».

Параметры команды «зигзаг»:

φ_0 – заданный средний ПУ, град;

δ_0 – начальное положение руля, должно быть $\delta_0 = 0$, град;

δ_1 – абсолютная величина начального максимального отклонения руля, град;

t_{start} – момент начала маневра зигзаг, с;

$k\Delta\varphi_{\text{fib}}$ – коэффициент для расчета абсолютной величины граничного отклонения ПУ от φ_0 , град;

ρ – параметр, задающий темп уменьшения амплитуды переключений руля: 1 – затухания нет, при $0 < \rho < 1$ – затухание.

При движении на номинальной скорости программным способом выполняется серия переключений руля с правого борта на левый и наоборот под строгим контролем вахтенного рулевого [30]. После очередной переключки ожидается изменение курса на величину угла отклонения руля и выполняется переключка в противоположном направлении и т. д. Абсолютная величина угла переключки руля постепенно уменьшается до заданного значения, после чего процесс прекращается. Процесс переключений руля представлен на рисунке 6.1.

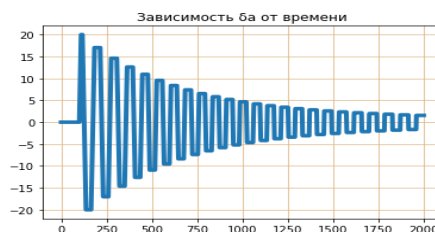


Рисунок 6.1 – Процесс переключений руля

По телеметрическим данным записи параметров движения судна в этом испытании с помощью метода наименьших квадратов выполняется поиск числовых значений параметров полиномиальной модели Норрбина. Необходимым условием для автоматизированного выполнения маневра «зигзаг» является устойчивость судна на курсе, которая должна быть предварительно подтверждена на ходовых испытаниях.

Для испытания работоспособности предлагаемого алгоритма идентификации параметров полиномиальной модели Норрбина был проведен

вычислительный эксперимент. Моделировалось перемещение точной модели движения судна под действием процесса переключений руля, показанного на рисунке 6.1. В качестве точной была принята двумерная модель Першица (5.1.2). С помощью метода наименьших квадратов по результатам моделирования была выполнена идентификация параметров полиномиальной модели Норрбина. Для оценки отклонения полиномиальной модели Норрбина от точной на рисунке 6.2 представлены их диаграммы управляемости.

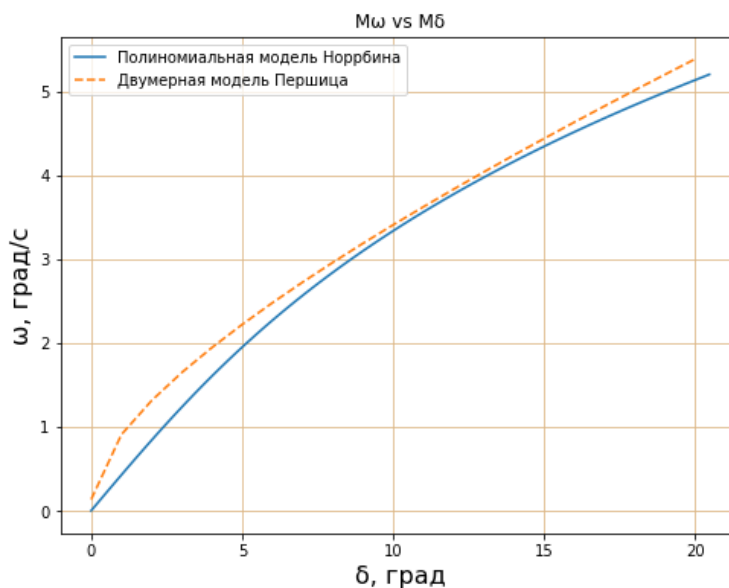


Рисунок 6.2 – Диаграммы управляемости двумерной модели Першица и полиномиальной модели Норрбина

Отклонение модели Норрбина от модели Першица по квадрату 2-нормы составило 0,105.

7. Методика настройки коэффициентов закона управления авторулевого численными методами

Характеристики динамики судна изменяются в широком диапазоне в зависимости от скорости продольного движения, загрузки, дифферента, крена и глубины под килем. На судно постоянно действуют возмущающие воздействия: ветер, волны, течение. Силы, генерируемые волнами, часто являются доминирующими силами. Волны имеют периодические составляющие. Доминирующая частота волн может изменяться в три раза, когда погодные условия изменяются от легкого бриза до шторма [37]. Частота сил, генерируемых волнами, может изменяться гораздо больше, так как она зависит еще и от скорости и курса судна. Поэтому при настройке и эксплуатации авторулевого необходимо учитывать динамику судна и возмущающие воздействия.

Традиционные авторулевые для судов являются контроллером, использующим некоторый алгоритм управления. Такой контроллер имеет ручную настройку параметров алгоритма и орган регулирования параметров. Ручная настройка необходима из-за варьирования динамических характеристик судна. Она также полезна для изменения настроек авторулевого, когда изменяются характеристики возмущающих воздействий и текущая глубина. Настройка авторулевого является обязанностью команды судна. Некачественная настройка может приводить к перерасходу горючего и преждевременному износу привода руля. Для устранения недостатков ручной настройки современные авторулевые оснащаются блоками адаптации к текущим возмущающим воздействиям окружающей среды и текущим характеристикам динамики судна.

Широко применяется загрузка коэффициентов закона управления в авторулевой из заранее заготовленной таблицы по данным о текущей обстановке. Обновленные коэффициенты будут загружаться с минимальной временной задержкой. Однако эти коэффициенты могут неточно соответствовать текущей обстановке из-за ограниченности объема таблицы. Метод табличного управления давно и широко используется в системах автоматизированного управления самолетами и судами. Следующие материалы относятся к методу табличного управления.

Предполагается, что адекватная математическая модель объекта управления разработана и верифицирована на натурных испытаниях. Индексами таблицы параметров авторулевого должны быть: скорость продольного движения, загрузка судна, состояние окружающей среды и глубина под килем. Рассмотрим построение таблицы параметров для авторулевого с нелинейным законом управления, представленного в [10]. Элементами таблицы будут

коэффициенты обратной связи закона управления (КЗУ) k_1, k_2, k_3 и, возможно, дополнительный параметр.

Если необходимо обеспечивать баланс между точностью удержания судна на заданной траектории и нагрузкой привода руля, то задача поиска КЗУ для каждого набора индексов таблицы является оптимизационной. При разработке авторулевых в качестве целевой функции, как правило, используют целевую функцию в форме квадратичной функции потерь, поскольку квадратичная целевая функция обеспечивает учет указанного баланса и существует широкий набор алгоритмов для решения оптимизационных задач с квадратичной целевой функцией.

7.1. Оптимизация коэффициентов обратной связи закона управления на эталонном входном сигнале

В рейсе судно постоянно подвергается возмущающим воздействиям. В результате возмущающих воздействий судно смещается с заданной траектории, возможно с изменением путевого угла. Задача авторулевого (контроллера) состоит в выработке таких сигналов управления рулем, которые обеспечивают возврат судна на заданную траекторию и стабилизацию движения судна при условии ограниченности доступных ресурсов для управления. Формальным представлением задачи настройки КЗУ является задача минимизации, в которой целевая функция (ЦФ) $Z(\mathbf{k})$, зависящая от вектора $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)^T$ (где T – символ операции транспонирования) коэффициентов закона управления, учитывает отклонение судна от заданной траектории и затраты на управление.

Для настройки КЗУ систем автоматического управления часто используют эталонное входное воздействие в форме ступенчатой функции. Далее поиск оптимального вектора КЗУ будет осуществляться для эталонного начального состояния судна, в котором центр масс смещен на 100 м в боковом направлении от заданной траектории и путевой угол отличается от направления траектории на 20° .

Краткое описание неформальной итерационной процедуры поиска целевой функции, если известен алгоритм поиска экстремума целевой функции, приведено в [26]: «Довольно часто построение естественной квадратичной функции потерь вызывает значительные трудности – даже в таких случаях ЛК-теория (линейно-квадратичная теория) оказывается весьма полезной. В подобной ситуации вначале выбирают некоторую квадратичную функцию потерь (целевую функцию – в терминологии)) достаточно произвольного вида. Затем, решая уравнение Риккати (алгоритм поиска экстремума целевой функции), выполняют синтез оптимального управления для выбранного

критерия. После этого исследуют свойства полученной таким образом замкнутой системы: переходные режимы, частотные характеристики, робастность и т. д. Далее корректируют элементы функции потерь и повторяют всю процедуру до тех пор, пока не будут достигнуты требуемые свойства». Аналогичная процедура, но примененная к нелинейной системе управления, будет выполняться для получения целевой функции, обеспечивающей расчет КЗУ для таблицы параметров. На первом этапе этой процедуры будет выполнен поиск подходящей ЦФ. На втором – будет выполнен поиск оптимальных КЗУ.

Основные обозначения, используемые в работе:

$\mathbf{J}_k$ – вектор непрерывных индексов, предназначенный для вычисления соответствующего вектора k ;

$\mathbf{k}$ – вектор коэффициентов обратной связи закона управления;

$\mathbf{k}_0$ – базовый вектор КЗУ, относительно которого вычисляется вектор $\mathbf{k}$, задаваемый вектором непрерывных индексов $\mathbf{J}_k$;

$\mathbf{k}_{00}$ – начальный вектор КЗУ, который необходим для запуска алгоритма поиска минимума функции Z ;

$\mathbf{k}_{opt}$ – вектор КЗУ, соответствующий минимуму функции Z ;

$\mathbf{k}_{calm}$ – вектор КЗУ для плавания в условиях спокойного моря;

$\mathbf{k}_{rough}$ – вектор КЗУ для плавания в условиях беспокойного моря;

k_Z – коэффициент, задающий долю оценки потребления энергии исполнительным механизмом привода руля в целевой функции Z ;

q – дискретный индекс, предназначенный для упорядоченного перебора начальных векторов КЗУ;

t_{0_Z} – время начала малоэффективного потребления энергии исполнительным механизмом привода руля;

$Z(\mathbf{k})$ – целевая функция, описывающая качество процесса управления.

7.1.1. Построение целевой функции

Рассматривается построение ЦФ в форме квадратичной функции потерь для задачи стабилизации судна на заданной траектории, так как квадратичная функция потерь обеспечивает неплохую сходимость процессов поиска экстремума. Если в результате действия возмущающих воздействий судно сместилось с заданной траектории, то качество процесса возврата на заданную траекторию можно характеризовать четырьмя общепринятыми показателями: время переходного процесса, перерегулирование, колебательность и статическая ошибка [23]. Первые три показателя не являются ни дифференцируемыми, ни непрерывными в зависимости от k . Поэтому использование их в целевой функции нецелесообразно, так как отсутствуют эффективные числовые алгоритмы поиска экстремума недифференцируемых функций.

Уменьшение всех этих четырех показателей ведет к уменьшению интеграла от квадрата бокового отклонения судна $D_{ХТЕ}$ на интервале времени парирования бокового отклонения T :

$$D_{ХТЕ} = \frac{1}{T} \int_0^T y_{ХТЕ}^2(t) dt,$$

где $D_{ХТЕ}$ – показатель бокового отклонения; $y_{ХТЕ}(t)$ – текущее боковое отклонение центра масс судна от заданной траектории; T – интервал времени парирования бокового отклонения.

В процессе возврата на заданную траекторию потребление энергии исполнительным механизмом привода руля можно оценить интегралом от квадрата скорости перемещения руля на интервале парирования бокового отклонения. Этот показатель учитывает затраты энергии на регулирование и износ механизмов. Однако потребление энергии механизмом на начальном этапе процесса является необходимым, а на конечном этапе – малоэффективным и может быть следствием излишней колебательности процесса. Учесть это обстоятельство можно умножением квадрата скорости перемещения руля на весовую функцию времени:

$$D_{\delta_{1w}} = \frac{1}{T} \int_0^T w(t) \delta_1^2(t) dt,$$

где $D_{\delta_{1w}}$ – взвешенный показатель загрузки привода руля;

$\delta_1(t)$ – угловая скорость перемещения руля;

$w(t)$ – весовая функция времени.

При $w(t) \equiv 1$ показатель полной загрузки привода руля обозначается символом D_{δ_1} .

В качестве весовой применяется непрерывная, но не дифференцируемая в момент t_{0_Z} функция

$$w(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_{0_Z}} \right)^2 & \text{при } t \leq t_{0_Z}, \\ 1 & \text{при } t_{0_Z} < t \leq T, \end{cases}$$

где t_{0_Z} – время окончания эффективного потребления энергии исполнительным механизмом привода руля.

Целевая функция Z может быть представлена следующим выражением:

$$Z(\mathbf{k}) = k_z D_{\delta 1} + \gamma D_{XTE}, \quad (7.1)$$

где $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)^T$ – вектор коэффициентов закона управления;

k_z – коэффициент, задающий долю оценки потребления энергии исполнительным механизмом привода руля в целевой функции Z ;

γ – коэффициент, обеспечивающий соизмеримость $D_{\delta 1}$ и D_{XTE} .

Увеличение k_z дает возможность уменьшать колебательность и перерегулирование процесса управления. Увеличение $t_{0,Z}$ дает возможность передавать большую энергию процессу управления на начальном этапе переходного процесса и за счет этого уменьшать время переходного процесса. Следовательно, перед выполнением поиска оптимальных КЗУ необходимо определить, при каких параметрах $t_{0,Z}$ и k_z вектор КЗУ, доставляющий минимум функции Z , обеспечивает удовлетворительное качество управления по показателям: времени переходного процесса, перерегулированию, колебательности.

Численные методы дают решение задачи поиска оптимального вектора для заданной целевой функции в окрестности некоторого начального вектора, задаваемого в исходных данных. В качестве начального вектора для задачи минимизации с ЦФ Z можно использовать КЗУ из примера контура управления движением судна, приведенного в [10]: $\mathbf{k}_{00} = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$. Было несколько попыток применить различные методы для поиска минимума функции Z . Метод сопряженных градиентов CG, квазиньютоновский метод BFGS и симплекс-алгоритм Нелдера – Мида [59] не обеспечили решение задачи поиска оптимальных КЗУ. Метод Powell [59, 57] показал хорошую сходимость при поиске вектора оптимальных КЗУ.

7.1.2. Выбор параметров целевой функции, обеспечивающих удовлетворительное качество управления

В вычислительных экспериментах раздела принималось, что возмущающим воздействием является боковое отклонение. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления при действии периодических возмущений выполняется в разделе 7.2. Время переходного процесса – это момент вхождения траектории в зону допустимого отклонения при условии, что затем траектория навсегда остается в зоне допустимого отклонения [23]. Допустимое отклонение принято равным 5 м. Начальное состояние судна:

- координаты: $x_0 = -2500, 0$, $y_0 = -100, 0$;
- путевой угол: $\psi_0 = 110^\circ$;
- угловая скорость корпуса в горизонтальной плоскости: 0;

– угол дрейфа: 0.

Интервал времени парирования бокового отклонения T принят равным 1000 с.

Рассмотрим множество M :

$$M = [57, 100, \dots 400]_{t_{0_Z}} \times [57, 100, \dots 400]_{k_Z},$$

где $[57, 100, \dots 400]_{t_{0_Z}}$ – множество значений параметра t_{0_Z} с шагом 50;

$[57, 100, \dots 400]_{k_Z}$ – множество значений параметра k_Z с шагом 50;

$\times$ – символ декартового произведения множеств.

Для каждого элемента множества M решена задача минимизации функции Z , и для каждого оптимального вектора КЗУ рассчитаны показатели качества процесса возврата на заданную траекторию. На рисунках 7.1–7.3 показаны контурные карты показателей: перерегулирование, время переходного процесса и колебательность соответственно на множестве M .

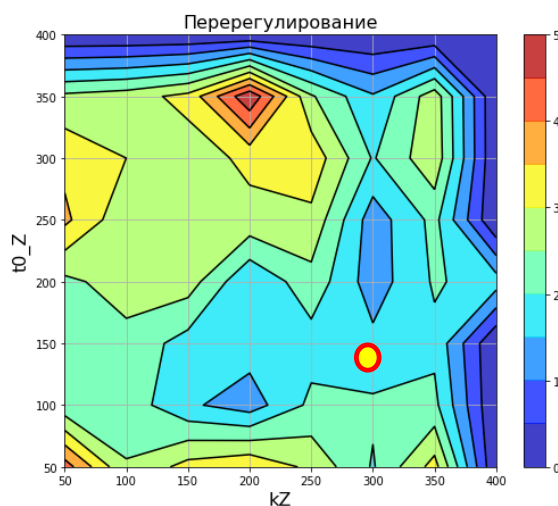


Рисунок 7.1 – Контурная карта зависимости перерегулирования (м) от параметров t_{0_Z} и k_Z :

● – метка параметров, принятых для дальнейшего использования

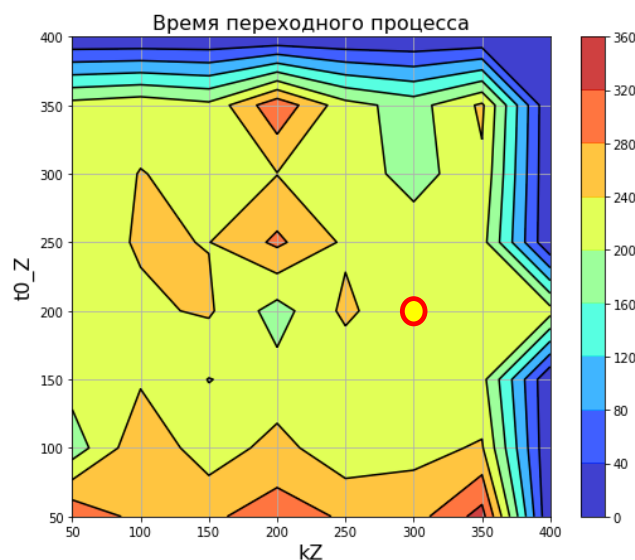


Рисунок 7.2 – Контурная карта зависимости от параметров t_{0_z} и k_z времени переходного процесса в секундах:

● – метка параметров, принятых для дальнейшего использования

Согласно рисунку 7.2, время переходного процесса не превышает 360 с.

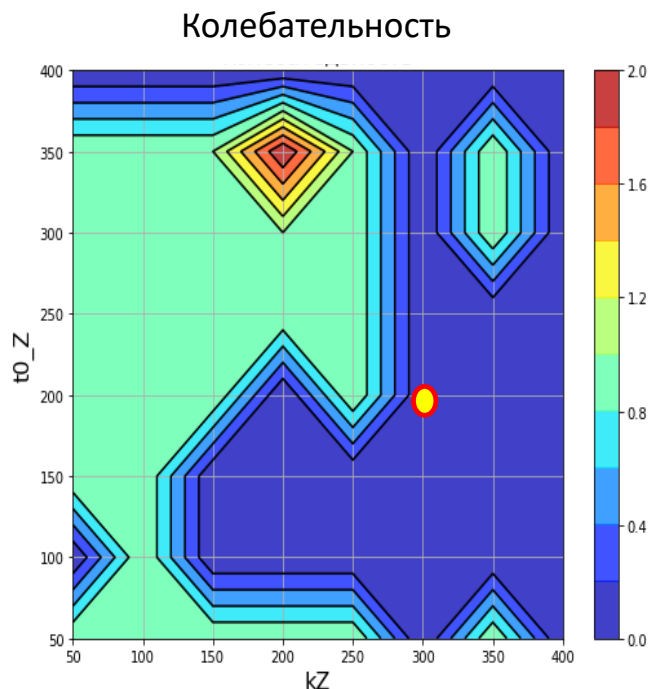


Рисунок 7.3 – Контурная карта зависимости колебательности от параметров t_{0_z} и k_z :

● – метка параметров, принятых для дальнейшего использования

Для дальнейших расчетов принимаются следующие значения параметров: $t_{0_Z} = 200$ и $k_Z = 300$. Эти значения оптимальны, так как вблизи них показатели перерегулирования, длительность переходного процесса и амплитуда колебаний принимают минимальные значения в допустимой области M .

7.1.3. Поиск области существования решений задачи минимизации целевой функции

Перед началом численного решения оптимизационной задачи необходимо найти область, в которой существует решение. Известно, что для существования решения необходимо, чтобы в окрестности экстремума гиперповерхность целевой функции была близка к параболоиду. Сечения параболоида, перпендикулярные его оси, – это эллипсы. Признаком того, что форма гиперповерхности целевой функции близка к параболоиду, является наличие фигур, близких к эллипсам на контурных картах функции Z .

Из [10] известно, что КЗУ должны быть положительными. Следовательно, область допустимых значений КЗУ – неограниченный конус K в R^3 . Для более точной локализации области существования решения задачи оптимизации необходимо построить изображения участков гиперповерхности функции Z . Обычно пробные точки распределяют в пространстве равномерно. В нашем случае из-за значительной неопределенности в расположении области допустимых значений в K целесообразно распределять координаты пробных точек в геометрической прогрессии. При этом условие непересечения границ конуса K должно обеспечиваться автоматически. Пусть k – вектор коэффициентов в R^3 . Тогда функция для получения пробных точек в R^3 может задаваться следующим выражением:

$$k_i = k_{0i} 10^{2J_{ki}-1} \text{ и } J_{ki} \in [0, 1], \quad (7.2)$$

где k_i – элемент вектора k , $i \in \{0, 1, 2\}$;

k_{0i} – элемент выбранного заранее вектора k_0 , $i \in \{0, 1, 2\}$;

J_{ki} – элемент вектора непрерывных индексов, $i \in \{0, 1, 2\}$.

В данной работе слова «точка» и «вектор» – синонимы. Соотношение (7.2) обеспечивает взаимно однозначное отображение векторов непрерывных индексов на пробные точки. Вектор k_0 будем называть базовым. Пробные точки располагаются слева и справа от k_0 . Функция (7.2) используется при поиске оптимальных КЗУ. Для контура управления продольным движением судна, описанного в разделе 4 статьи [10], было проведено исследование формы

поверхности, образованной значениями функции Z в окрестности базового вектора КЗУ $\mathbf{k}_0$. В качестве базового был принят вектор $\mathbf{k}_0 = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$ из [10]. Вектор КЗУ $(0,0001, 0,005, 0,2)^T$ был найден вручную и использовался в статье [10] как обеспечивающий приемлемое качество управления. Для функции Z были приняты параметры: $k_Z = 300$, $\gamma = 0,001$, $t_{0_Z} = 200$ с. В вычислительных экспериментах принималось, что возмущающие воздействия отсутствуют.

На рисунках 7.4, 7.5 и 7.6 представлены контурные карты поверхности функции Z для $k_1 = 0,00006$, $k_1 = 0,0001$ и $k_1 = 0,00016$ соответственно. Коэффициенты k_2 и k_3 принимают значения, показанные на рисунках. Области с наименьшими величинами функции Z помечены оттенками синего цвета. Очевидно, что в представленных рисунках присутствуют замкнутые области минимальных значений. Функция Z не гладкая и применение методов градиентной оптимизации не целесообразно. На рисунках 7.4, 7.5 и 7.6 показан квадратный корень из Z для более равномерного распределения линий уровня.

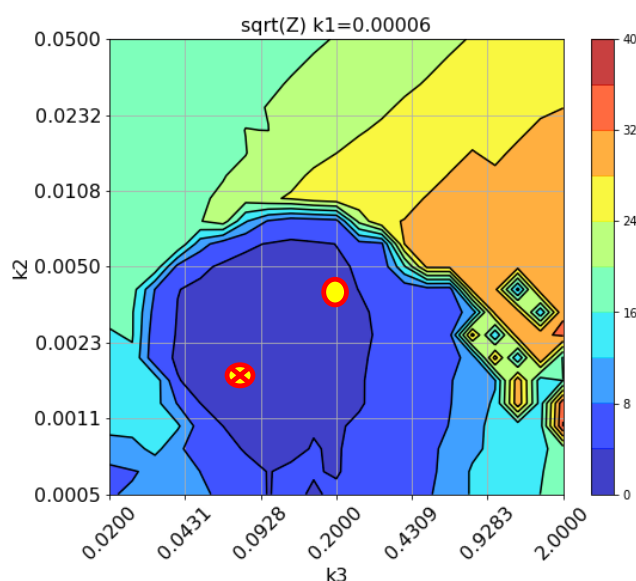
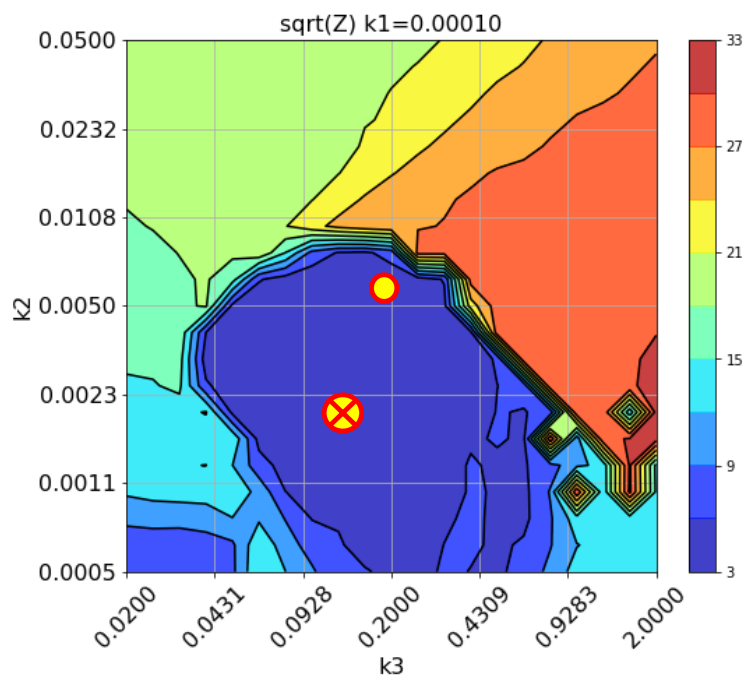
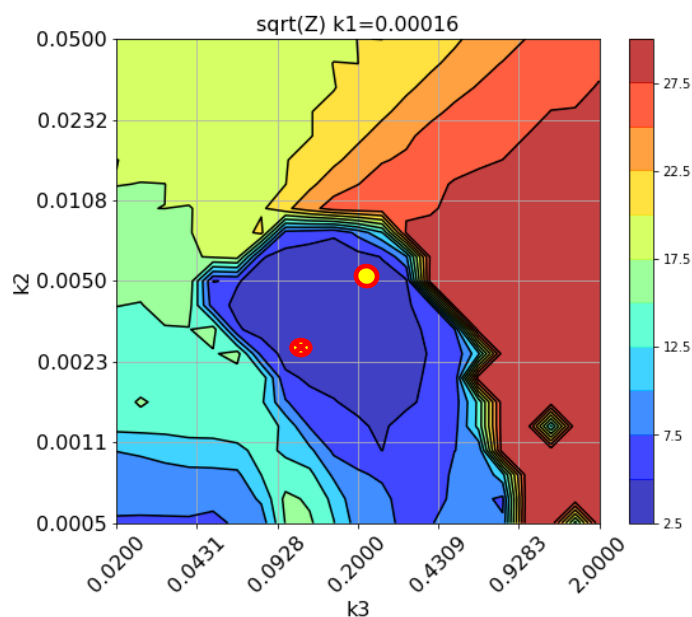


Рисунок 7.4 – Контурная карта функции Z для $k_1 = 0,00006$:

- – проекция $\mathbf{k}_0$ на плоскость коэффициентов k_2 и k_3 ;
- ⊗ – проекция $\mathbf{k}_{\text{calm}}$ на плоскость коэффициентов k_2 и k_3

Рисунок 7.5 – Контурная карта функции Z для $k_1 = 0,0001$:

-  – проекция k_0 на плоскость коэффициентов k_2 и k_3 ;
-  – проекция k_{calm} на плоскость коэффициентов k_2 и k_3

Рисунок 7.6 – Контурная карта функции Z для $k_1 = 0,00016$:

-  – проекция k_0 на плоскость коэффициентов k_2 и k_3 ;
-  – проекция k_{calm} на плоскость коэффициентов k_2 и k_3

Области, помеченные оттенками синего цвета, лежат в окрестности минимума функции Z . Эти области замкнутые, почти выпуклые и по форме близки к эллипсу. Поэтому форма гиперповерхности целевой функции близка к параболоиду в окрестности точки минимума и решение задачи минимизации может быть возможно.

Контурные карты могут быть полезны при выборе начального вектора $\mathbf{k}$, необходимого для работы численного метода оптимизации.

7.1.4. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления

Контурные карты на рисунках 7.4, 7.5 и 7.6 показывают, что решение задачи минимизации может быть возможно, но доступны только не градиентные методы. Возможно существование локальных минимумов, в которых могут останавливаться процессы поиска минимума. Для проверки практической сходимости процесса минимизации будут выполнены расчеты оптимальных векторов КЗУ для нескольких различных начальных векторов. Естественно, полученные оптимальные векторы КЗУ будут разными для разных начальных векторов, но определяемые ими автоматические перемещения судна для эталонного начального состояния должны быть близкими. Близкими должны быть показатели качества процесса управления и разности между оптимальными векторами КЗУ.

Так как элементы векторов КЗУ различаются на порядки величин, чтобы исключить доминирование одних элементов над другими для сравнения расстояния между двумя векторами КЗУ будет использоваться расстояние между двумя векторами непрерывных индексов соответствующих векторов КЗУ. В качестве расстояния используется евклидова норма в $\mathbf{R}^3$.

Для того чтобы упорядочить перебор начальных векторов, введем дополнительные дискретные индексы и правило получения координат начального вектора из координат опорного вектора. Для базового вектора $\mathbf{k}_0$ вектор непрерывных индексов $\mathbf{J}_{\text{коп}}$ равен $(0,5, 0,5, 0,5)^T$. Задача минимизации Z решается для восьми начальных векторов, расположенных вокруг опорного вектора. Дискретные индексы q – это трехзначные двоичные целые числа и соответствующие восьмеричные. Для вычисления i -го элемента вектора непрерывных индексов начального вектора принято правило:

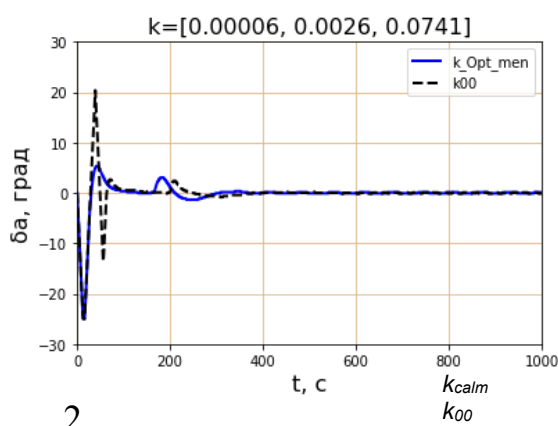
$$\begin{aligned} J_{ki} &= 0,5 + \Delta J_k \quad \text{при } q_i = 1, \\ J_{ki} &= 0,5 - \Delta J_k \quad \text{при } q_i = 0, \end{aligned}$$

где ΔJ_k – положительное число не больше 0,5; $i \in \{0, 1, 2\}$.

Если рассматривать восемь начальных векторов непрерывных индексов и непрерывный индекс опорного вектора как точки в $\mathbf{R}^3$, то они будут располагаться в вершинах куба с центром в точке непрерывного индекса опорного вектора.

Основные результаты расчетов оптимальных векторов КЗУ для девяти вариантов начальных векторов приведены в таблице 7.1. В таблице 7.1 используются следующие обозначения: d_{nc} – расстояние от непрерывного начального вектора до среднего оптимального непрерывного вектора КЗУ по евклидовой норме; d_{oc} – расстояние от непрерывного оптимального вектора до среднего оптимального непрерывного вектора КЗУ по евклидовой норме.

Результаты моделирования работы контура управления движением судна на ступенчатом эталонном входном сигнале для найденного вручную вектора коэффициентов обратной связи закона управления $\mathbf{k}_0 = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$ [10] и усредненного оптимального вектора $\mathbf{k}_{calm}$ представлены на рисунках 7.7 и 7.8.



2.

Рисунок 7.7 – Зависимость угла перекладки руля δ_a от времени для $\mathbf{k}_{00}$ и $\mathbf{k}_{opt_mean}$

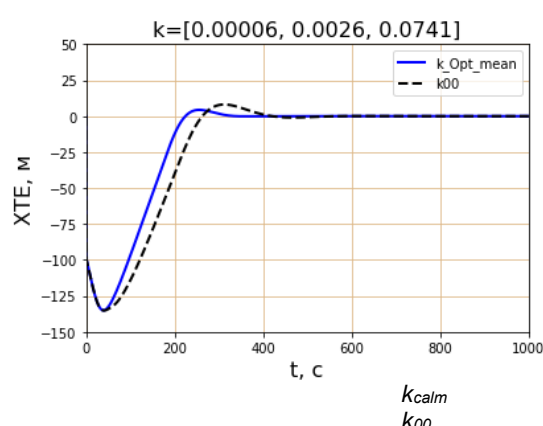


Рисунок 7.8 – Зависимость бокового отклонения XTE от времени для $\mathbf{k}_{00}$ и $\mathbf{k}_{opt_mean}$

Рисунки 7.7, 7.8 и таблица 7.1 показывают, что закон управления с усредненным коэффициентом $\mathbf{k}_{calm}$ обеспечивает лучшие показатели качества процесса управления по сравнению с коэффициентами $\mathbf{k}_0 = (0,0001, 0,005, 0,2)^T$, найденными вручную.

Таблица 7.1 – Показатели качества процесса управления и нагрузка привода руля

Параметр	Перерегулирование (overSh), м	Время переходного процесса (T_{pp}), с	Колебательность (k_{osc})	Загрузка привода руля ($D_{\delta 1w}$)
$\mathbf{k}_0$	8,09	358,0	1	0,01277
$\mathbf{k}_{calm}$	4,38	213,0	0	0,00394

Оценка потребления энергии исполнительным механизмом привода руля $D_{\delta_{1w}}$ при использовании $k_{calm} = 0,00394$ условных единиц. Оценка потребления энергии исполнительным механизмом привода руля при использовании $k_{00} = 0,01277$ условных единиц. По нагрузке привода руля коэффициенты k_{calm} обеспечивают преимущество в три раза.

Схема методики поиска оптимальных КЗУ состоит из двух этапов:

1. Выполнить поиск области существования решения задачи минимизации для ЦФ Z согласно разделу 7.1.3. Выбрать опорный вектор КЗУ в районе середины области существования решения задачи минимизации.
2. Выполнить поиск векторов оптимальных коэффициентов обратной связи k_{opt}^i закона управления для нескольких различных начальных векторов согласно разделу 7.1.3. Отбросить как недостоверные векторы КЗУ, при которых показатели эффективности, $Z(k_{opt}^i)$ и/или d_{oc}^i , резко отличаются от всех других. Для оставшихся векторов КЗУ вычислить средний вектор k_{calm} , проверить, что $Z(k_{calm})$ резко не отличается от достоверных значений, и принять k_{calm} в качестве оптимального для заданного режима эксплуатации судна.

7.2. Ограничение нагрузки на привод руля при действии возмущающих воздействий внешней среды

На судно могут воздействовать постоянные и переменные возмущения. Постоянные возмущения могут создаваться течениями и ветром. Для судна гравитационные волны, вызванные ветром, являются основным переменным возмущением [24]. В контуре управления движением судна переменные возмущения могут вызывать перегрузку привода руля. Существует важная для практики задача: найти такие КЗУ и коэффициент $coeff_{rud}$, при которых исключается перегрузка привода руля и сохраняется допустимое качество управления. Задача является оптимизационной и будет решаться численными методами для контура управления движением судна, представленного в [10], на прямом участке заданной траектории.

Действия возмущающих воздействий вызывают кинематические возмущения движения судна: постоянной дополнительной скорости перемещения центра масс в поперечном направлении V_{0d} ; дополнительной периодической скорости перемещения центра масс в поперечном направлении и дополнительной периодической скорости поворота корпуса в горизонтальной плоскости. Для дополнительной постоянной скорости принимаем среднюю скорость курильского течения $V_{0d} = 0,626$ м/с. В качестве периодических возмущающих воздействий будут использоваться синусоиды с подходящими амплитудами. Дополнительная скорость бокового смещения центра масс судна:

$$V_d(t) = A_{Vd} \sin(\omega_d t),$$

где A_{Vd} – амплитуда; ω_d – круговая частота.

Дополнительное ускорение угловой скорости поворота корпуса в горизонтальной плоскости:

$$\dot{\omega}_d(e) = A_{\omega d} \sin(\omega_d t),$$

где $A_{\omega d}$ – амплитуда;

ω_d – круговая частота.

Для корректного задания численных значений эталонных возмущающих воздействий необходимо установить диапазон частот, при которых возникает перегрузка привода руля, и амплитуды возмущений, не достигающую форс-мажорного уровня. Предполагается, что в условиях форс-мажорных возмущений рассматриваемый контур управления движением судна отключается.

Максимальная амплитуда ускорения угловой скорости поворота корпуса судна в горизонтальной плоскости, вызванная внешними возмущениями, при которой возмущения являются парируемыми, для системы управления движением судна может быть найдена из уравнения динамики судна [10]:

$$\dot{\omega} = b\delta + \theta_1\omega + \theta_2\omega^3,$$

где $b = 0,0018$;

$$\theta_1 = -0,00593;$$

$$\theta_2 = -0,017.$$

При ограничении на угол перекладки руля, равный 25° , и угловой скорости ω , равной нулю, $A_{\omega d} = 0,045$ град/с².

7.2.1. Поиск оптимальных коэффициентов обратной связи закона управления при действии возмущений

Основными показателями качества процесса управления при действии возмущающих воздействий являются затраты энергии на регулирование $D_{\delta 1}$ и квадрат бокового отклонения судна (точность следования заданной траектории) $D_{ХТЕ}$. Параметры $D_{\delta 1}$ и $D_{ХТЕ}$ могут рассчитываться как скользящие величины на интервале 100–300 с. Целевая функция Z , задаваемая выражением (7.1), может быть использована для поиска оптимальных КЗУ, применимых при действии возмущающих воздействий. Коэффициенты k_Z и γ должны быть выбраны такими, чтобы обеспечивалась соизмеримость обоих слагаемых целевой функции: k_Z принято равным 2, 4, 8 и $\gamma = 0,01$.

В качестве возмущающих воздействий были приняты: поперечное течение со скоростью $V_{0d} = 0,626$ м/с и периодические возмущения угловой скорости с амплитудой углового ускорения $A_{\omega d} = 0,045$ град/с² и переменным периодом T_d .

Поиск КЗУ, оптимальных при действии указанных выше возмущений, производился с помощью метода Powell. В качестве начального вектора $\mathbf{k}_{00}$ использовался вектор $\mathbf{k}_{\text{calm}}$, оптимальный для ступенчатого входного сигнала, который был найден в разделе 7.1.4. В результате решения задачи минимизации функции Z находится вектор КЗУ $\mathbf{k}_{\text{opt}}$. Процедура минимизации выполнялась для периодов волн T_d , равных 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 с. Для проверки работоспособности найденных КЗУ выполнялось моделирование перемещения судна по заданной траектории, представленной в [10].

Начальное состояние судна:

- координаты: $x_0 = -2500,0$, $y_0 = -10,0$,
- путевой угол: $\psi_0 = 90^\circ$,
- угловая скорость корпуса в горизонтальной плоскости: 0,
- угол дрейфа: 0.

Для каждого значения $k_z = 2, 4, 8$ – был выполнен цикл по T_d . Для каждого значения T_d был найден оптимальный вектор КЗУ $\mathbf{k}_{\text{opt}}$ и рассчитаны показатель $D_{\delta 1}$ и среднее квадратическое боковое отклонение $stdXTE$. Результаты расчетов $D_{\delta 1}$ и $stdXTE$ показаны на рисунках 7.9 и 7.10.

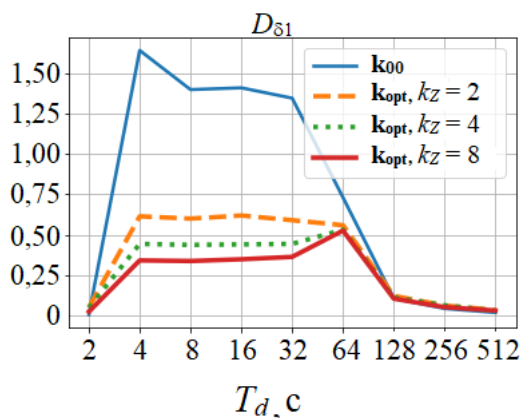


Рисунок 7.9 – Зависимость $D_{\delta 1}$ от T_d и k_z

Графики на рисунке 7.9 показывают, что для исследуемого контура управления продольным движением судна можно сделать выводы:

- нагрузка на привод руля при действии периодических возмущений увеличивается в диапазоне периодов от 4 с до 32–64 с;
- использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет в 2–4 раза снизить нагрузку на привод руля;
- нагрузка на привод руля в диапазоне периодов от 4 с до 64 с изменяется слабо вследствие ограниченности скорости перемещения руля судна.

В диапазоне периодов от 4 с до 64 с при фиксированном k_Z оптимальные векторы КЗУ отличаются мало. Для каждого значения k_Z , равного 2, 4, 8, можно рассчитать средний оптимальный вектор как средний из векторов $\mathbf{k}_{\text{опт}}$, соответствующих значениям T_d 4, 8, 16, 32, 64.

$$k_Z = 2 \mathbf{k}_{\text{rough}} = [0.00012655, 0.0021375, 0.053395]^T,$$

$$k_Z = 4 \mathbf{k}_{\text{rough}} = [0.00010775, 0.002095, 0.04607]^T,$$

$$k_Z = 8 \mathbf{k}_{\text{rough}} = [10.23500\text{e-}05, 2.08000\text{e-}03, 4.05975\text{e-}02]^T.$$

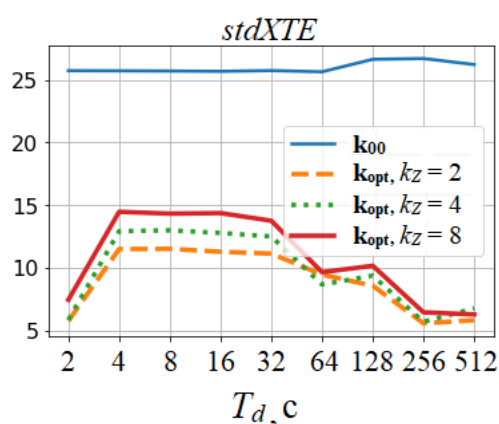
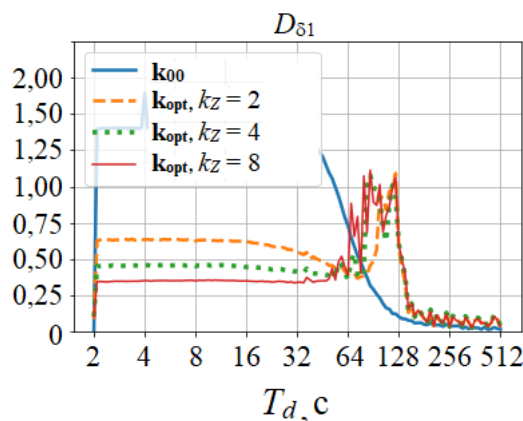


Рисунок 7.10 – Зависимость $stdXTE$ от T_d и k_Z

Графики на рисунке 7.10 показывают, что для исследуемого контура управления продольным движением судна можно сделать вывод: использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет в 1,7–2 раза снизить боковое отклонение судна от заданной траектории при действии бокового течения, которое имеет скорость, не превышающую 15 % скорости судна.

Для подтверждения работоспособности всех трех вариантов $\mathbf{k}_{\text{rough}}$ был выполнен расчет зависимости загрузки привода руля $D_{\delta 1}$ от T_d . Расчет выполнялся для 128 значений T_d в диапазоне от 2 до 512 с. Результат представлен на рисунке 7.11. В диапазоне периодов кажущегося волнения от 64 до 128 с наблюдается повышение $D_{\delta 1}$, но вероятность встретиться с волнами с таким периодом ничтожно мала [24].

Рисунок 7.11 – Зависимость $D_{\delta 1}$ от T_d и k_z

Выводы

В данной работе построена квадратичная функция потерь, которая обеспечивает выполнение общепринятых показателей качества автоматической системы управления: времени переходного процесса, перерегулирования, колебательности. Для более точной локализации области существования решения задачи оптимизации координаты пробных точек распределялись в геометрической прогрессии. В работе построены достаточно большие эталонные возмущающие воздействия, которые не являются форс-мажорными. Выполненные испытания работоспособности процедуры поиска вычислительными методами коэффициентов обратной связи для нелинейного закона управления при различных режимах работы адаптивного авторулевого показали значительное повышение эффективности работы авторулевого по сравнению с ручной настройкой. На эталонном входном сигнале при оптимальных КЗУ перерегулирование уменьшается приблизительно в два раза, время переходного процесса – на 30 %, нагрузка привода руля – в четыре раза. В случае беспокойного состояния моря должны использоваться специальные, предназначенные для этого КЗУ. Использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет в 2–4 раза снизить нагрузку на привод руля. Использование КЗУ, оптимизированных для периодических возмущений, позволяет в 1,7–2 раза снизить боковое отклонение судна от заданной траектории при действии бокового течения, которое имеет скорость, не превышающую 15 % скорости судна.

Представленные в этом разделе методы предназначены для предварительной настройки коэффициентов закона управления авторулевого.

8. Расхождение с опасным объектом

В настоящее время возрастает интенсивность использования скоростных судов для выполнения пассажирских и транспортных перевозок. В условиях возрастающей интенсивности движения на морских и речных водных путях задача повышения уровня безопасности становится все более актуальной. В данном разделе рассматривается способ повышения уровня безопасности за счет совершенствования бортовых систем управления судном. Современные технические средства, использующие высокоскоростные микропроцессоры, позволяют применять усовершенствованные алгоритмы для решения задач обеспечения безопасности судовождения. В работе представлен алгоритм решения задачи безопасного расхождения судна с опасным объектом. Алгоритм может быть реализован в системе обеспечения безопасности (СОБ) движения пассажирских и скоростных транспортных судов, в том числе с динамическими принципами поддержания.

Алгоритм выполняет следующие функции:

- определение опасности объекта согласно принятым критериям;
- формирование вариантов траекторий расхождения с опасным объектом;
- моделирование движения своего судна по каждому варианту траекторий расхождения с наиболее опасным объектом. На основании результатов моделирования судоводитель принимает решение о способе расхождения. Если судоводитель принимает решение о расхождении с наиболее опасным объектом в автоматическом режиме по одному из допустимых вариантов траектории расхождения, то в процессе расхождения вырабатываются данные для авторулевого по текущему отклонению судна от заданной криволинейной траектории.

Допущения, принятые при разработке алгоритма:

- Скоростное судно имеет два режима движения: разгонный и маршевый.
- Резкая смена режима движения невозможна.
- Маневр изменением скорости на маршевом режиме движения имеет ограниченный диапазон.
- Для обеспечения безопасного изменения направления движения в маршевом режиме существуют более жесткие ограничения на величину отклонения органа управления, чем в разгонном режиме [1].

Условия применимости маневра изменения траектории:

- Найден один опасный объект.
- Судно движется по прямолинейному отрезку траектории (если нет, то $\text{Код}_{\text{рас}} := -5$ и выход из алгоритма).
- За время принятия решения судно не выйдет за границу текущего прямолинейного отрезка траектории (если нет, то $\text{Код}_{\text{рас}} := -6$ и выход из алгоритма).
- Символ « $\text{Код}_{\text{рас}}$ » обозначает код расхождения.

Алгоритм безопасного расхождения судна с опасным объектом:

Шаг 1. Геометрическое представление ситуации расхождения двух объектов показано на рисунке 8.1.

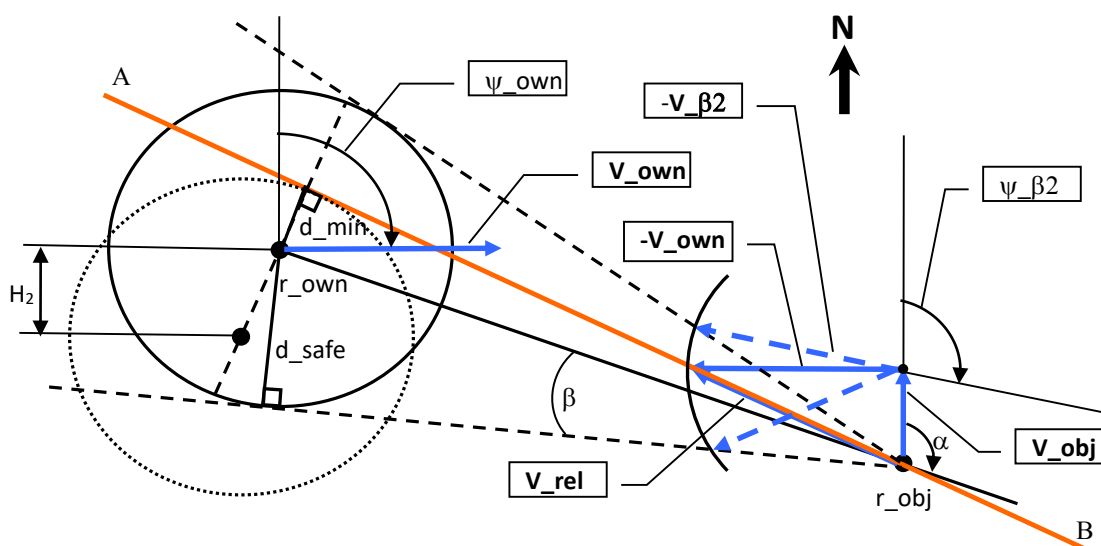


Рисунок 8.1 – Схема, использующаяся для оценки опасности ситуации при обнаружении объекта и формировании маневра безопасного расхождения, где

- r_{own} – текущее положение своего судна;
- r_{obj} – текущее положение обнаруженного объекта;
- V_{own} – вектор скорости своего судна;
- ψ_{own} – путевой угол своего судна;
- V_{obj} – вектор скорости обнаруженного объекта;
- ψ_{obj} – путевой угол вектора скорости обнаруженного объекта (на рисунке 8.1 совпадает с направлением на север);

- V_{rel} – вектор скорости объекта относительно своего судна;
- AB – линия перемещения обнаруженного объекта относительно своего судна;
- d_{safe} – радиус круга безопасности (задается судоводителем на основе опыта эксплуатации данного класса судов);
- d_{min} – минимальное расстояние между своим судном и объектом при условии сохранения их текущих параметров движения;
- H_2 – смещение прямой траектории своего судна, обеспечивающего безопасное расхождение со встречным объектом по его кильватерному следу;
- $-V_{\beta 2}$ – вектор, противоположный вектору скорости своего судна, обеспечивающего безопасное расхождение со встречным объектом по его кильватерному следу;
- $\psi_{\beta 2}$ – путевой угол своего судна, обеспечивающий безопасное расхождение со встречным объектом по его кильватерному следу;
- α – угол между направлением на север и линией, соединяющей свое судно и обнаруженный объект;
- β – угол между касательной к кругу безопасности и линией, соединяющей свое судно и обнаруженный объект.

Оценка опасности ситуации для каждой цели. Варианты результата:

а) сближения нет (Код_{рос} := -2 и выход из алгоритма);

б) сближение не опасно (Код_{рос} := -1 и выход из алгоритма);

в) существуют четыре варианта расхождения изменением траектории с постоянной скоростью;

г) цель внутри круга безопасности, **ситуация критическая!!!** (Код_{рос} := -3 и выход из алгоритма). В вариантах а, б, г – выход из алгоритма с передачей кода результата обработки ситуации в вызывающую программу. Опасность цели оценивается по критериям [31]

$$\begin{aligned} |D_{\text{кр}}| &\leq D_{\text{кр. з}}, \\ 0 < T_{\text{кр}} &\leq T_{\text{кр. з}}, \end{aligned} \quad (8.1)$$

где $D_{\text{кр}}$ – расстояние кратчайшего сближения;

$D_{\text{кр. з}}$ – заданное судоводителем граничное значение;

$T_{\text{кр}}$ – время кратчайшего сближения;

$T_{\text{кр. з}}$ – заданное судоводителем граничное значение.

Алгоритм оценки опасности ситуации для заданной цели изложен в [1].

Шаг 2. Формирование вариантов траекторий расхождения:

- а) траектория изменения курса направо (код задачи управления движением := 1);
- б) траектория изменения курса налево (код задачи управления движением := 2);
- в) траектория перехода на параллельный курс направо (код задачи управления движением := 3);
- г) траектории перехода на параллельный курс налево (код задачи управления движением := 4).

В качестве траекторий расхождения используются линии, составленные из отрезков прямых и криволинейных полиномиальных отрезков (рисунок 8.2).

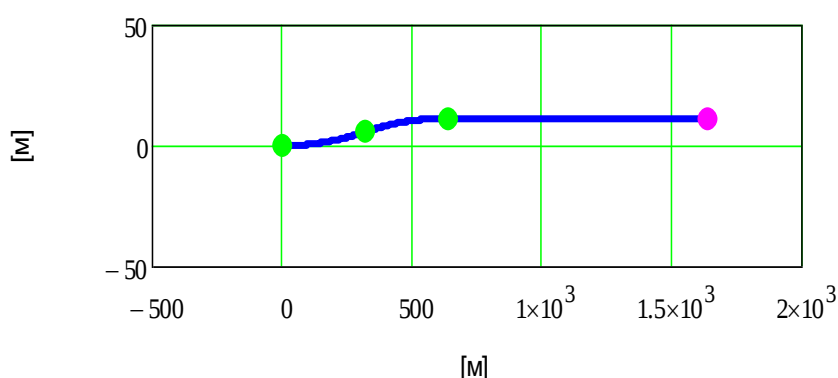


Рисунок 8.2 – Пример траектории перехода на параллельную траекторию, состоящей из двух полиномиальных отрезков и одного прямого отрезка

Прямой отрезок задается координатами своих концов. Полиномиальный отрезок задается шестью двумерными коэффициентами при базисных полиномах Бернштейна пятой степени (см. разделы 3 и 4).

Траектории, сгенерированные на этом шаге, являются физически реализуемыми G^2 -гладкими кривыми [15], что обеспечивает безударный переход судна с текущего отрезка на следующий. Кроме того, при построении траекторий расхождения используется методика [17, 18], которая обеспечивает возможность управлять движением судна по исполнительной траектории при выполнении ограничения на величину сигнала управления.

Шаг 3. Для шага по времени в одну секунду выполняется моделирование точного движения судна по каждому из четырех вариантов траекторий расхождения. При этом собственное судно перемещается с текущей измеренной скоростью, а цель перемещается со своей измеренной скоростью с постоянным путевым углом. Если минимальное расстояние будет больше заданного безопасного расстояния d_{safe} , то данная траектория расхождения считается допустимой.

Выполняется моделирование движения своего судна по каждому из четырех вариантов траекторий расхождения с учетом времени принятия решения и движения объекта неизменным курсом. Если при моделировании цель входит в круг безопасности своего судна, то такая траектория считается недопустимой. Если допустимой траектории нет, то выход из алгоритма с $Код_{proc} = -4$.

Шаг 4. Если найдено несколько допустимых траекторий расхождения, то они ранжируются:

А) Наиболее предпочтительна та, которая обеспечивает расхождение по кильватерному следу цели.

Б) Если траектории одинаковы по признаку А, то предпочтительнее траектория, которая предлагает расхождение изменением курса.

Выбор допустимой траектории расхождения для использования ее в качестве исполнительной. Выход из алгоритма с кодом результата обработки ситуации $Код_{рас} := 5 + 0,01 \cdot \langle KBP \rangle$,

где KBP – код варианта расхождения.

$KBP := 4$ – траектория перехода на параллельный курс пересекает кильватерный след встречного объекта;

$KBP := 3$ – траектория изменения курса пересекает кильватерный след встречного объекта;

КВР :=2 – траектория изменения курса проходит перед носом встречного объекта;

КВР :=1 – траектория перехода на параллельный курс проходит перед носом встречного объекта.

Шаг 5. Выполнение управления движением судна по исполнительной траектории, соответствующей КВР, полученному на шаге 4.

Выводы

Разработан такой алгоритм безопасного расхождения судна с опасным объектом, который обеспечивает выявление возможности автоматизированного расхождения скоростного судна с опасным объектом, построение исполнительной траектории расхождения с соблюдением ограничения на величину сигнала управления рулевого органа.

Вычислительный эксперимент показал, что задача расхождения скоростного судна с движущимся опасным объектом в части анализа ситуации и построения исполнительной траектории расхождения может быть решена ARM-микроконтроллером за ~ 70 мс.

Приложение 1

Определения основных понятий и блоки исходных данных, используемые при выполнении макрокоманд

Содержимое раздела – это комментарии из исходного текста программного обеспечения авторулевого SAUD [1].

Определения и аббревиатуры

Конфигурация S некоторой точки траектории с непрерывной кривизной – пара $S = (r, \phi)^T$, где r – координаты точки на плоскости, ϕ – направление касательного вектора в этой точке.

Конфигурационное пространство точек плоской гладкой траектории – декартово произведение $R^2 \times S^1$, где R – множество действительных чисел, S^1 – единичная окружность.

Список MtrC – исполнительная траектория.

Макрокоманда маневрирования – это команда, исполнительная траектория которой может состоять из нескольких элементарных отрезков или путевых примитивов (синоним).

ПЭО – прямой элементарный отрезок.

ОЭПО – оптимальный элементарный полиномиальный отрезок.

Блоки исходных данных

Начальное состояние судна

Блок данных `initVessel = (phV0,  $\delta_0$ , U0)`

`phV0 = (x0, y0, fi0, omg0, beta0)` – начальные значения,

где x_0, y_0 – координаты ц.м. судна;

`fi0` – путевой угол;

`omg0` – угловая скорость;

`beta0` – угол дрейфа;

δ_0 – начальное положение пера руля;

`U0` – начальная скорость судна.

Параметры авторулевого

Блок данных `dataControlP` = $((k_1, k_2, k_3, bs, \theta_1, \theta_2, \Delta\delta_n), d_max, kgms, \Delta t_u, XTE_max)$,
где k_1, k_2, k_3 – коэффициенты закона управления;
 bs, θ_1, θ_2 – параметры полиномиальной модели движения судна, используемые в законе управления движением;
 $\Delta\delta_n$ – полуширина зоны нечувствительности руля, при $|\delta_a - \delta_c| < \Delta\delta_n$ руль не перемещается;
 d_max – максимальное отклонение руля в режиме автоматического управления, [град];
 $kgms$ – коэффициент перевода $\delta_a - \delta_c = \delta = \delta_a - \delta_c$ [град] в Δt – время работы реверсивного насоса [мс];
 Δt_u – период расчета сигнала управления, с;
 XTE_max – максимальное допустимое боковое отклонение при движении по ПЭО и максимальное допустимое условное боковое отклонение при движении по ОЭПО.

Данные для построения исполнительной траектории

Блок данных `executTrP` = $(\delta zg, KKK, L, \Delta\phi_{min}, \Delta\phi_{max})$
 δzg – абсолютная величина ограничения на угол перекладки руля для управления движением по заданной траектории, что обеспечивает запас для парирования возмущающих воздействий, град;
 KKK – коэффициент запаса на погрешность модели движения в законе управления;
 L – длина прямого участка после выполнения макрокоданды, м;
 $\Delta\phi_{min}$ – при $\Delta\phi < \Delta\phi_{min}$ сопрягающая кривая не строится, град;
 $\Delta\phi_{90}$ – при $\Delta\phi > \Delta\phi_{90}$ сопрягающая кривая составляется из двух ОЭПО, град.

Данные моделирования движения судна

Блок данных `dataSimul` = $(coeffVes, \Delta t_s, T, pActPafi)$,
где $coeffVes = (q_{21}, r_{21}, s_{21}, q_{31}, r_{31}, s_{31}, h)$ –

коэффициенты двумерной модели движения судна;
 Δt_s – шаг модельного времени, с;
 T – продолжительность моделирования, с;
 $p_{ActP} = (\delta_{max}, \omega\delta, \tau_{ac})$;
 δ_{max} – максимальный угол перекладки руля, обеспечиваемый приводом, град;
 $\omega\delta$ – максимальная скорость перекладки руля,
 τ_{ac} – постоянная времени привода руля, с.

Определения сценария и его элементов

Исполнительный сценарий – список элементарных отрезков (ЭО) ЭПО и ОЭПО.

Криволинейный элементарный отрезок или **оптимальный элементарный полиномиальный отрезок** (ОЭПО) сценария задается списком, содержащим параметры h2s-сплайна и скорость судна на этом ЭО:

$[r, b, d, p_0, \gamma_g, p_1, \alpha_{1g}, U_r]$,

где r, b, d – параметры сплайна при $U_r = 1$;

r – расстояние между граничными точками при $U_r = 1$;

b – коэффициент, который определяется направлением касательной в начальной точке;

d – коэффициент, которому соответствует $\min \max$ кривизны,

p_0 – координаты начальной точки, м;

γ_g – угол вектора $p_1 - p_0$, отсчитанный от оси x_1 против часовой стрелки;

p_1 – координаты конечной точки, м;

α_{1g} – направления касательной в конечной точке, град;

U_r – заданная скорость перемещения судна от точки p_0 к точке p_1 , м/с.

Прямой элементарный отрезок (ПЭО) сценария задается списком, содержащим параметры луча, выходящего из начальной точки, и скорость судна на этом ЭО:

$[\phi, d_0, r, U_r]$,

где ϕ – направление луча, отсчитанное по часовой стрелке от направления на север, град;

d_0 – расстояние от начала МСК до луча, м;

r – координаты начала луча в МСК, м;

U_r – заданная скорость перемещения судна по лучу по направлению к началу луча, м/с.

Приложение 2

Вывод законов управления движением для путевых примитивов раздела 3.1.

В разделе будут выведены два закона управления. Закон управления u_L для управления движением по отрезку прямой. Закон управления u_S для управления движением по η^2s -сплайну. Предполагается, что во всех точках фазового пространства, используемых алгоритмом управления, все необходимые производные существуют в этих точках и в некоторых окрестностях этих точек.

Общее выражение для расчета сигнала управления (закон управления) дает формула (П2.1.2).

П2.1

Основные положения метода синтеза алгоритма согласованного управления движением по заданной траектории

При синтезе алгоритма согласованного управления используется понятие производной Ли от скалярной функции $\varphi(x)$ вдоль векторного поля $f(x)$. Производная Ли обозначается символом $L_f\varphi(x)$. Далее используем обозначения из [25]. Производная Ли – это скалярная функция, определенная как

$$L_f\varphi(x) = \langle d\varphi(x), f(x) \rangle = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} f_i(x),$$

где n – размерность векторов x и $f(x)$;

$d\varphi(x)$ – градиент функции $\varphi(x)$;

$\langle, \rangle$ – символ, обозначающий скалярное произведение.

Производные Ли можно брать повторно:

$$\begin{aligned} L_g L_f \varphi(x) &= \left\langle d \left(L_f \varphi(x), g(x) \right) \right\rangle, \\ L_f^k \varphi(x) &= \langle L_f^{k-1} \varphi(x), f(x) \rangle, \\ L_f^0 \varphi(x) &= \varphi(x). \end{aligned}$$

Пусть дана модель движения объекта:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u, \\ Y &= h(x). \end{aligned} \tag{П2.1.1}$$

Тогда относительная степень r системы (П2.1.1) в точке x определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} (i) \quad & L_g L_f^k h(x) = 0 \text{ для } \forall x \text{ в окрестности } x \text{ и } \forall k < r - 1 \\ (ii) \quad & L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0 \end{aligned}$$

Если выполнены условия теоремы 3 или 4 [13], то сигнал управления движением по путевому примитиву можно найти по формуле [45]:

$$u = \frac{-L_f^r h(x) + \sum_{i=0}^{r-1} k_i L_f^i h(x)}{L_g L_f^{r-1} h(x)}, \quad (\text{П2.1.2})$$

где u – сигнал управления; k_i – настраиваемые коэффициенты.

П2.2

Вывод закона управления u_L для управления движением по отрезку прямой

Закон управления u_L [9] будет выводиться для системы, составленной из модели движения объекта (3.2) и функции выхода (3.3) $h_L = \alpha_L(x)$, которая в данном случае является условием согласования [9]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\delta, \\ Y &= \alpha_L(x), \end{aligned} \quad (\text{П2.2.1})$$

где $x \in R^4$; $f(x) = (v \sin x_3, v \cos x_3, x_4, \theta_1 x_4 + \theta_2 x_4^3)^T$;

v – продольная скорость судна ($v > 0$);

$g(x) = (0, 0, 0, b)^T$;

δ – сигнал управления (угол перекладки руля);

$\alpha_L(x) = -x_1 \cos \varphi + x_2 \sin \varphi - d$.

Преобразуем исходную нелинейную модель (П2.2.1) в линейную модель с переменными $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$, где $\xi \in R^3$ и выполним расчет закона управления u_L для движения по прямому отрезку. Вектор ξ описывает динамику смещения центра масс судна и путевого угла относительно заданной траектории и не учитывает перемещение вдоль заданной траектории. Поэтому вектор ξ трехмерный.

Рассмотрим переменную ξ_1 , равную функции выхода:

$$\xi_1 = \alpha_L(x).$$

Вычислим производную переменной ξ_1 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции α_L , производную Ли от функции α_L вдоль векторного поля $f(x)$ $L_f \alpha_L$ и производную Ли от функции α_L вдоль векторного поля $g(x)$ $L_g \alpha_L$:

$$\frac{d\alpha_L}{dx} = (-\cos \varphi, \sin \varphi, 0, 0)^T,$$

$$L_f \alpha_L = \left\langle \frac{d\alpha_L}{dx}, f \right\rangle = v(-\cos \varphi \sin x_3 + \sin \varphi \cos x_3),$$

где $\langle a, b \rangle$ – скалярное произведение векторов a и b ,

$$L_f \alpha_L = v \sin(\varphi - x_3), \quad (\text{П2.2.2})$$

$$L_g \alpha_L = 0.$$

Положим $\xi_2 = L_f \alpha_L$ и получаем первое уравнение линейной модели

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2.$$

Вычислим производную переменной ξ_2 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции $L_f \alpha_L$, $L_f^2 \alpha_L$ и $L_g L_f \alpha_L$:

$$\frac{dL_f \alpha_L}{dx} = (0, 0, -v \cos(\varphi - x_3), 0)^T,$$

$$L_f^2 \alpha_L = -v x_4 \cos(\varphi - x_3), \quad (\text{П2.2.3})$$

$$L_g L_f \alpha_L = 0.$$

Положим $\xi_3 = L_f^2 \alpha_L$ и получаем второе уравнение линейной модели

$$\dot{\xi}_2 = \xi_3.$$

Вычислим производную переменной ξ_3 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции $L_f^2 \alpha_L$, $L_f^3 \alpha_L$ и $L_g L_f^2 \alpha_L$:

$$\frac{dL_f^2 \alpha_L}{dx} = (0, \quad 0, \quad vx_4 \sin(\varphi - x_3), \quad -v \cos(\varphi - x_3))^T,$$

$$L_f^3 \alpha_L = vx_4^2 \sin(\varphi - x_3) - vF(x_4) \cos(\varphi - x_3), \quad (\text{П2.2.4})$$

где $F(x_4) = \theta_1 x_4 + \theta_2^3 x_4$,

$$L_g L_f^2 \alpha_L = -vb \cos(\varphi - x_3) \delta. \quad (\text{П2.2.5})$$

Согласно определению (см. П2.1), относительная степень r системы (П2.2.1) равна 3 при условии, что

$$\varphi - x_3 \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi m, \quad (\text{П2.2.6})$$

где m – целое число.

Так как размерность модели движения (П2.2.1) $n = 4$, то условия аттрактивности выполняются, когда направление скорости объекта не перпендикулярно прямой, содержащей прямой отрезок, заданный траектории. Получаем выражение для $\dot{\xi}_3$:

$$\dot{\xi}_3 = L_f^3 \alpha_L + L_g L_f^2 \alpha_L. \quad (\text{П2.2.7})$$

Правую часть уравнения (П2.2.7) можно рассматривать как закон управления, который зависит от вектора x и сигнала управления δ (см. (П2.2.4)). Для того чтобы модель в переменных ξ была линейной в уравнении (П2.2.7), применяем линейный закон управления по состоянию:

$$\dot{\xi}_3 = u,$$

где $u = k_1 \xi_1 + k_2 \xi_2 + k_3 \xi_3$;

k_1, k_2, k_3 – коэффициенты закона управления.

Получаем замкнутую линейную систему управления смещением центра масс и путевого угла судна относительно заданной траектории

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \xi.$$

Для того чтобы модели в переменных x и ξ работали согласованно, должно выполняться соотношение

$$u = L_f^3 \alpha_L + L_g L_f^2 \alpha_L.$$

В формулу (П2.1.2) подставим выражения (П2.2.2), (П2.2.3), (П2.2.4), (П2.2.6) и получаем выражение для закона управления u_L :

$$\begin{aligned} \delta_L(x) = & \frac{1}{b} ((x_4^2 - k_2) \operatorname{tg}(\varphi - x_3) - \\ & - \frac{k_1 \alpha_L(x)}{v \cos(\varphi - x_3)} - k_3 x_4 - \theta_1 x_4 - \theta_2 x_4^3). \end{aligned} \quad (\text{П2.2.8})$$

Применять закон управления (П2.2.8) можно, если выполняется условие (П2.2.5).

П2.3

Вывод закона управления u_S для управления движением по симметричной полиномиальной дуге

Закон управления u_S [9] будет выводиться для системы, составленной из модели движения объекта (П2.3.1) с функцией выхода (3.1.5) $h_S = \alpha_S(x)$. Так как системы координат для задания отрезков $\eta^2 s$ -сплайнов могут отличаться от системы координат для прямых отрезков, то в данном подразделе фазовый вектор обозначим символом « y », а его элементы – « y_i ». Физический смысл элементов x_i и y_i одинаковый. Линейное преобразование векторов x в векторы y выполняется согласно выражению (3.1.4), а обратное преобразование очевидно:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(y) + g(y)\delta, \\ Y &= \alpha_S(y). \end{aligned} \quad (\text{П2.3.1})$$

где $y \in R^4$;

$$f(y) = (v \cos y_3, v \sin y_3, y_4, F(y_4))^T;$$

$$F(y_4) = \theta_1 y_4 + \theta_2 y_4^3;$$

v – продольная скорость судна ($v > 0$);

$$g(y) = (0, 0, 0, b)^T;$$

δ – сигнал управления;

$$\alpha_S(y) = rvP_6(y_1/(rv)) - y_2.$$

Преобразуем исходную нелинейную модель (П2.3.1) в линейную модель с переменными $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$, где $\xi \in R^3$ и выполним расчет закона управления u_S для движения по прямому отрезку. Вектор ξ описывает динамику смещения центра масс судна и путевого угла относительно заданной траектории и не учитывает перемещение вдоль заданной траектории. Поэтому вектор ξ трехмерный.

Рассмотрим переменную ξ_1 , равную функции выхода:

$$\xi_1 = \alpha_S(y).$$

Вычислим производную переменной ξ_1 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции α_S , $L_g \alpha_S$ и $L_f \alpha_S$:

– градиент функции α_S :

$$\frac{d\alpha_S}{dy} = (P'_6(y_1/(rv)), -1, 0, 0)^T,$$

$$tg\beta = P'_6(y_1/(rv)),$$

где β – угол касательной к функции $rvP_6(y_1/(rv))$;

– производная Ли от функции α_S вдоль векторного поля $g(x)$:

$$L_g \alpha_S = 0,$$

– производная Ли от функции α_S вдоль векторного поля $f(x)$:

$$L_f \alpha_S = v(P'_6\left(\frac{y_1}{rv}\right) \cos y_3 - \sin y_3) = \frac{v \sin(\beta - y_3)}{\cos \beta}. \quad (\text{П2.3.2})$$

Положим $\xi_2 = L_f \alpha_S$ и получаем первое уравнение линейной модели

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2.$$

Вычислим производную переменной ξ_2 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции $L_f \alpha_S$, $L_g L_f \alpha_S$ и $L_f^2 \alpha_S$:

– градиент функции $L_f \alpha_S$:

$$\frac{dL_f \alpha_S}{dy} = v \left(\frac{1}{rv} P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos y_3, \quad 0, \quad -P_6' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \sin y_3 - \cos y_3, \quad 0 \right)^T,$$

или

$$\frac{dL_f \alpha_S}{dy} = v \left(\frac{1}{rv} P_6''(y_1/(rv)) \cos y_3, \quad 0, \quad \frac{-\cos(\beta - y_3)}{\cos \beta}; \quad 0 \right)^T,$$

– производная Ли от функции $L_f \alpha_S$ вдоль векторного поля $g(x)$:

$$L_g L_f \alpha_S = 0;$$

– производная Ли от функции $L_f \alpha_S$ вдоль векторного поля $f(x)$:

$$L_f^2 \alpha_S = v \left(\frac{1}{rv} P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos^2 y_3 - (P_6'(y_1/(rv)) \sin y_3 - \cos y_3) y_4 \right),$$

или

$$L_f^2 \alpha_S = v \left(\frac{1}{rv} P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos^2 y_3 - \frac{\cos(\beta - y_3)}{\cos \beta} y_4 \right). \quad (\text{П2.3.3})$$

Положим $\xi_3 = L_f^2 \alpha_S$ и получаем второе уравнение линейной модели

$$\dot{\xi}_2 = \xi_3.$$

Вычислим производную переменной ξ_3 по времени в обозначениях производной Ли. Вычислим градиент функции $L_f^2 \alpha_S$, $L_g L_f^2 \alpha_S$ и $L_f^3 \alpha_S$:

– градиент функции $L_f^2 \alpha_S$:

$$\frac{dL_f^2 \alpha_S}{dy} = v \left(\frac{1}{(rv)^2} P_6''' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos^2 y_3 - \frac{1}{(rv)} y_4 P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \sin y_3, \quad 0, \quad A, \quad B \right)^T,$$

$$A = \frac{1}{(rv)} P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) 2 \cos y_3 (-\sin y_3) - \left(P_6' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos y_3 - \sin y_3 \right) y_4,$$

$$B = -(P_6'(y_1/(rv)) \sin y_3 + \cos y_3);$$

– производная Ли функции $L_f^2 \alpha_S$ по векторному полю $g(y)$:

$$L_g L_f^2 \alpha_S = -v \frac{\cos(\beta - y_3)}{\cos \beta}. \quad (\text{П2.3.4})$$

Согласно определению (см. П2.1), относительная степень r системы (П2.3.1) равна 3 при условии, что

$$\beta - y_3 \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi t \quad \text{и} \quad \beta \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi t, \quad (\text{П2.3.5})$$

где t – целое число.

Для завершения вывода закона управления u_S вычислим производную Ли функции $L_f^3 \alpha_S$:

$$L_f^3 \alpha_S = v \left(\frac{1}{(rv)^2} P_6'''(y_1/(rv)) \cos^3 y_3 - \frac{1}{(rv)} y_4 P_6''(y_1/(rv)) \sin y_3 \cos y_3 + C \right),$$

$$C = - \frac{\sin(\beta - y_3)}{\cos \beta} y_4^2 - \frac{\cos(\beta - y_3)}{\cos \beta} F(y_4). \quad (\text{П2.3.6})$$

Для получения выражения для u_S в формулу (П2.1.2) подставим выражения (П2.3.2), (П2.3.3), (П2.3.4), (П2.3.6):

$$\delta_S = \frac{\cos \beta \left(\frac{1}{(rv)^2} P_6''' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos^3 y_3 - \frac{3}{(rv)} y_4 P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \sin y_3 \cos y_3 - y_4^2 \sin(\beta - y_3) \right)}{b \cos(\beta - y_3)} - D,$$

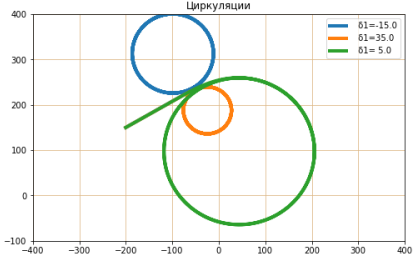
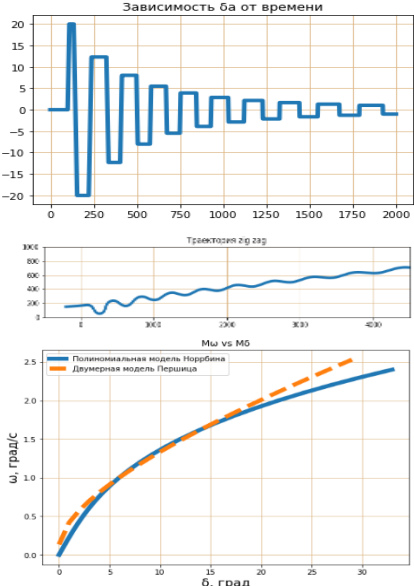
$$D = \frac{k_1 \alpha_S(y)/v + k_2 \sin(\beta - y_3) + k_3 \left(\frac{1}{rv} P_6'' \left(\frac{y_1}{rv} \right) \cos^2 y_3 \cos \beta - y_4 \cos(\beta - y_3) \right)}{b \cos(\beta - y_3)} - \frac{1}{b} F(y_4).$$

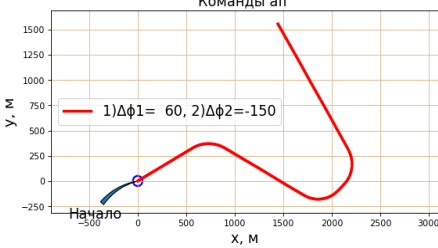
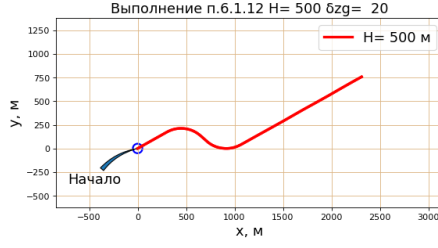
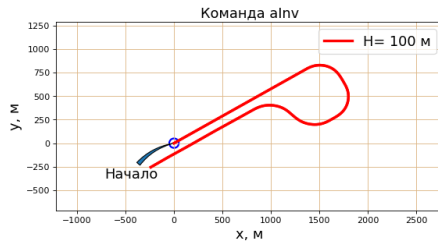
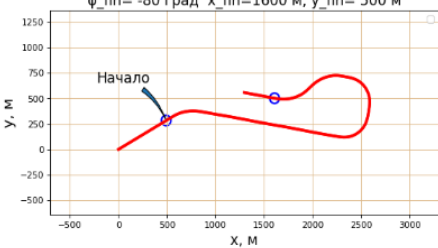
Вывод закона управления u_S завершен. Применять закон управления можно, если выполняется условие (П2.3.5).

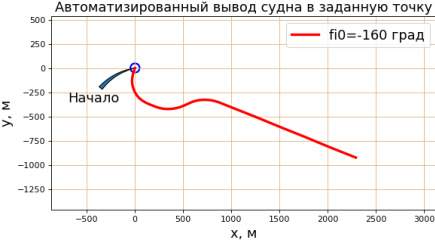
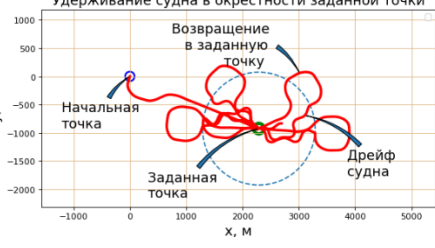
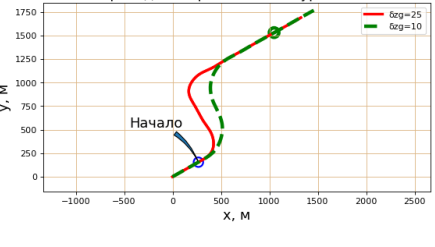
Приложение 3

Перечень задач судовождения, которые решает опытный экземпляр авторулевого

Таблица ПЗ – Перечень задач ручного и автоматизированного управления, которые решает многофункциональный авторулевой (*a* – префикс макрокоманд)

Команда и ее идентификатор	Решаемая задача	Траектории перемещения судна	Исходные данные
1. Ручное управление рулем, ms	3 циркуляции		1) $\delta_1 = -15^\circ$, 2) $\delta_1 = 35^\circ$, 3) $\delta_1 = 5^\circ$
2. Зигзаг, azz	Идентификация параметров полиномиальной модели Норрбина. Автоматическое или ручное управление		Для расчета параметров модели движения используется метод наименьших квадратов. $\hat{f}_0 = 85^\circ$, $\delta_1 = 20^\circ$, $k\Delta f_{ib} = 2$, $p = 0,86$

3. Прямой курс, a <i>f</i> i	Удерживание судна на прямом курсе с возможностью ввода градусных поправок курса		$\varphi_{i0} = 60^\circ$, $\Delta\phi_1 = 60^\circ$, $\Delta\phi_2 = -150^\circ$
4. Смещение, a <i>N</i>	Переход на параллельный курс		$\varphi_{i0} = 60^\circ$, $H = 800 \text{ м}$
5. Обратно, a <i>Inv</i>	Переход на обратный курс		$\varphi_{i0} = 60^\circ$, $H = 100 \text{ м}$
6. Новая прямая, a <i>Ltr</i>	Переход на новый прямой курс с любого текущего курса		$\varphi_{i0} = 60^\circ$, $r_{fin} =$ $\text{np.array}([1900],$ $[570])) \text{ м},$ $\phi_{fin} = -80^\circ$

7. Переход в заданную точку, аР	Уход от места аварии и т. п.		Начало местной системы координат $\chi g0 =$ [["6920.0N"], ["03344.0E"]] Заданная точка $rfin_gZ =$ [["6919.5N"], ["03347.5E"]]
8. Удержи вание в окрестн ости заданно й точки, аReten	Максимиза ция времени удержания судна в окрестности заданной точки при дефиците горючего		Радиус границы окрестности, м $Rb = 1000$ $rfin_gZ =$ [["6919.5N"], ["03347.5E"]]
9.	Управление запасом по сигналу управления для сохранения управляемо сти при неблагопри ятном состоянии окружающе й среды		Штриховая кривая более гладкая, так как уменьшен диапазон угловых положений руля для движения по исполнительной траектории

Коэффициенты закона управления и параметры моделей движения судна, использовавшиеся при моделировании ручного управления и работы макрокоманд:

Коэффициенты закона управления $k1, k2, k3 = 0.0001, 0.005, 0.1$

Коэффициенты полиномиальной модели Норббина: $bs, \theta1, \theta2$

$bs = 0.00655 \theta1 = -0.02825 \theta2 = -0.01072$

```
# U = 2.573 m/s
# Коэффициент двумерной модели Першица:
# coeffVes = (q21, r21, s21,
#             q31, r31, s31, h)
# (-0.044, 0.029, -0.004,
# -0.37, 0.28, -0.0072, 0.056)
```

Приложение 4

Полезные матричные соотношения и транспортная теорема

Матричные соотношения, которые используются при построении законов управления

Используем обозначения и понятия, введенные в конспекте лекций [42]. Пусть дан вектор $\mathbf{a} = (a_1 \ a_2 \ a_3)^T$. Существуют два представления векторов: безкоординатное $a \in V^3$ и координатное $(a_1 \ a_2 \ a_3)^T \in R^3$.

Вектору $\mathbf{a}$ можно поставить в соответствие матрицу $S(a)$:

$$S(a) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad S(a) = S(a)^T. \quad (\text{П4.1})$$

Матрица $S(a)$ называется кососимметричной.

В случае $\mathbf{a} = (a_1 \ a_2 \ a_3)^T$ вектору $\mathbf{a}$ может быть поставлена в соответствие матрица $S(a)$ (П4.2), если у векторов, которые будут умножаться на матрицу $S(a)$, третья координата нулевая и может не использоваться:

$$S(a) = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{П4.2})$$

Векторное произведение векторов $\mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ в координатной форме может быть вычислено по формуле

$$\mathbf{c} = S(a)\mathbf{b}. \quad (\text{П4.3})$$

Интерпретация формулы (П4.3) в теоретической механике: $\mathbf{b}$ – радиус-вектор точки; $\mathbf{a}$ – вектор угловой скорости, лежащий на оси вращения; $\mathbf{c}$ – линейная скорость точки.

Пусть R_b^a – матрица преобразования (поворота) координат вектора $\mathbf{r}$ из базиса b в координаты этого вектора в базисе a , причем начала координат совпадают, тогда такое преобразование может быть выполнено по формуле

$$\mathbf{r}^a = R_b^a \mathbf{r}^b. \quad (\text{П4.4})$$

Для матрицы R_b^a выполняются соотношения $R_b^a (R_b^a)^T = I$ и $\det(R_b^a) = 1$.

Матрица R_b^a называется специальной ортогональной матрицей.

Выполним следующее дифференцирование:

$$\frac{d}{dt}((R_b^a)^T \cdot R_b^a) = (\dot{R}_b^a)^T \cdot R_b^a + (R_b^a)^T \cdot \dot{R}_b^a = 0, \quad (\text{П4.5})$$

$$M = \dot{R}_b^a \cdot (R_b^a)^T.$$

Следовательно, матрица M кососимметричная и ей можно поставить в соответствие некоторый вектор. Этот вектор есть вектор скорости поворота координатной системы b относительно координатной системы a , представленный в базисе a . Указанный вектор угловой скорости обозначается символом ω_{ab}^a . Следовательно, можно написать

$$S(\omega_{ab}^b) = (R_b^a)^T \cdot \dot{R}_b^a. \quad (\text{П4.6})$$

Из формулы (П4.6) можно получить выражение для производной матрицы поворота:

$$\dot{R}_b^a = R_b^a \cdot S(\omega_{ab}^a). \quad (\text{П4.7})$$

Далее тройные индексы в обозначениях векторов будут иметь следующие значения:

$$\mathbf{r}_{ab}^c, \quad (\text{П4.8})$$

где $\mathbf{r}$ – вектор;

b – точка, указываемая этим вектором;

a – начало вектора;

c – система координат, в которой представлены координаты вектора $\mathbf{r}$.

Транспортная теорема (теорема сложения скоростей)

Пусть в некотором линейном пространстве заданы две системы координат $\{a\}$ и $\{b\}$ и точка p , которая перемещается (рисунок П4.1). Система $\{a\}$ инерциальная. Система $\{b\}$ перемещается относительно $\{a\}$ и вращается относительно оси λ , проходящей через начало координат системы $\{b\}$, с угловой скоростью, представляемой вектором ω_{ab}^a . Тогда абсолютную скорость точки p в координатной форме можно представить как сумму трех скоростей:

$$V_{ap}^a = V_{ab}^a + R_b^a(V_{bp}^b + S(\omega_{ab}^a) \cdot r_{bp}^b). \quad (\text{П4.9})$$

Доказательство

Рассмотрим векторную сумму

$$\mathbf{r}_{ap}^a = \mathbf{r}_{ab}^a + \mathbf{r}_{bp}^a. \quad (\text{П4.10})$$

Ко второму слагаемому выражения (П4.10) применим формулу (П4.4):

$$\mathbf{r}_{ap}^a = \mathbf{r}_{ab}^a + R_b^a \cdot \mathbf{r}_{bp}^b. \quad (\text{П4.11})$$

Выражение (П4.11) продифференцируем по времени:

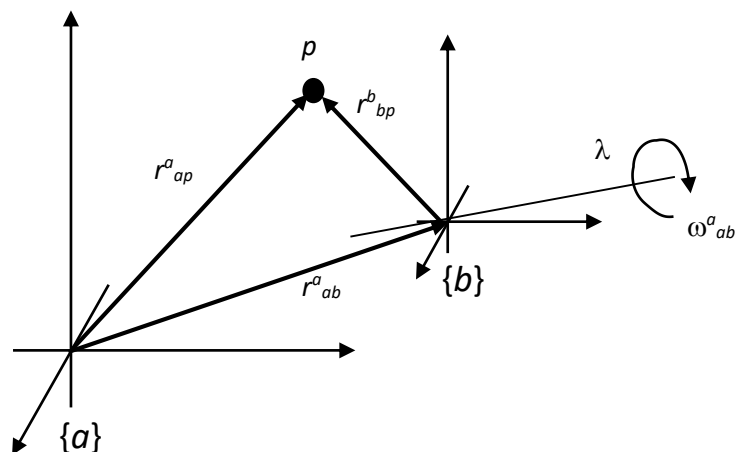


Рисунок П4.1 – Геометрическое представление условий теоремы сложения скоростей

$$\dot{\mathbf{r}}_{ap}^a = \dot{\mathbf{r}}_{ab}^a + R_b^a \cdot \dot{\mathbf{r}}_{bp}^b + \dot{R}_b^a \cdot \mathbf{r}_{bp}^b. \quad (\text{П4.12})$$

Воспользовавшись выражением для производной матрицы поворота (П4.7), получаем

$$\dot{r}_{ap}^a = \dot{r}_{ab}^a + R_b^a (\dot{r}_{bp}^a + S(\omega_{ab}^a) \cdot r_b^a). \quad (\text{П4.13})$$

Изменив обозначения скоростей, окончательно получаем утверждение теоремы:

$$V_{ap}^a = V_{ab}^a + R_b^a (V_{bp}^b + S(\omega_{ab}^a) \cdot r_{bp}^b). \quad (\text{П4.14})$$

Приложение 5

О соотношении чисел обусловленности полиномов в мономиальном базисе и в базисе Бернштейна

В работе [58] вводятся числа обусловленности $S_m(u)$ и $S_b(u)$ для полиномов с мономиальным базисом и с базисом Бернштейна соответственно:

$$S_m(u) = \sum_{k=0}^n |c_k \cdot u^k|, \quad S_b(u) = \sum_{k=0}^n |a_k \cdot B_k^n(u)|,$$

где c_k и a_k – числовые коэффициенты.

Выражения $S_m(u)\varepsilon$ и $S_b(u)\varepsilon$ оценивают погрешности вычисленных результатов для соответствующих полиномов, вызванные возмущениями их коэффициентов на некоторую относительную величину ε . Из выкладок, приведенных в доказательстве теоремы 1 в разделе 3.4 в работе [58] следует, что число обусловленности полинома в мономиальном базисе не меньше числа обусловленности этого полинома в базисе Бернштейна:

$$S_m(u) \geq S_b(u).$$

В [4] доказано, что алгоритм вычисления значения полинома по схеме Горнера является обратно устойчивым алгоритмом (алгоритм дает точный результат для приближенной задачи с исходными данными, близкими к точным). Поэтому числа обусловленности полиномов с мономиальным базисом и с базисом Бернштейна могут использоваться для оценки погрешности вычисленных результатов для соответствующих полиномов, вызванных погрешностями округления в арифметических операциях.

Для оценки на отрезке $[0, 1]$ чисел обусловленности соответствующих полиномов можно использовать усредненные числа обусловленности S_m и S_b :

$$S_m = \int_0^1 S_m(u) du, \quad S_b = \int_0^1 S_b(u) du.$$

Так как в работе рассматриваются полиномы с векторными коэффициентами, то каждый такой полином можно рассматривать как соответствующий размерности векторных коэффициентов набор полиномов со скалярными коэффициентами. В качестве обобщенной оценки числа обусловленности векторного полинома в этой работе используется евклидова норма вектора, составленного из усредненных чисел обусловленности. Для полиномов с мономиальным базисом и с базисом Бернштейна обобщенные оценки чисел обусловленности обозначаются символами S_{mv} и S_{bv} соответственно.

Список литературы

1. Амбросовский, В. М. Теоретические и прикладные основы безопасности управляемого движения скоростных судов : диссертация ... доктора технических наук / В. М. Амбросовский. – Санкт-Петербург, 2010. – 365 с. – Текст : непосредственный.
2. Андреев, Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами / Ю. Н. Андреев. – Москва : Наука, 1976. – 424 с. – Текст : непосредственный.
3. Судовые автоматизированные системы навигации / Л. Л. Вагущенко, А. М. Стафеев. – Москва : Транспорт, 1989. – 156 с. – Текст : непосредственный.
4. Методы обоснования устойчивости гибридных систем управления на основе алгоритмов решения задач выпуклой оптимизации / Г. М. Довгоброд, В. В. Ханычев, К. А. Дворников, Д. С. Бахтин. – Текст : непосредственный // Морское оборудование и технологии. – 2024. – № 1(38). – С. 24–41. – EDN VCCMSQ.
5. Деммель, Д. Вычислительная линейная алгебра : Теория и приложения / Д. Деммель ; пер. с англ. Х. Д. Икрамова. – Москва : Мир, 2001. – 429 с. – Текст : непосредственный.
6. Довгоброд, Г. М. Формирование гладкой исполнительной траектории в реальном масштабе времени / Г. М. Довгоброд. – DOI 10.17285/0869-7035.2015.23.1.109-119. – Текст : электронный // Гироскопия и навигация. – 2015. – № 1(88). – С. 109–119. – EDN TQLDRD.
7. Довгоброд, Г. М. Разработка адаптивного алгоритма управления движением судна по криволинейной траектории / Г. М. Довгоброд. – Текст : непосредственный // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 4(75). – С. 23–32. – EDN OODDWX.
8. Довгоброд, Г. М. Формирование заданной траектории повышенной гладкости для применения метода согласованного управления / Г. М. Довгоброд. – DOI 10.17285/0869-7035.2016.24.3.143-151. – Текст : электронный // Гироскопия и навигация. – 2016. – Т. 24, № 3(94). – С. 143–151. – EDN WTPSPF.

9. Довгоброд, Г. М. Вывод законов управления перемещением по путевым примитивам для объекта с нелинейной моделью движения / Г. М. Довгоброд. – Текст : непосредственный // Проблемы развития корабельного вооружения и судового радиоэлектронного оборудования. – 2017. – № 4(13). – С. 11–19. – EDN ZXKYQB.
10. Довгоброд, Г. М. Стабилизация движения судна малым управлением / Г. М. Довгоброд. – DOI 10.17285/0869-7035.0053. – Текст : электронный // Гироскопия и навигация. – 2020. – Т. 28, № 4 (111). – С. 106–123. – EDN OSMMDR.
11. Довгоброд, Г. М. Архитектура системы управления движением безэкипажного надводного аппарата на примере СУ БНТС «Свислочь» / Г. М. Довгоброд, С. Ю. Брюховецкий. – DOI 10.17285/0869-7035.0053. – Текст : электронный // Проблемы развития корабельного вооружения и судового радиоэлектронного оборудования. – 2014. – № 3. – С. 46–53. – EDN TGOPYB.
12. Довгоброд, Г. М. Гибридный алгоритм управления движением судна, исключаяющий насыщение контура управления / Г. М. Довгоброд, Д. С. Бахтин, К. А. Дворников // XXX Юбилейная Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов конференции, Санкт-Петербург, 29–31 мая 2023 года. – Санкт-Петербург : «Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор», 2023. – С. 358–360. – EDN OLGUMQ. – Текст : непосредственный.
13. Довгоброд, Г. М. Упрощенное построение закона управления, обеспечивающего движение объекта по заданной криволинейной траектории / Г. М. Довгоброд, Л. М. Клячко. – Текст : непосредственный // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 3(74). – С. 24–34. – EDN OONHNT.
14. Довгоброд, Г. М. Использование параметрической аппроксимации при планировании траекторий движения аппаратов / Г. М. Довгоброд, Л. М. Клячко, А. В. Рогожников. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2009. – Т. 52, № 9. – С. 11–17. – EDN KXQNFR.

15. Довгоброд, Г. М. Использование параметрической аппроксимации при планировании траекторий движения аппаратов / Г. М. Довгоброд, Л. М. Клячко, А. В. Рогожников. – Текст : непосредственный // Известия вузов. Приборостроение. – 2009. – № 9. – С. 11–17.
16. Довгоброд, Г. М. Борьба с насыщением системы управления движением судна с помощью гибридного алгоритма : стендовый доклад / Г. М. Довгоброд, В. В. Ханычев, К. А. Дворников, Д. С. Бахтин. – Текст : непосредственный // XXXI Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам, 27–29 мая 2024 г., Санкт-Петербург : сборник препринтов. – Санкт-Петербург : АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2024. – С. 80–82.
17. Патент № 2491509 Российская Федерация, МПК G01D 1/00(2006.01) B63N 25/00(2006.01). Устройство для формирования траектории перевода судна на новый курс с соблюдением ограничений на диапазон изменения сигнала управления : № 2012135714/08 : заявл. 21.08.2012 : опубл. 27.08.2013 / Довгоброд Г. М., Клячко Л. М. – 14 с. – Текст : непосредственный.
18. Патент № 2515006 Российская Федерация, МПК B63N 25/00 (2006.01). Устройство для формирования траектории перевода судна на параллельный курс с соблюдением ограничений на диапазон изменения сигнала управления : № 2012148193/11 : заявл. 14.11.2012 : опубл. 10.05.2014 / Довгоброд Г. М., Клячко Л. М. – 25 с. – Текст : непосредственный.
19. Капитанюк, Ю. А. Управление мобильным роботом по заданной кусочно-гладкой траектории / Ю. А. Капитанюк, С. А. Чепинский. – Текст : непосредственный // Гироскопия и навигация. – 2013. – № (81). – С. 42–52. – EDN QYUEGJ.
20. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы : учебное пособие. – Москва : Физматлит, 2004. – 464 с. – Текст : непосредственный.
21. Кокс, Д. А. Идеалы, многообразия и алгоритмы : Введение в вычислительные аспекты алгебр. геометрии и коммутативной алгебры / Д. Кокс, Дж. Литтл, Д. О'Ши ; пер. с англ. Ю. Ю. Кочеткова ; под ред. В. Л. Попова. – Москва : Мир, 2000. – 687 с. – Текст : непосредственный.

22. Колесников, А. А. Синергетическая теория управления : (Инварианты, оптимизация, синтез) / А. А. Колесников. – Таганрог : Гос. радиотехн. ун-т ; Москва : Энергоатомиздат, 2002. – 343 с. – Текст : непосредственный.
23. Лотош, М. М. Основы теории автоматического управления : Математические методы : [учебное пособие для техникумов по специальности «Приборостроение» и «Прикладная математика»] / М. М. Лотош. – Москва : Наука, 1979. – 256 с. – Текст : непосредственный.
24. Лукомский, Ю. А. Управление морскими подвижными объектами : [Учеб. для вузов по специальностям «Электрооборудование и автоматика судов», «Корабельные системы управления»] / Ю. А. Лукомский, В. М. Корчанов. – Санкт-Петербург : ЭЛМОР, 1996. – 317 с. – Текст : непосредственный.
25. Мирошник, И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по группе направления подготовки бакалавров и магистров 550000 – «Технические науки» и дипломированных специалистов 650000 – «Техника и технологии» дисциплине «Теория автоматического управления» / И. В. Мирошник. – Москва [и др.] : Питер (ОАО Техническая книга), 2005. – 333 с. – Текст : непосредственный.
26. Остром, К. Системные управления с ЭВМ : Пер. с англ. / К. Остром, Б. Виттенмарк ; под ред. С. П. Чеботарева. – Москва : Мир, 1987. – 480 с. – Текст : непосредственный.
27. Пелевин, А. Е. Стабилизация движения судна на криволинейной траектории / А. Е. Пелевин. – Текст : непосредственный // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 2 (37). – С. 3–11. – EDN RVZQAP.
28. Пелевин, Л. К. О синтезе оперативных траекторий при стабилизации судна на системе галсов и заданном маршруте / Л. К. Пелевин, А. А. Каменская. – Текст : непосредственный // Сборник трудов XXXI Всероссийской конференции «Управление движением морских судов и специальных аппаратов». – Москва : ИПУ РАН, 2004.
29. Першиц, Р. Я. Управляемость и управление судном / Р. Я. Першиц. – Ленинград : Судостроение, 1983. – 272 с. – Текст : непосредственный.

30. Поселенов, Е. Н. Обоснование и разработка адаптивного алгоритма управления движением речного водоизмещающего судна на мелководье : диссертация ... кандидата технических наук / Е. Н. Поселенов. – Нижний Новгород, 2010. – 128 с. – Текст : непосредственный.
31. Судовые средства автоматизации предупреждения столкновений судов / [Ю. Г. Зурабов, Р. Н. Черняев, Е. В. Якшевич и др.]. – Москва : Транспорт, 1985. – 264 с. – Текст : непосредственный.
32. Фокс, А. Д. Вычислительная геометрия : применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт ; пер. с англ. Г. П. Бабенко, Г. П. Воскресенского. – Москва : Мир, 1982. – 304 с. – Текст : непосредственный.
33. Халил, Х. Нелинейные системы / Х. К. Халил ; пер. с англ. И. А. Макарова ; под ред. А. Л. Фрадкова. – Изд. 3-е. – Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : Регулярная и хаотическая динамика, 2009. – 812 с. – Текст : непосредственный.
34. Ханычев, В. В. Принципиально новый класс авторулевых для надводных судов / В. В. Ханычев, Г. М. Довгоброд, Д. А. Коновалов. – Текст : непосредственный // Морской вестник. – 2016. – № 3 (59). – С. 45–47. – EDN WJKZVR.
35. Якушенков, А. А. Результаты разработки и судовых испытаний системы автоматизации судовождения «Бирюза» / А. А. Якушенков, В. П. Антоненко, А. А. Кошевой [и др.]. – Текст : непосредственный // Навигация и управление судном : сборник научных трудов / Всесоюзное объединение «Мортехинформреклама», ЦНИИ мор. флота ; [науч. ред. А. А. Якушенков]. – Ленинград : Транспорт : Ленингр. отделение, 1986. – С. 3–18.
36. Abichandani, P. Mathematical Programming for Multi-Vehicle Motion Planning: Under Communication Constraints : A Thesis Submitted to the Faculty of Drexel University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. – 2011. – Текст : непосредственный.
37. Astrom, K. J. Adaptive Control / K. J. Astrom, B. Wittenmark. – Second edition. – Mineola, New York : Dover publications, Inc. 2008. – 577 p. – Текст : непосредственный.

38. Astrom, K. J. Feedback systems. An Introduction for Scientists and Engineers / K. J. Astrom, R. Murray. – Oxford : Princeton University Press, 2008. – 396 p. – Текст : непосредственный.
39. Barrientos, A. Advanced UAV Trajectory Generation: Planning and Guidance / A. Barrientos, P. Gutiérrez, J. Colorado. – DOI 10.5772/6467. – Текст : электронный // Aerial Vehicles / T. Mung (Ed.). – InTech, 2009. – 4 chapter. – P. 55–82. – URL: http://www.intechopen.com/books/aerial_vehicles/advanced_uav_trajectory_generation_planning_and_guidance (дата обращения: 09.08.2025).
40. Cayero, J. Backstepping with virtual filtered command: Application to a 2D autonomous Vehicle / J. Cayero, J. Cuguro, B. Morcego. – 5 p. – URL: <https://upcommons.upc.edu/server/api/core/bitstreams/c4c6d8b5-2675-405a-8751-e7d1716e7440/content> (дата обращения: 09.08.2025). – Текст : электронный.
41. DeCarlo, R. A. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems / R. A. Decarlo, M. S. Branicky, S. Pettersson, B. Lennartson. – DOI 10.1109/5.871309. – Текст : электронный // Proceedings of the IEEE. – 2000. – Vol. 88, no. 7. – P. 1069–1082.
42. Fossen, T. I. Marine control systems. – Trondheim, Norway : Marine Cybernetics, 2002. – 555 p. – Текст : непосредственный.
43. Fossen, T. I. A Survey on Nonlinear Ship Control: From Theory to Practice / T. I. Fossen. – DOI 10.1016/S1474-6670(17)37044-1. – Текст : электронный // IFAC Proceedings Volumes. – 2000. – Vol. 33, iss. 21 : 5th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC 2000), Aalborg, Denmark, 23–25 August 2000. – P. 1–6.
44. Iervolino, R. Stability of piecewise affine systems through discontinuous piecewise quadratic Lyapunov functions / R. Iervolino, S. Trenn, F. Vasca. – DOI 10.1109/CDC.2017.8264551. – Текст : электронный // 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC), Melbourne, VIC, Australia. – 2017. – P. 5894–5899.
45. Isidori, A. Nonlinear control systems / A. Isidori. – 5d edition. – Berlin : Springer-Verlag, 1995. – 549 p. – (Communications and Control Engineering). – Текст : непосредственный.

46. Johansson, M. Piecewise Linear Control Systems : [Doctoral Thesis (monograph)]. – Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH), 1999. – 199 p. – URL: <https://lucris.lub.lu.se/ws/portalfiles/portal/4673551/8571461.pdf> (дата обращения: 08.08.2025). – Текст : электронный.
47. Krstic, M. Nonlinear and adaptive control design / M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic. – New York : John Wiley & Sons, inc., 1995. – 592 p. – Текст : непосредственный.
48. Lapierre, L. Nonlinear path following with applications to the control of autonomous underwater vehicles / L. Lapierre, D. Soetanto, A. Pascoal. – DOI 10.1109/CDC.2003.1272781. – Текст : электронный // 42nd IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No. 03CH37475). – Maui, HI, USA, 2003. – Vol. 2. – P. 1256–1261.
49. Wang, L. State-of-the-Art Research on Motion Control of Maritime Autonomous Surface Ships / L. Wang, Q. Wu, J. Liu [et al.]. – DOI 10.3390/jmse7120438. – Текст : электронный // Journal of Marine Science and Engineering. – 2019. – Vol. 7, iss. 12. – 438.
50. Lin, H. Hybrid Dynamical Systems: An Introduction to Control and Verification / Hai Lin, P. J. Antsaklis. – DOI 10.1561/26000000001. – Текст : электронный // Foundations and Trends in Systems and Control. – 2014. – Vol. 1, no. 1. – P. 1–172.
51. Das, S. Evolution of Ship's Mathematical Model from Control Point of View / Cdr Swarup Das, S. E. Talole. – URL: <https://www.researchgate.net/publication/321012489> (дата обращения: 08.08.2025). – Текст : электронный.
52. Breivik, M. Path following for marine surface vessels / M. Breivik, T. I. Fossen. – DOI 10.1109/OCEANS.2004.1406507. – Текст : электронный // Oceans '04 MTS/IEEE Techno-Ocean '04. – Kobe, Japan, 2004. – Vol. 4. – P. 2282–2289. – (IEEE Cat. No. 04CH37600)
53. Nielsen, C. Maneuver regulation via transverse feedback linearization: Theory and examples / C. Nielsen, M. Maggiore. – DOI 10.1016/S1474-6670(17)31200-4. – Текст : электронный // IFAC Proceedings Volumes. – 2004. – Vol. 37, iss. 13 : 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems 2004 (NOLCOS 2004), Stuttgart, Germany, 1–3 September, 2004. – P. 57–64.

54. Perez, T. Kinematics and Kinetics of Marine Vessels (Modul 3) : презентация / T. Perez, T. I. Fossen // One-day tutorial, CAMS'. – Bol, Croatia, 2007. – 53 slides. – URL: <https://ru.scribd.com/document/141852972/CAMS-M3-RB-Dynamics> (дата обращения: 08.08.2025). – Текст : электронный.
55. Piazzzi, A. Smooth Path Generation for Wheeled Mobile Robots Using η 3-Splines / Aurelio Piazzzi, Corrado Guarino Lo Bianco and Massimo Romano. – DOI 10.5772/6960. – Текст : электронный // Motion Control / F. Casolo (Ed.). – InTech, 2010. – P. 75–96. – URL: <https://www.intechopen.com/chapters/6579> (дата обращения: 08.08.2025).
56. Piazzzi, A. Quintic G/sup 2/-splines for the iterative steering of vision-based autonomous vehicles / A. Piazzzi, C. G. Lo Bianco, M. Bertozzi [et al.]. – DOI 10.1109/6979.994793. – Текст : электронный // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2002. – Vol. 3, no. 1. – P. 27–36.
58. Press, W. H. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing / W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. – Third edition. – Cambridge : Cambridge University Press, 2007. – 1262 p. – Текст : непосредственный.
58. Farouki, R. T. On the numerical condition of polynomials in Bernstein form / R. T. Farouki, V. T. Rajan. – DOI 10.1016/0167-8396(87)90012-4. – Текст : электронный // Computer Aided Geometric Design. – 1987. – Vol. 4, iss. 3. – P. 191–216.
59. SciPy Reference Guide. Release 1.1.0 / Written by the SciPy community. – 2018. – Текст : непосредственный.
60. Sastry, S. Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control / S. Sastry. – New York : Springer, 1999. – 667 p. – Текст : непосредственный.
61. Wan, T. R. A real-time 3D motion planning and simulation scheme for nonholonomic systems / Tao Ruan Wan, Wen Tang, Heng Chen. – DOI 10.1016/j.simpat.2010.08.002. – Текст : электронный // Simulation Modelling Practice and Theory. – 2011. – Vol. 19, iss. 1. – P. 423–439.
62. Wahl, A. Track-Keeping on Waterways Using Model Predictive Control / A. Wahl, E. D. Gilles. – DOI 10.1016/s1474-6670(17)38432-x. – Текст : электронный // IFAC Proceedings Volumes. – 1998. – Vol. 31, iss. 30. – P. 149–154.

-
63. Yakimenko, O. A. Real-Time Optimal Guidance and Obstacle Avoidance for UUVs / O. A. Yakimenko, S. P. Kragelund. – DOI: 10.5772/23401. – Текст : электронный // Autonomous Underwater Vehicles / Mr. Nuno A. Cruz (Ed.). – InTech, 2011. – Chapter 4. – P. 67–98. – URL: <http://www.intechopen.com/books/autonomous-underwater-vehicles/real-time-optimal-guidance-andobstacle-avoidance-for-uuv> (дата обращения: 08.08.2025).
64. Iervolino, R. Asymptotic stability of piecewise affine systems with Filippov solutions via discontinuous piecewise Lyapunov functions // R. Iervolino, S. Trenn, F. Vasca. – DOI 10.1109/TAC.2020.2996597. – Текст : электронный // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2021. – Vol. 66, iss. 4. – P. 1513–1528.

Довгоброд Георгий Моисеевич
Ханычев Виталий Викторович
Дворников Кирилл Александрович

Инженерные решения для нетрадиционных авторулевых

Монография издана в авторской редакции

Сетевое издание

Ответственный за выпуск – Алимова Н.К.

Научное издание

Системные требования:

операционная система Windows XP или новее, macOS 10.12 или новее, Linux.

Программное обеспечение для чтения файлов PDF.

Объем данных 7,1 Мб

Принято к публикации «24» июня 2025 года

Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/37MNNPM25.pdf> свободный. – Загл. с экрана. –
Яз. рус., англ.

ООО «Издательство «Мир науки»

«Publishing company «World of science», LLC

Адрес:

Юридический адрес – 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

Почтовый адрес – 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

<https://izd-mn.com/>

**ДАННОЕ ИЗДАНИЕ ПРЕДНАЗНАЧЕНО ИСКЛЮЧИТЕЛЬНО ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ НА
ЭЛЕКТРОННЫХ НОСИТЕЛЯХ**