

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Адыгейский государственный университет»

Cambridge Research and Consultancy, UK, Великобритания



М.Г. Пономарев

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Часть 2. «Релятивистская механика»

Учебное пособие
для физико-математических, инженерно-физических
и инженерных специальностей вузов



Москва 2023

УДК 531/534
ББК 22.2: 22.3
П 563

Автор: Пономарев Максим Глебович – кандидат физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Адыгейский государственный университет, Майкоп, Россия; CEO, Director, Founder, Cambridge Research and Consultancy, UK, Великобритания.

Рецензенты: Карев Владимир Иосифович – доктор технических наук, зам. директора по научной работе, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (Москва).

Чаплина Татьяна Олеговна – доктор физико-математических наук (01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»), ведущий научный сотрудник, лаборатория геомеханики, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (Москва).

Пономарев, Максим Глебович

П 563 Физические основы механики. Часть 2. «Релятивистская механика». Учебное пособие для высшего образования [в 2 ч.]. / М.Г. Пономарев. – М.: Мир науки, 2023. – Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/26MNNPU23.pdf> – Загл. с экрана.

ISBN 978-5-907731-06-6

DOI: 10.15862/26MNNPU23

Настоящее учебное пособие обобщает теоретическую, методологическую и практическую информацию, необходимую для всестороннего и системного представления о физических основах механики. Его целью является освоение фундаментальных знаний о механике – разделе физики, изучающем закономерности механического движения и причины, вызывающие изменения этого движения. Курс носит инструментально-методологический характер и ориентирован, с одной стороны, на получение обучающимися базовых знаний по физике, с другой – на формирование у них современного естественнонаучного мировоззрения. В его рамках дается базовая терминология, рассматриваются ключевые основы классической (аналитической, Ньютоновой) и релятивистской механики. Теоретические вопросы сопровождаются примерами и пояснениями. Это учебное пособие является продолжением ранее изданного [98], Пономарев, М. Г., Физические Основы Механики, часть 1.

Для демонстрации уникальных приложений Физических Основ Механики приведен также и список трудов автора, Пономарева Максима Глебовича, [264-308].

Пособие соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования. Предназначено для студентов, физико-математических, инженерно-физических и инженерных специальностей вузов.

ISBN 978-5-907731-06-6

© Пономарев Максим Глебович

© ООО Издательство «Мир науки», 2023



Оглавление

Предисловие	4
Введение	6
Глава 7. Релятивистская кинематика	8
7.1. Введение в релятивистскую механику	8
7.2. Принцип относительности Галилея VS Теория электромагнитного поля Максвелла ...	11
7.3. Опыт Майкельсона-Морли; принципы специальной теории относительности; постулаты Эйнштейна.....	15
7.4. Преобразования Лоренца: общие положения.....	20
7.5. Кинематические следствия из преобразований Лоренца	24
7.5.1. Сокращение линейных размеров движущихся тел (лоренцово сокращение)	24
7.5.2. Эффект замедления хода движущихся часов (релятивистское замедление времени).....	25
7.5.3. Инвариантность пространственно-временного интервала.....	26
7.5.4. Релятивистский закон преобразования (сложения) скоростей	27
7.6. Геометрический смысл преобразований Лоренца	28
Глава 8. Релятивистская динамика.....	31
8.1. Релятивистская масса; релятивистский импульс частицы; основное уравнение релятивистской динамики	31
8.2. Связь между энергией и импульсом материальной точки: релятивистский подход.....	33
8.3. Релятивистская механика; функция Лагранжа свободной частицы	36
8.4. Энергия свободной частицы; формула Эйнштейна	38
8.5. Дефект массы и энергия связи ядра: взгляд с позиции атомной и ядерной физики	42
8.5.1. Физика атомного ядра	42
8.5.2. Дефект массы ядра; ядерные силы.....	43
8.6. Четырехмерные векторы и тензоры	45
8.6. Примеры 4-векторов: релятивистская механика vs электродинамика.....	51
8.7. Операторы дифференцирования 4-радиус-вектора по его контравариантным компонентам	54
Список используемых и рекомендуемых источников	56
Приложение 1. Пространство и время в релятивистской механике	73
Приложение 2. Общая теория относительности Альберта Эйнштейна	76
Приложение 3. Масса (инертная и гравитационная массы)	79
Приложение 4. Ускорение Кориолиса, кинематическая теорема Кориолиса, правило Жуковского	81

Предисловие

В последние несколько лет мир переживает уникальный по своей природе и содержанию комплекс кризис-индуцированных (кризис-производных) процессов, прямо или косвенно отражающихся на жизнедеятельности современного общества. Ответом на вызываемые этими процессами изменения становится естественная системная адаптация, поиск новых смыслов и способов организации социальных моделей государств, где приоритетное место априори отводится человеческому ресурсу. Именно по этой причине современная система высшего образования как никогда нацелена на воспитание кадров нового типа (**«кадров будущего»**), способных к быстрой адаптации к многообразию текущих и будущих процессов миротворчества и миропорядка, изменению трендов международного и национального рынка труда и макро-социального запроса¹. Особую актуальность данный тезис приобретает относительно запросов на **специалистов естественнонаучной сферы**. Так, согласно мнению экспертов Global Education Futures и WorldSkills Russia, в настоящее время и на долгосрочную перспективу востребованными являются кадры, обладающие набором [стандартных] профессиональных компетенций и [универсальными] «базовыми» навыками, составляющими органичную совокупность жестких (англ. hard skills) и мягких (англ. soft skills) навыков, которая преобразуется в единый модуль «навыков будущего» (англ. future skills)². Именно этот модуль и должен составлять компетентностный фундамент человеческого ресурса, занятого в **естественнонаучном секторе будущего**, где привычными станут автоматизация и роботизация, блокчейн-технологии (англ. blockchain) и технологии глубокого обучения (англ. deep learning)³ и нейронных сетей, кастомизация стандартизированных продуктов и локальное производство.

На Всемирном экономическом форуме (англ. World Economic Forum), который прошел в Сингапуре еще до пандемии, в апреле 2020 г., эксперты отметили, что к 2025 г. в результате технологических изменений может быть создано 97 млн. новых рабочих мест, тогда как 85 млн. существующих может исчезнуть, а большая часть выполняемых в наше время бизнес-процессов будет автоматизирована⁴. Именно поэтому, заявили эксперты, **специалист будущего** должен обладать следующими **навыками**: *аналитическое мышление и инновационность* – способность анализировать новые нестандартные задачи и предлагать альтернативы для их действенного решения; *проактивный подход к образованию* – умение самостоятельно выстраивать стратегию своего обучения с ориентацией на настоящее и будущее в профессиональном развитии; *комплексный подход к решению проблем* – поиск решения в зависимости от собственных мета-навыков, как жестких, так и мягких, и получение, тем самым, нового знания; *критическое мышление и анализ* – умение анализировать информацию, адекватно оцени-

¹ Лошкарева Е., Лукаш П., Ниненко И., Смагин И., Судаков Д. Навыки будущего. Что нужно знать и уметь в новом сложном мире [Текст]: доклад. – М.: Ворлдскиллс Россия, 2020. – 93 с.

² Абрамов А. Навыки будущего: что нужно знать и уметь в XXI веке. – 30.09.2020 // РБК. Тренды. Образование – URL: <https://trends.rbc.ru/trends/education/5e728cbc9a79476476f6eb4e> (дата обращения: 01.02.2023)

³ **Глубокое обучение** (англ. deep learning) – это набор алгоритмов машинного обучения, которые моделируют абстракции высокого уровня в данных с использованием архитектур, состоящих из нескольких нелинейных преобразований. Технология глубокого обучения основана на искусственных нейронных сетях (ИНС). Эти ИНС получают алгоритмы обучения и постоянно растущие объемы данных для повышения эффективности процессов обучения.

⁴ The 12 Transferable Skills from UNICEF's Conceptual and Programmatic Framework. Panama: United Nations Children's Fund (UNICEF), 2022. – 35 p.

вать имеющиеся навыки, идеи и результаты, которые будут оставаться приоритетными на протяжении всей жизни; *креативность и оригинальность* – умение нестандартно мыслить и находить решение проблем, с которыми человечество ранее не сталкивалось.

Доказательством сказанному, например, является то, что согласно позиции Международного университета Swissam, одна из самых быстро растущих STEM-сфер («science», «technology», «engineering», «mathematics» – наука, технология, инженерия и математика) – **информационные технологии**; в самом ближайшем будущем могут потребоваться такие специалисты, как инженер-робототехник, архитектор виртуальной реальности, проектировщик наноматериалов, разработчик беспилотных систем, специалист в области цифровой физики (физик-космолог), пилот коммерческих космических кораблей и проч. Помимо прочего, все перечисленные **«профессии будущего»** самым непосредственным образом связаны с наукой, технологиями, инженерией и математикой, т.е. с направлениями, связанными со STEM-областью. Важно понимать, что последняя объединяет широкий круг дисциплин, неразрывно связанных друг с другом: математика, физика, химия, биология, астрономия и проч. Глубокие знания в каждой из них, а также в инженерии, роботехнике и других прикладных дисциплинах позволяют разрабатывать новые технологии на стыке наук, создавать программное обеспечение, конструировать сложные устройства,двигающие мир вперед, в будущее. Спектр STEM-специальностей очень широк – и постоянно увеличивается; социальный запрос на такой «универсальный» человеческий ресурс уже достаточно объемный, как в нашей стране, так и на зарубежном рынке труда. О дефиците STEM-специалистов говорят и социологические исследования: по оценкам экспертов, количество рабочих мест по данным специальностям за период с 2017 по 2025 гг. возрастет на 9 млн. человек⁵. Интересные проекты, широкий круг общения, возможность выиграть гранты или получить награды, социальная значимость профессии – это лишь некоторые из аргументов в пользу обучения STEM-специальностям⁶.

Таким образом, перед современным обучающимся – будущим специалистом естественнонаучной сферы, стоит сложнейшая задача – в экстернальном режиме познать (принять и осознать) не только профессиональные, но и мета-профессиональные основы, т.е. получить **«фундаментальные» знания, умения и навыки**, которые позволят ему подготовиться к осознанному выбору альтернатив своего профессионального будущего. К таковым, в частности, относятся знания, умения и навыки в области **теоретической (аналитической) физики**. Представленный в настоящем учебном пособии материал направлен на формирование этих элементов профессиональной компетенции. Желаем уважаемому читателю успехов в обучении и в дальнейшей профессиональной деятельности.

«Конечная цель физики – описать вселенную одним-единственным уравнением, которое могло бы уместиться на майке».

(Леон Ледерман – американский физик-экспериментатор, специалист в области физики высоких энергий, нобелевский лауреат 1988 г.).

⁵ См. подробнее: Колесникова Е.М., Куденко И.А. Интерес к STEM-профессиям в школе: проблемы профориентации // Социологические исследования. 2020. № 4. С. 124-133; Козырева Н.В. STEM-форма в профориентации обучающихся образовательных организаций // Образование. Карьера. Общество. 2022. №4 (75). С. 15-18; Анисимова Т.А., Сабирова Ф.М. Актуализация магистерской программы «цифровое образование» посредством дополнения ее модулем «технологии STEM-образования» // Общество: социология, психология, педагогика. 2022. №8 (100). С. 186-191.

⁶ См. подробнее: Волкова Г.Л., Шматко Н.А. Наиболее востребованные STEM-профессии и компетенции [Электронный ресурс]. – 25.08.2021 // Институт статистических исследований и экономики знаний. – URL: <https://issek.hse.ru/news/499130554.html> (дата обращения: 15.12.2022)

Введение

Целью настоящего **учебного пособия** является освоение фундаментальных знаний о механике – разделе физики, изучающем закономерности механического движения и причины, вызывающие изменения этого движения. Для достижения этой цели курс разделен на **две части** – классическая (Ньютонова) и релятивистская механика, и **восемь разделов (глав)**: в первом дается общая характеристика предмета механики и базовая терминология; во втором – рассмотрены основы кинематики; в третьем, четвертом, пятом и шестом разделе описываются основные положения законов динамики (в том числе первый, второй, третий законы Ньютона) и законы сохранения импульса, энергии и момента импульса; седьмой и восьмой разделы посвящены базовым положениям релятивистской кинематики (в том числе, постулатам Эйнштейна, преобразованиям Лоренца, 4 – векторам специальной теории относительности и проч.) и релятивистской динамике (в том числе, основным уравнениям релятивистской динамики, энергии свободной частицы, законам сохранения энергии-импульса, свойствам тензоров и моменту импульса частицы и проч.). Материал, таким образом, изложен структурированно, последовательно, в конспективной форме с сопроводительными комментариями и пояснениями, что облегчит восприятие и качественное усвоение нового знания обучающимися вне зависимости от текущей формы обучения. Теоретические сведения и методические (методологические) положения по каждому разделу (главе) снабжены **практическими примерами**, составленными согласно одному из ключевых принципов педагогики – «от простого к сложному», что позволит осуществить адаптивное освоение теоретических положений учебного материала. Надеемся, что в результате изучения данного курса, уважаемый читатель сможет более обстоятельно ориентироваться и понимать смысл физики как фундаментальной науки.

Курс «**Физические основы механики**» носит *инструментально-методологический характер* и ориентирован, с одной стороны, на получение обучающимися базовых знаний по физике, с другой – на формулирование и формирование у них современного естественнонаучного мировоззрения. В *результате изучения курса обучающийся должен:*

знать

- основные законы, теоремы, понятия механики;
- методы исследования равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы;
- принципы расчёта элементов конструкций на прочность, жёсткость и устойчивость;
- теории физических явлений и процессов, законы классической физики и основы специальной теории относительности;

уметь

- применять полученные знания для решения задач механики;
- выбирать рациональные методы решения задач механики;
- составлять и решать уравнения равновесия материальных точек и твердых тел;

владеть

- методами механики, которые необходимы для изучения и успешного освоения последующих инженерных дисциплин;

-
- навыками использования математического аппарата для решения задач, связанных с механическим движением;
 - принципами расчета, используя возможности современных информационно-коммуникационных и цифровых технологий;
 - современными представлениями о фундаментальных физических опытах и их роли в развитии науки.

Глава 7. Релятивистская кинематика

Научная деятельность Ньютона – это пример крупнейшей научной революции, радикальной смены практически всех научных представлений в естествознании. Со времени его научного творчества возникла и стала основной и определяющей системой взглядов в науке почти на 250 лет парадигма классической (аналитической) физики. Последователи Ньютона занялись содержательным уточнением обнаруженных им констант; постепенно стали формироваться научные школы, устанавливаться методы наблюдений и анализа, классификации различных явлений природы; приборы и научное оборудование стали производиться промышленным способом. По многим отраслям естественнонаучного знания стали выпускаться периодические издания. В итоге, наука стала важнейшей отраслью человеческой деятельности.

Итак, Ньютоновская механика и космология⁷ утвердились как основание нового мировоззрения, сменив господствовавшее более тысячи лет учение Аристотеля и средневековые схоластические построения. Однако, к концу XIX столетия стали появляться факты, противоречащие господствующей парадигме. И главные несоответствия опять наблюдались именно в физике – наиболее динамично развивавшейся в то время науке. Классическим примером такого положения служит высказывание британского физика, механика и инженера *лорда Кельвина (Вильям Томсон)*, который в самом конце XIX в. вполне справедливо указал, что «*на чистом и сияющем небе классической физики тех лет имелось лишь два небольших облачка*»⁸. Одно из них связано с отрицательным результатом опыта А.А. Майкельсона по определению абсолютной скорости Земли (см. подробнее пп. 7.3), другое – с противоречием между теоретическими и экспериментальными данными о распределении энергии в спектре абсолютно черного тела; Кельвин, очевидно, проявил беспрецедентную проницательность. Данные нерешенные проблемы привели к возникновению как *теории относительности Эйнштейна*, так и *квантовой теории*, которые легли в основу **новой естественнонаучной парадигмы** (англ. new natural science paradigm). Помимо прочего, использование классической (аналитической) физики Ньютона не позволяло точно рассчитать орбиту Меркурия, а уравнения электродинамики Дж. Максвелла не соответствовали классическим законам движения (см. подробнее пп. 7.2). Предпосылкой создания теории относительности, собственно, и явились уже упомянутые противоречия. Их разрешение стало возможным с введением в естествознание нового релятивистского подхода. Об этом мы с уважаемым читателем и поговорим в настоящем разделе.

7.1. Введение в релятивистскую механику

Релятивизм (от лат. *relativus* – относительный) – это *методологический принцип*, который заключается в *абсолютизации относительности и условности содержания познания*. Данный принцип происходит из одностороннего подчеркивания постоянной изменчивости действительности и отрицания относительной устойчивости объектов, процессов и явлений. *Гносеологические корни релятивизма* уходят в идею отказа от признания преемственности в развитии знания, преувеличения зависимости процесса познания от его условий (к примеру,

⁷ **Космология** (космос + логос) – раздел астрономии, изучающий свойства и эволюцию Вселенной в целом. Основу этой дисциплины составляют математика, физика и астрономия.

⁸ **См. подробнее:** Кочетков А.В., Федотов П.В. Проблема итогов научной революции в физике начала XX века // НАУ. 2015. №2-10 (7). С. 27-30.

от биологических потребностей субъекта, его психологического состояния или наличных логических форм и теоретических средств). Факт развития познания, в ходе которого преодолевается любой достигнутый уровень знания, релятивисты рассматривают как доказательство его неистинности, субъективности, что приводит к отрицанию объективности познания в целом, т.е. к агностицизму. Как *методологическая установка* релятивизм восходит к учению древнегреческих софистов⁹: из тезиса древнегреческого философа Протагора «человек есть мера всех вещей...» следует признание основой познания только текущей чувственности, не отражающей каких-либо объективных и устойчивых явлений¹⁰.

Примечание: релятивистская механика (англ. relativistic mechanics), или *механика специальной теории относительности* – это раздел физики, изучающий законы механики (законы движения тел и частиц), который описывает движение макроскопических тел (частиц)¹¹, когда их скорость соизмерима со скоростью света; при скоростях значительно меньше скорости света говорят о *классической (аналитической) механике*. В рамках последней пространство (пространственные координаты) и время являются независимыми; время является абсолютным, т.е. течет одинаково во всех системах отсчета¹², и действуют *преобразования Галилея* (см. подробнее пп. 7.2). В релятивистской механике процессы и явления происходят в четырехмерном пространстве, объединяющем физическое трехмерное пространство и время (пространство Минковского¹³) и действуют *преобразования Лоренца* (см. подробнее пп. 7.4). Таким образом, в отличие от классической (аналитической) механики, одновременность событий будет зависеть от системы отсчета. Основными законами *релятивистской механики* являются: релятивистское обобщение второго закона Ньютона и релятивистский закон сохранения энергии-импульса (см. подробнее пп. 8.6); данные законы являются следствием органичного синтеза пространственных и временных координат в преобразованиях Лоренца.

По мнению Е.А. Мамчур, релятивизм (релятивистский подход) стал одной из ключевых, если не главной из предпосылок к изменению системы естественнонаучного знания; «наука перешла к исследованию объектов микромира, законы которых разительно отличаются от тех, которые описывает мир классической науки <...> Эти законы составляют содержание квантовой механики, парадоксальной, противоречащей «здравому смыслу» теории. <...> Радикальные изменения совершились и в связи с созданием релятивистской физики, в которой изучается мир больших скоростей, соизмеримых со скоростью света; релятивистская физика оказалась почти также далека от основных принципов классической науки, как и квантовая

⁹ **Софисты** (др.-греч. σοφισταί, ед. ч. σοφιστής – «умелец, изобретатель, мудрец, знаток, мастер, художник, создатель») – древнегреческие платные преподаватели красноречия, представители одноименного философского направления, распространенного в Греции во 2-й половине V – 1-й половине IV вв. до н. э.

¹⁰ Джохадзе Д.В. Античный диалог и диалектика Архивная копия от 18 декабря 2014 на Wayback Machine // Философия и общество. 2012. № 2. С. 23-45. **См. также:** Яковлева А.Ф. Размышления над книгой «Релятивизм как болезнь современной философии» // Философия науки. 2015. Т. 20. С. 209-222; Релятивизм как болезнь современной философии [Текст]; отв. ред. В.А. Лекторский. – М.: Канон+, 2015. – 392 с

¹¹ **Макроскопические тела (системы)** (англ. macroscopic bodies, systems) – это тела (системы), которые состоят из большого числа молекул; их размеры значительно превышают размеры одного атома или молекулы ($\gg 10^{-10}$ м). **См. подробнее:** Иванов В.К. Физика. Молекулярная физика [Текст]: учеб. пособие. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. – 202 с.

¹² **Система отсчета** (англ. frame of reference) – это совокупность системы координат и часов, связанных, соответственно, с телом отчета, по отношению к которому определяется положение других тел в различные моменты времени.

¹³ **Пространство Минковского** – четырехмерное псевдоевклидово пространство сигнатуры (1,3), предложенное в качестве геометрической интерпретации пространства-времени специальной теории относительности.

теория»¹⁴. Так, известно, что общее стремление к релятивистскому (относительному) подходу к изучению физических законов стало проявляться еще в период Античности. Как и *Аристотель*, античные мыслители считали Землю центральной точкой пространства, тогда как за начальный момент времени принимали перво-толчок, приводящий перво-материю в движение. Идеи древнегреческого философа и ученого принимались за абсолют и в средневековом сознании, однако, к концу VI в. стали вступать в противоречие с наблюдаемыми природными явлениями; особенно много несоответствий накопилось в астрономии¹⁵.

Первую серьезную попытку их разрешения предпринял *Николай Коперник*¹⁶, приняв за истину, что планеты движутся вокруг Солнца, а не вокруг Земли; иными словами, он впервые «убрал» Землю из центра Вселенной и лишил пространство исходной точки, что фактически и стало триггером к решительной перестройке всего человеческого мышления. Несмотря на то, что Коперник и поместил в этот центр Солнце, он все же сделал большой шаг к тому, чтобы впоследствии общественность поняла, что даже Солнце может быть одной из множества звезд и, что вообще нельзя обнаружить какого-либо центра. Вполне естественным следствием этого умозаключения стало перенесение аналогичной мысли и в контекст времени; Вселенная стала рассматриваться как бесконечная и вечная, т.е. без какого-либо момента сотворения (т.е. начала) и уничтожения (т.е. конца), к которому она, вероятно, движется. Именно этот подход и приводит к истоку теории относительности. Как в свое время написал профессор В.А. Фок, «раз нет привилегированных положений в пространстве и привилегированных моментов времени, то физические законы можно в равной мере отнести к любой точке, взятой в качестве центра, и из них будут следовать одни и те же выводы»¹⁷. Очевидно, что в данном контексте ситуация полностью отличается от той, которая имеет место в теории Аристотеля, где, например, центр Земли выполняет роль некоторой точки, к которой стремится материя. Тренд к релятивизации нашел свое дальнейшее отражение в законах Галилея и Ньютона.

Примечание: подраздел механики, который изучает движение тел (материальная точка, абсолютно твердое тело), методы их математического описания (средствами геометрии, алгебры, математического анализа и проч.), однако, не ставит в качестве основной задачи поиск ответов на вопросы о законах движения (т.е. не изучает причины движения – массы, силы и проч.) называется **кинематикой** (англ. kinematics); ее исходными понятиями являются *пространство и время*. Исследование последних занимается другой подраздел механики – **динамика** (англ. dynamics); ее основной задачей является выяснить причины изменений механического движения тел. Исходными понятиями динамики являются *масса, импульс, момент импульса и энергия*. В виде частного случая, как подраздел динамики можно рассматривать **статику** (англ. statics)¹⁸, который изучает условия, при которых тела остаются в покое. В зависимости от свойств

¹⁴ Мамчур Е.А. Объективность науки и релятивизм: (К дискуссиям в современной эпистемологии) [Текст]. – М.: РАН Институт философии, 2004. – 242 с. – С. 4.

¹⁵ См. подробнее: Общая и специальная теории относительности [Текст]: курс лекций РосНОУ (Кафедра математики. «Концепция современного естествознания») // РосНОУ. – URL: <http://www.labrab.ru/spbrosnou/uchebnicCSE/05.htm> (дата обращения: 07.11.2022)

¹⁶ **Николай Коперник** (1473-1543) – польский и немецкий астроном, математик, механик, экономист, каноник эпохи Возрождения. Наиболее известен как автор гелиоцентрической системы мира, положившей начало первой научной революции.

¹⁷ Фок В.А. Теория пространства времени и тяготения. – 2-е изд., доп. – М.: Гос.изд. физ.-мат. лит., 1961. – С. 568. – С. 510-518.

¹⁸ **Статика** (от греч. *στατός*, «неподвижный») – раздел механики, в котором изучаются условия равновесия механических систем под действием приложенных к ним сил и возникших моментов.

тела, которые необходимо учитывать при изучении тех или иных движений и содержания вопросов, на которые необходимо ответить, механика условно делится на механику материальной точки (частицы), механику абсолютно твердых тел и механику упругих тел (включая идеальную жидкость, газы).

В XX в. ученые стали задаваться такими вопросами, как «возможно ли экстраполировать на случаи быстрых движений принципы механики Ньютона, экспериментально установленные для медленных движений макроскопических тел», «применимы ли основные понятия и принципы механики Ньютона к описанию явлений микромира, т.е. к явлениям, происходящим с отдельными молекулами, атомами, электронами, протонами, нейтронами и прочими «электрическими частицами» и так далее. Попытки поиска ответа на них предпринимались при помощи опытов и экспериментов, что и позволило, в целом, получить отрицательные результаты. Более того, теория относительности Эйнштейна дала возможность предсказать, а опыт, соответственно, доказать, что Ньютонова механика неприменима и к описанию движений частиц, скорости которых близки к скорости света в вакууме. На ее основе и был создан новый раздел научного физического знания – релятивистская механика, или механика специальной теории относительности, позволившая использовать последнюю для описания сколь угодно быстрых движений. Специальная теория относительности установила, что пространство и время не являются самостоятельными объектами; они – формы существования материи; пространство и время имеют не абсолютный, а относительный характер; они неотделимы как друг от друга, так и от материи и ее движения¹⁹. Кроме того, в XX в. была создана **квантовая механика** (англ. quantum mechanics) – также раздел теоретической физики, описывающий физические явления, в которых действие сравнимо по величине с постоянной Планка (квант действия²⁰); проще говоря, описывающий движение микрообъектов.

7.2. Принцип относительности Галилея VS Теория электромагнитного поля Максвелла

Созданная во второй половине XIX в. теория электромагнитного поля *Дж. Максвелла*²¹, объяснив с единой точки зрения все (неквантовые) электромагнитные явления, вошла в противоречие с другой фундаментальной физической теорией – классической (аналитической) механикой (см. далее). Разрешение этого противоречия привело к тотальному пересмотру существующих на тот момент в физике представлений о пространстве и времени и созданию

¹⁹ Данилов С.В. Классическая и релятивистская механика: конспект лекций. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2008. – 56 с. – С. 3.

²⁰ **Постоянная Планка** (англ. Planck's constant) – основная константа квантовой теории, коэффициент, связывающий величину энергии кванта электромагнитного излучения с его частотой, так же как и вообще величину кванта энергии любой линейной колебательной физической системы с ее частотой. Связывает энергию и импульс с частотой и пространственной частотой, действие с фазой. Является квантом момента импульса.

²¹ **Джеймс Клерк Максвелл** (1831-1879) – британский (шотландский) физик, математик и механик он заложил основы современной классической электродинамики (уравнения Максвелла), ввел в физику понятия тока смещения и электромагнитного поля, получил ряд следствий из своей теории (предсказание электромагнитных волн, электромагнитной природы света, давления света и других). Один из основателей кинетической теории газов (установил распределение молекул газа по скоростям). Одним из первых ввел в физику статистические представления, показал статистическую природу второго начала термодинамики («демон Максвелла»), получил ряд важных результатов в молекулярной физике и термодинамике (термодинамические соотношения Максвелла, правило Максвелла для фазового перехода жидкость – газ и другие). Пионер количественной теории цветов; автор трехцветного принципа цветной фотографии. Среди других работ Максвелла – исследования по механике (фотоупругость, теорема Максвелла в теории упругости, работы в области теории устойчивости движения, анализ устойчивости колец Сатурна), оптике, математике. Он подготовил к публикации рукописи работ Генри Кавендиша, много внимания уделял популяризации науки, сконструировал ряд научных приборов.

специальной теории относительности (см. подробнее пп. 7.3). Как должен помнить уважаемый читатель, еще со времен Галилея и Ньютона в классической (аналитической) механике имело место представление о полном равноправии всех инерциальных систем отсчета²², что и нашло свое выражение в **принципе относительности Галилея** (англ. Galilean relativity principle), согласно которому любое механическое явление при одинаковых начальных условиях протекает одинаково во всех инерциальных системах отсчета. *Математически принцип относительности классической (аналитической) механики* может быть сформулирован как сохранение вида уравнений движения при преобразованиях Галилея. Так, возьмем две инерциальные системы K' и K , причем первая движется относительно второй со скоростью $\vec{V}$, и в момент $t = 0$ начала этих систем совпадают. Соответственно, координаты $\vec{r}' = (x', y', z')$ и время t' в системе отсчета K' оказываются связанными с координатами $\vec{r} = (x, y, z)$ и временем t в системе отсчета K следующими соотношениями²³:

$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t \\ t' = t \end{cases} \quad (7.1)$$

Данные соотношения и называются **преобразованиями Галилея** (англ. Galilean transformations). Проще говоря, если в системе отсчета K в момент времени t в точке $\vec{r}$ происходит некоторое событие²⁴, то в системе K' оно происходит в точке $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t$ в момент времени $t' = t$ (отсчитанный по часам в системе K' , синхронизированным с часами в K). Обращаем внимание уважаемого читателя на то, что время в данном случае не преобразуется – во всех инерциальных системах отсчета оно одно и то же, оно – *абсолютно*. Очевидно, что преобразования (7.1) приводят к *классическому закону сложения скоростей*:

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V} \quad (7.2)$$

где: $\vec{v} = d\vec{r}/dt = \dot{\vec{r}}$ и $\vec{v}' = d\vec{r}'/dt' = \dot{\vec{r}}'$ – скорости точки в системах отсчета K и K' , соответственно.

Далее запишем уравнение движения частицы с массой m в системе отсчета K :

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F} \quad (7.3)$$

Из выражения (7.1) следует, что $\ddot{\vec{r}}' = \ddot{\vec{r}}$ – ускорения частицы в двух инерциальных системах отсчета идентичны. Более того, в классической (аналитической) механике масса – это

²² Системы отсчета, относительно которых данный закон выполняется будут называться **инерциальными системами отсчета** (англ. inertial frames of reference). Любая система отсчета, которая движется относительно некоторой инерциальной системы прямолинейно или равномерно, иными словами, с постоянной скоростью, также будет рассматриваться как инерциальная. В свою очередь, те системы отсчета, относительно которых первый закон Ньютона не выполняется, будут называться **неинерциальными** (англ. non-inertial frames of reference). Такие системы отсчета движутся относительно инерциальных систем с некоторым ускорением.

²³ **Прим.:** очевидно, что данные преобразования основаны на простейших геометрических представлениях о пространстве и, что принципиально важно, на принципе абсолютности времени. Этот принцип означает, что время во всех системах координат одно и то же – абсолютно. Эти интуитивные представления, возникшие в классической механике, как отражение простейших механических наблюдений, господствовавших в физике на протяжении нескольких столетий, и оказались не соответствующими реальной картине окружающего нас мира.

²⁴ **Событие** (говорят также о точечном событии) (англ. event) – это некоторое явление, которое характеризуется местом, где оно произошло, и временем, когда оно произошло.

инвариантная величина, одинаковая во всех системах отсчета: $m' = m$. Аналогичным свойством обладает и сила $\vec{F}' = \vec{F}$. На данном утверждении предлагаем остановиться немного подробнее; так, в инерциальных системах отсчета существуют только силы взаимодействия между телами (материальными точками), которые зависят от относительного положения тел (материальных точек) и их относительной скорости. Предположим, для определенности, что рассматриваемая материальная точка взаимодействует с другой материальной точкой. Если обозначить радиус-вектор $\vec{r}$ последней через $\vec{r}^*$, а скорость – через $\vec{v}$, то $\vec{F}$ будет зависеть от разностей $\vec{r} - \vec{r}^*$, $\vec{v} - \vec{v}^*$, т.е.:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r} - \vec{r}^*, \vec{v} - \vec{v}^*) \quad (7.4)$$

Однако, в условиях перехода к другой инерциальной системе отсчета, согласно выражениям (7.1) и (7.2), $\vec{r} - \vec{r}^* = \vec{r}' - \vec{r}'^*$, $\vec{v} - \vec{v}^* = \vec{v}' - \vec{v}'^*$, т.е. расстояние между материальными точками и их относительные скорости остаются неизменными. Согласно опытно-экспериментальным данным в сфере применения основ (принципов) классической (аналитической) механики, и само взаимодействие не будет зависеть от того, в какой инерциальной системе отсчета оно рассматривается, т.е.

$$\vec{F}'(\vec{r}' - \vec{r}'^*, \vec{v}' - \vec{v}'^*) = \vec{F}(\vec{r} - \vec{r}^*, \vec{v} - \vec{v}^*) \quad (7.5)$$

Очевидно, что как сами функции $\vec{F}$, так и их аргументы – одинаковы.

Из вышесказанного следует, что при переходе в систему K' выражение (7.3) сохраняет свой вид²⁵ (7.6); при этом, важно указать на то, что масса, сила и ускорение в обеих инерциальных системах отсчета одинаковы, изменению подлежат только обозначения этих величин. Иными словами, уравнение движения (7.3) остается инвариантным относительно преобразования Галилея. Однако, в этом случае и его решение, собственно, как и равенства (7.6), при одинаковых начальных условиях, будут тождественны согласно *принципу относительности*.

$$m' \ddot{\vec{r}}' = \vec{F}' \quad (7.6)$$

Уравнения (7.4) и (7.5) выражают принцип взаимодействия тел, справедливый в классической (аналитической) механике. Сила зависит от координат (а также, вероятно, от скоростей) взаимодействующих друг с другом тел, при этом координаты и скорости берутся в один и тот же момент времени. Иными словами, если положение одного из тел меняется, второе это изменение «почувствует»; взаимодействие передается мгновенно, т.е. с *бесконечно большой скоростью*. Интересно будет заметить, что представление о бесконечной скорости распространения взаимодействия (в академической литературе можно также встретить формулировку «распространения сигналов») самым непосредственным образом связано с абсолютным характером времени: сигнал, который распространяется с бесконечной скоростью из точки, где произошло событие, в этот же момент приходит во все точки пространства, в частности, к

²⁵ Прим.: если при некотором преобразовании координат уравнение не меняет своего вида, его принято называть ковариантным. Если же еще окажется, что все члены уравнения остаются неизменными, то оно называется инвариантным относительно этого преобразования. Например, уравнение плоскости $(\vec{n} \cdot \vec{r} = a)$, только ковариантно, а уравнение сферы $r^2 = a^2$ еще и инвариантно относительно вращения. Принцип относительности требует только ковариантности относительно преобразований, осуществляющих переход от одной инерциальной системы отсчета к другой.

часам каждой из инерциальных систем отсчета, регистрирующим одинаковое время наступления события $t' = t'' = \dots = t$.

Примечание: принцип относительности Галилея и законы Ньютона постоянно подтверждались и оставались актуальными на протяжении более чем двух столетий. Однако, в 1865 г. появилась теория Дж. Максвелла, и сформулированные им уравнения значительно обобщили преобразования Галилея. Безусловно, ее не приняли сразу и теория приобрела реальную академическую значимость уже после смерти автора. В 1887 г. после открытия электромагнитных волн *Генрихом Р. Герцем*²⁶, были подтверждены все следствия, вытекающие из теории Дж. Максвелла, в результате она была принята научным сообществом, и появилось множество трудов, развивающих его теорию. Так, согласно ей, скорость света (скорость распространения электромагнитных волн) конечна и равна $c \approx 3 \times 10^8 \text{ мс}^{-1}$. Исходя же из принципа относительности Галилея, скорость передачи сигнала бесконечна и зависит от системы отсчета. Интересно, что им же были сказаны первые догадки о конечности распространения скорости света. Первым же ученым, приближенно подсчитавшим скорость света, стал датский астроном *Оле Рёмер*²⁷ (1676 г.), его оценка соответствовала скорости света около $2.2 \times 10^8 \text{ мс}^{-1}$, что примерно на 27% ниже современного значения.

С возникновением электродинамики было вполне естественным предположить, что принцип относительности справедлив и для электромагнитных явлений. Однако, как оказалось, уравнения Дж. Максвелла²⁸ не сохраняют своего вида при преобразованиях Галилея. Несовместимость этих уравнений и принципа относительности классической (аналитической) механики следует уже из того, что теория Дж. Максвелла дала конечную величину c для скорости распространения электромагнитных волн в вакууме. Однако, все инерциальные системы отсчета, очевидно, равноправны по отношению к вакууму (в т.ч. ввиду отсутствия материальной среды в вакууме с ним невозможно связать систему отсчета, в которой он бы покоился). Из этого следует, что (при допущении полного равноправия всех инерциальных наблюдателей) скорость света в вакууме должна быть равна одной и той же величине c во всех инерциальных системах отсчета. Однако, в соответствии с положениями классической (аналитической) механики, при переходе от одной такой системы к другой скорости преобразуются согласно (7.2). Возникшее противоречие потребовало сделать выбор между *тремя вариантами*: (1) принцип относительности применим в механике и не применим в электродинамике; (2) принцип относительно применим и в механике и в электродинамике, однако, с учетом того, что электродинамика в форме уравнений Дж. Максвелла неверна; (3) принцип относительно-

²⁶ **Генрих Рудольф Герц** (1857-1894) – немецкий физик. С 1885 по 1889 гг. был профессором физики Университета в Карлсруэ, с 1889 г. – профессор физики университета в Бонне. *Основное достижение* – экспериментальное подтверждение электромагнитной теории света Дж. Максвелла. Г. Герц доказал существование электромагнитных волн. Он подробно исследовал отражение, интерференцию, дифракцию и поляризацию электромагнитных волн, доказал, что скорость их распространения совпадает со скоростью распространения света, и что свет представляет собой разновидность электромагнитных волн. Он построил электродинамику движущихся тел, исходя из гипотезы о том, что эфир увлекается движущимися телами. Однако его теория электродинамики не подтвердилась опытами и позднее уступила место электронной теории Хендрика Лоренца. Результаты, полученные Г. Герцем, легли в основу создания радио.

²⁷ **Олаф Кристенсен Рёмер** (1644-1710) – датский астроном, первым измеривший скорость света (1676).

²⁸ **См. подробнее:** Система уравнений Максвелла [Электронный ресурс] // Физико-механический институт СПбПУ. – URL: https://physics.spbstu.ru/userfiles/files/El_m4-06_new141102019.pdf (дата обращения: 12.11.2022)

сти применим и в механике и в электродинамике, однако, при условии, что законы классической (аналитической) механики (включая преобразования координат и времени при переходе в другую инерциальную систему отсчета) должны быть изменены.

Нековариантность уравнений электродинамики относительно преобразований Галилея выглядела естественной с точки зрения «эфирных» теорий²⁹, которые ввели электромагнитный эфир и рассмотрели электромагнитное поле как особого рода натяжение в нем (по аналогии с натяжениями в упругой среде). В данном случае уравнения Дж. Максвелла должны быть справедливыми в единственной системе отсчета, связанной с эфиром. Под **эфиром** (светоносный эфир, от др.-греч. αἰθήρ, верхний слой воздуха; лат. aether) в физике (англ. ether) понимается гипотетическая всепроникающая среда, колебания которой проявляют себя как электромагнитные волны (в т.ч. как проводимый свет). В любой иной системе эфир будет двигаться, а значит уравнения электромагнитного поля должны содержать в качестве примера скорость движения системы отсчета относительно эфира. В целом, представления об эфире оказываются несовместимыми с принципом относительности Галилея, однако, множественные эксперименты его обнаружения (среди которых наиболее известным является опыт А.А. Майкельсона по обнаружению «эфирного ветра», а также опыт И. Физо – по обнаружению увлечения эфира движущимися телами, **см. подробнее пп. 7.3**) указали на неустранимые противоречия в гипотезе эфира и, в результате, привели к отказу от нее. В современном представлении *электромагнитное поле* (англ. electromagnetic field) – это самостоятельный физический объект, который не нуждается в специальном носителе.

Множественные предпринимаемые попытки изменения уравнения Дж. Максвелла для того, чтобы сделать их ковариантными относительно преобразований Галилея, привели к тому, что новые уравнения противоречили опыту. В результате, было определено, что правильным оказался «третий путь»: для согласования принципа относительности и электродинамики потребовалось пересмотреть имевшиеся в физике представления о пространстве и времени и заменить преобразования Галилея на преобразования Х.А. Лоренца (**см. подробнее пп. 7.4**).

7.3. Опыт Майкельсона-Морли; принципы специальной теории относительности; постулаты Эйнштейна

В 1880-х гг. был предпринят ряд опытно-экспериментальных работ, которые доказали независимость скорости света от скорости источника или наблюдателя. Соответствующий прибор изобрел американский физик, военно-морской офицер США Абрахам А. Майкельсон³⁰. Разработка состояла из интерферометра с двумя «плечами», расположенными перпендикулярно друг к другу (**см. рисунок 7.1**). В результате относительно большой скорости движения Земли, свет должен был иметь различные скорости по вертикальному и горизонтальному направлениям. Поэтому *время*, которое затрачивалось на прохождение вертикального

²⁹ **Теории эфира** – теории в физике, предполагающие существование эфира как вещества или поля, которое заполняет пространство и служит средой для передачи и распространения электромагнитных (и, возможно, гравитационных) взаимодействий. Различные теории эфира воплощают различные концепции этой среды или вещества. С момента утверждения специальной теории относительности, понятие эфира больше не используется в современной физике.

³⁰ **Альберт Абрахам Майкельсон** (1852-1931) – американский физик, известен изобретением названного его именем интерферометра Майкельсона и успешными измерениями скорости света. В 1907 г. стал лауреатом Нобелевской премии по физике «за создание точных оптических инструментов и спектроскопических и метрологических исследований, выполненных с их помощью». **См. также:** Элементы классической и релятивистской механики [Текст]: учеб. пособие / сост.: В.Я. Чечуев, С.В. Викулов, И.М. Дзю. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2012. – 80 с. – С. 30-31.

пути источник S – полупрозрачное зеркало (ППЗ) – зеркало (З1) – (ППЗ) и горизонтального пути источник – (ППЗ) – зеркало (З2), должно быть различным. В итоге, световые волны, проходя данные пути, должны были изменить интерференционную картину на экране.

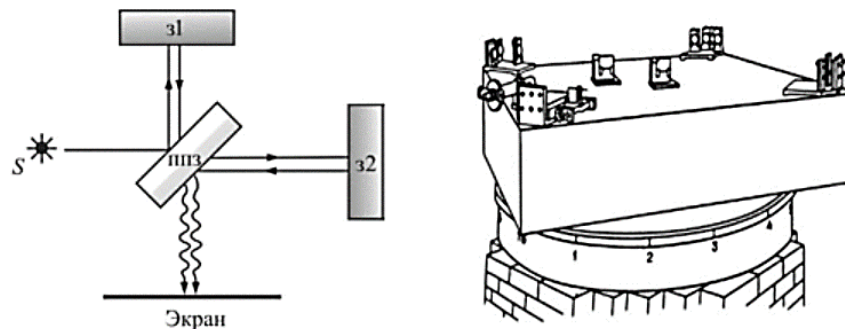


Рисунок 7.1 – Схема и внешний вид интерферометра А. Майкельсона³¹

А. Майкельсон проводил опыты более семи лет с 1881 г. в Берлине и с 1887 г. в США вместе с профессором Эдвардом У. Морли³². Точность первых попыток была не столь велика (± 5 км/с), однако, в итоге опыт дал *отрицательный результат*: сдвиг интерференционной картины обнаружить так и не удалось. Таким образом, результаты экспериментов Майкельсона – Морли показали, что величина скорости света постоянна и не зависит от движения источника и наблюдателя. Впоследствии, этот результат проверялся и перепроверялся множество раз; к примеру, в конце 1960-хх гг. американский физик *Чарльз Х. Таунс* довел точность измерения до ± 1 км/с. Скорость света же осталась неизменной: $c = 299792458 \text{ м} \times \text{с}^{-1}$. Рекордная точность ($1,7 \times 10^{-5}$) в экспериментальном доказательстве независимости скорости света от движения источника и от направления была доказана учеными из университетов г. Констанц и г. Дюссельдорф (осовремененная версия экспериментов Майкельсона – Морли). Ими исследовалась стоячая электромагнитная волна в полости кристалла сапфира, охлажденного жидким гелием; два резонатора были ориентированы под прямым углом друг к другу, а сама установка могла вращаться, что, собственно, и позволило установить независимость скорости света от направления. Безусловно, также предпринимались попытки объяснить отрицательный результат, который в свое время получили А.А. Майкельсон и Э.У. Морли. Наиболее известной к настоящему времени является гипотеза Лоренца о сокращении размеров тел в направлении движения; он даже вычислил эти сокращения, используя для этого преобразования координат, которые так и называются «сокращения Лоренца – Фитцджеральда»³³.

³¹ Складова Е.А. Физика. Механика [Текст]: учебное пособие для вузов / Е. А. Складова, С. И. Кузнецов, Е. С. Кулюкина. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 248 с. – С. 189.

³² Эдвард Уильямс Морли (1838-1923) — американский физик и химик. Наибольшую известность получили его работы в области интерферометрии, выполненные совместно с А. Майкельсоном. В химии же высшим достижением Э. Морли было точное сравнение атомных масс элементов с массой атома водорода, за которое ученый был удостоен наград нескольких научных обществ.

³³ Лоренцево сокращение, Фитцджеральдово сокращение, также называемое релятивистским сокращением длины движущегося тела или масштаба, – предсказываемый релятивистской кинематикой эффект, заключающийся в том, что с точки зрения наблюдателя движущиеся относительно него предметы и пространство имеют меньшую длину (линейные размеры) в направлении движения, чем их собственная длина. Множитель, выражающий кажущееся сжатие размеров, тем сильнее отличается от 1, чем больше скорость движения предмета. Эффект значим, только если скорость предмета по отношению к наблюдателю сравнима со скоростью света.

В 1889 г. ирландский физик-теоретик и математик, профессор *Джозеф Лармор* доказал, что уравнения Дж. Максвелла инвариантны относительно преобразований Лоренца (см. подробнее пп. 7.4). Первым создал теорию относительности французский математик и физик *Анри Пуанкаре*. Однако, *Альберт Эйнштейн*, как известно, позднее четко и ясно сформулировал идеи теории относительности. В 1905 г., обобщив все имеющиеся на тот момент опытные данные и их теоретические обоснования, в работе «*К электродинамике движущихся тел*» он изложил основные положения специальной теории относительности или релятивистской механики. В ее основу А. Эйнштейн положил **два постулата**: *первый* – обобщает механический принцип относительности Галилея на любые физические процессы; его также называют **релятивистским принципом относительности** (или просто «принципом относительности») (англ. relativistic principle of relativity), согласно которому никакие опыты (механические, оптические, электрические и проч.), проведенные в конкретной инерциальной системе отсчета, не дают возможности обнаружить, покоится ли она или движется прямолинейно и равномерно; в любых инерциальных системах отсчета все физические явления при одних и тех же условиях протекают одинаково; все физические законы инвариантны относительно выбора инерциальной системы отсчета, иными словами, уравнения, описывающие эти физические законы, имеют одинаковую форму во всех системах отсчета. *Второй постулат* выражает **принцип инвариантности скорости света** (англ. principle of invariance of the speed of light), согласно которому скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Существует мнение о том, что скорость света в вакууме c – это предельная скорость в природе – скорость движения частиц, тел, иными словами, распространение любых сигналов и взаимодействий не может превышать данную скорость c .

Важно запомнить: *два постулата специальной теории относительности А. Эйнштейна*: (1) все законы природы одинаковы во всех инерциальных системах отсчета (а не только законы механики, согласно принципу относительности Галилея), (2) скорость распространения любых взаимодействий конечна (*прим.*: в классической механике скорость распространения взаимодействий считалась бесконечной; предельная скорость передачи взаимодействий (сигналов) совпадает со скоростью света в вакууме).

Примечание: **теория относительности** (англ. theory of relativity) – это физическая теория пространства – времени, т.е. теория, описывающая универсальные пространственно-временные свойства физических процессов. Сам термин был впервые введен в 1906 г. немецким физиком-теоретиком *Максом Планком* для того, чтобы подчеркнуть роль принципа относительности в специальной теории относительности (и, позже, общей теории относительности) или, собственно, релятивистской механике. **Специальная теория относительности** (англ. special theory of relativity) – это теория, описывающая движение, законы механики и пространственно-временные отношения при произвольных скоростях движения, меньших скорости света в вакууме, в т.ч. близких к скорости света (в рамках специальной теории относительности классическая (аналитическая) механика является приближением низких скоростей). **Общая теория относительности** (англ. general theory of relativity) – это общепринятая в настоящее время теория тяготения, которая описывает тяготение как проявление геометрии пространства – времени; также предложена А. Эйнштейном (1815-1916 гг.) (см. Приложение 2).

Общая и специальная теория относительности привели к тому, что все системы отсчета стали равноправными, в связи с чем все наши представления имеют смысл только в определенной системе отсчета. **Картина мира** (англ. picture of the world) приобрела релятивистский, относительный характер, видоизменились ключевые представления о пространстве, времени, причинности, непрерывности, отвергнуто однозначное противопоставление субъекта и объекта, восприятие оказалось зависимым от системы отсчета, в которую входят и субъект и объект, способа наблюдения и проч.). На основе нового релятивистского подхода к восприятию природы была сформулирована новая, третья в истории науки естественнонаучная парадигма. Она базируется на следующих идеях (см. рисунок 7.2): релятивизм, неопределенность, глобальный эволюционизм, холизм, синергизм, установление разумного баланса между анализом и синтезом при изучении природы, и учение о том, что эволюция природы проходит в четырехмерном пространственно-временном континууме.

- 
- Ø **Релятивизм** – новая научная парадигма отказалась от идеи абсолютного знания. Все физические законы, открытые учеными, являются объективными на данный момент времени. Наука имеет дело с ограниченными и приблизительными понятиями и лишь стремится к постижению истины.
 - Ø **Неопределенность** – нелинейный детерминизм. Важнейшим аспектом понимания детерминизма в качестве нелинейного выступает отказ от идеи принудительной каузальности, предполагающей наличие так называемой внешней причины для протекающих природных процессов. Как необходимость, так и случайность получают равные права при анализе протекания природных процессов.
 - Ø **Глобальный эволюционизм** – представление о природе как постоянно развивающейся, динамической системе. Наука стала изучать природу не только с точки зрения ее структуры, но и процессов, происходящих в ней. При этом, исследованиям процессов в природе дается приоритет.
 - Ø **Холизм** – видение мира, как единого целого. Всеобщий характер связи между элементами этого целого (обязательная связь).
 - Ø **Синергизм** – как метод исследования, как универсальный принцип самоорганизации и развития открытых систем.
 - Ø **Установление разумного баланса между анализом и синтезом при изучении природы.** Учение поняли, что нельзя до бесконечности дробить природу на мельчайшие кирпичики. Ее свойства можно понять только через динамику природы в целом.
 - Ø **Утверждение о том, что эволюция природы проходит в четырехмерном пространственно-временном континууме.**

Рисунок 7.2 – Фундаментальные основы новой картины мира

Указанные постулаты в своей совокупности представляют **принцип относительности Эйнштейна** (англ. Einstein's principle of relativity), согласно которому, скорость распространения взаимодействий одинакова во всех инерциальных системах отсчета, иными словами, в природе существует скорость, которая не изменяется при переходе из одной системы в другую. Из этого следует, что преобразования Галилея, которые приводят к классическому закону сложения скоростей (7.2) скорее ошибочны.

Примечание: из этих постулатов выводятся два следствия: если события в системе 1 происходят в одной точке и являются одновременными, то они не одновременны в другой инерциальной системе отсчета. Это - принцип относительности одновременности при любых скоростях 1 и 2, их сумма не может быть больше скорости света (это – релятивистский закон сложения скоростей, см. подробнее: 7.5.4) Данные постулаты – принцип относительности и принцип постоянства скорости света – являются основой специальной теории относительности Эйнштейна. Исходя из них, он получает относительность длин и относительность времени.

Наряду с изученными постулатами специальной теории относительности особенно важным для ее построения является введение **релятивистской системы отсчета** (англ. relativistic reference frame). Так, в классической (аналитической) механике скорость распространения сигналов представлялась как бесконечная, поэтому для построения системы отсчета было достаточно часов. В специальной теории относительности учитывается также конечность скорости распространения сигналов, а значит, одними часами в системе отсчета ограничиться никак нельзя. Согласно данной теории предполагается, что в любой точке, где определяется время наступления события, формально должны быть часы; в пределах одной инерциальной системы отсчета устанавливается единое время при помощи их синхронизации, – А. Эйнштейн предложил проводить ее при помощи сигналов. Так, из точки A в момент времени t_1 испускается короткий световой сигнал. Установив на часах в точке B в момент прихода этого светового сигнала время $t = t_1 + |AB|/c$ ($|AB|$ – это известное расстояние между указанными точками), синхронизируем часы в B с опорными часами в A . Процедура синхронизации А. Эйнштейна исходит из того, что может быть проведена в любой инерциальной системе отсчета. Итак, в релятивистскую систему отсчета входят система координат и комплект закрепленных в этой системе синхронизированных часов.

Важно понимать, что принципы специальной теории относительности требуют отказа от классических представлений об абсолютном характере времени; их прямым следствием является относительность промежутков времени между событиями: утверждение о том, что между двумя этими событиями прошел определенный промежуток времени, приобретает смысл только в том случае, если указано, к какой системе отсчета они относятся. Так, события, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, будут не одновременными в другой. Для лучшего понимания этой мысли приведем пример: предположим, что поезд (система K') движется равномерно и прямолинейно вдоль платформы (система K). В некоторый момент времени из середины поезда (точка A) в его начало (точка C) и конец (точка B) отправляются световые сигналы. Так как скорость распространения сигнала в системе K' , равно как и в любой другой инерциальной системе отсчета, равна (в обоих направлениях) c , то сигналы достигнут равноудаленных от A точек B и C одновременно (в системе K'). Одновременно с этим, те же самые два события (приход сигнала в B и C) будут не одновременными для наблюдателя в системе K . Действительно, скорость сигналов относительно K в соответствии с принципом относительности будет равна тому же c , и ввиду того, что точка B движется (относительно системы K) навстречу посланному в нее сигналу, а точка C – в направлении от него (посланного из A в C), то в системе K сигнал придет в точку B раньше, чем в точку C .

Примечание: сущность эйнштейновского подхода состояла в отказе от представлений об абсолютных пространстве и времени, на которых основана гипотеза эфира. Вместо

этого был принят относительный подход к электромагнитным явлениям и распространению электромагнитного излучения. Законы движения Ньютона выражались одними и теми же соотношениями во всех равномерно движущихся системах, связанных между собой преобразованиями Галилея, а закон инвариантности наблюдаемой величины скорости света выражался одним и тем же соотношением во всех равномерно движущихся системах, связанных между собой преобразованиями Лоренца (см. подробнее пп. 7.4). Однако законы движения Ньютона не инвариантны относительно преобразований Лоренца. Отсюда следует, что законы Ньютона не могут быть истинными законами механики (они лишь приближенные, справедливые в предельном случае, когда отношение v/c стремится к нулю).

7.4. Преобразования Лоренца: общие положения

Как мы уже неоднократно указывали ранее, преобразования Галилея не удовлетворяют требованиям специальной теории относительности, поэтому их необходимо модифицировать. Так, релятивистские формулы преобразования координат и времени при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую возможно установить, исходя из принципов теории относительности (постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета), а также с использованием свойств однородности и изотропности пространства и однородности времени (пространство и время обладают данными свойствами по представлениям как классической, так и релятивистской физики). Опираясь на данные положения, попробуем сформулировать *математические требования*, которым должны удовлетворять формулы преобразований и, соответственно, на каждом шаге искать соответствующие ограничения на искомые формулы, до тех пор, пока полностью не определится их вид.

1. Итак, первое – из однородности пространства и времени вытекает, что связь между координатами события в двух инерциальных системах отсчета должна быть линейной.

$$x' = \alpha x + \alpha' y + \beta' z + \beta t + p \text{ и проч.} \quad (7.7)$$

где: $\alpha, \beta, \alpha', \dots$ - постоянные коэффициенты. Если бы мы представили данные величины в качестве функций координат и времени (т.е. связь между штрихованными и нештрихованными величинами была бы нелинейной), это значило бы, что закон преобразования (7.7) неодинаков для разных точек пространства и для разных моментов времени. Соответственно, это противоречило бы однородности пространства – времени – согласно закону преобразования можно было бы отличать одни области пространства (и моменты времени) от других. Однако, коэффициенты (α, β и др.) могут зависеть от относительной скорости.

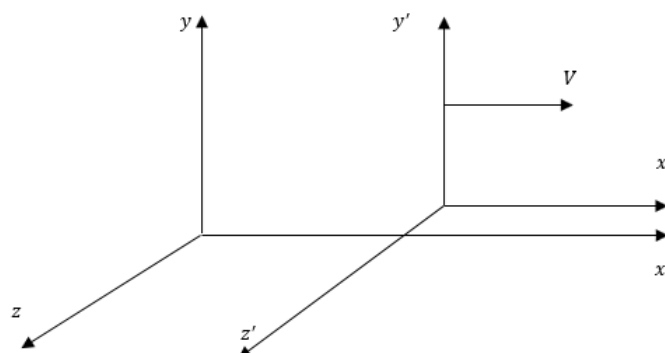


Рисунок 7.3 – Иллюстрация двух систем отсчета

2. Далее, детализируем рассматриваемые системы (см. рисунок 7.3). Предположим, что координатные оси в них параллельны и относительное движение происходит вдоль оси x со скоростью $\vec{V}$, а начала отсчета выбраны таким образом, что при $t = 0$ точка $x' = y' = z' = 0$ (начало координат системы K') совпадает с точкой $x = y = z = 0$ (началом координат K). Часы в системе K установлены таким образом, чтобы в момент совпадения начал систем координат они показывали время $t' = 0$. В данном случае свободные члены в равенствах (7.7) (и проч.) обратятся, соответственно, в нуль.

В силу того, что координатные оси этих двух систем отсчета параллельны, плоскость xu совпадает с плоскостью $x'y'$, из чего следует, что при $z' = 0$ и z должно быть равно 0; данные равенства должны выполняться при любых значениях x', y', t' и, соответственно, x, y, t . Это возможно исключительно в том случае, если связь между z и z' имеет вид $z' = kz, k = \text{const}$. Учитывая изотропию пространства, аналогичная связь с тем же коэффициентом k должна быть и между y и y' $y' = ky$. Связь между x' и t' с координатами и временем в системе K , в соответствии с вышесказанным, будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} x' = \alpha x + \beta t + \alpha' y + \beta' z \\ t' = \sigma x + \delta t + \sigma' y + \delta' z \end{cases} \quad (7.8)$$

В плоскости $x' = 0$ имеем $x = Vt$ при любых z и y , т.к. система K' движется относительно системы K со скоростью V . Подставив все эти значения x и x' в данное выражение (7.8), получим $\alpha' = \beta' = 0, \beta = -\alpha V$. И, наконец, обратимся к формуле для t' ; часы в системе K' установлены таким образом, чтобы при $x = 0$ и $t = 0$ и должно быть $t' = 0$. Это возможно только при $\sigma' = \delta' = 0$. В результате имеем следующие выражения для преобразований:

$$\begin{cases} x' = \alpha(V)(x - Vt) \\ y' = k(V)y \\ z = k(V)z' \\ t' = \sigma(V)x + \delta(V)t \end{cases} \quad (7.9)$$

где у коэффициентов очевидно указана зависимость от относительной скорости.

3. Теперь используем равноправие систем K и K' ; явление равноправия в данном случае будет означать то, что формулы перехода из K' в K должны быть получены из формул перехода (7.9) заменой V на $-V$, т.е.:

$$\begin{cases} x = \alpha(-V)(x' + Vt') \\ y = k(-V)y' \\ z = k(-V)z' \\ t = \sigma(-V)x' + \delta(-V)t' \end{cases} \quad (7.10)$$

Для начала рассмотрим формулы для y и z . Как видно, случаи (7.9) и (7.10) отличаются исключительно направлением относительной скорости, которая (в обоих случаях) перпендикулярна плоскости уз. Однако, оба направления равноправны (пространство изотропно), а значит $k(-V) = k(V)$. Осуществляя преобразования от y к y' , и далее наоборот (от y' к y) полу-

чаем: $y = k^2 y'$, т.е. $k^2 = 1, k = \pm 1$. Значение $k = -1$ будет отвечать противоположной ориентации осей y и y' , тогда как нашему случаю соответствует значение $k = 1$. Теперь подставляем в формулу для x из выражения (7.10) значения x' и t' из (7.9):

$$x = [\alpha(-V)\alpha(V) - V\sigma(V)\alpha(-V)]x + \alpha(-V)V[\delta(V) - \alpha(V)]t \quad (7.11)$$

Для того, чтобы равенство было справедливым для всех x и t , необходимо, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$\delta(V) = \alpha(V) \quad (7.12)$$

Соответственно, второе соотношение, которое следует из выражения (7.11) нам не нужно.

4. Теперь используем инвариантность скорости света, т.е. постоянство ее величины в различных инерциальных системах отсчета. Предположим, что в момент совпадения K и K' ($t = t' = 0$) из совпадающих начал отсчета испущен короткий световой сигнал. Точка пересечения фронта волны³⁴ в системе K движется вдоль оси x со скоростью $x/t = c$. Однако, ввиду того, что световой сигнал распространяется во всех системах отсчета с одной и той же скоростью, скорость фронта в системе K' будет такой же: $x'/t' = c$. Поэтому получаем из (7.9), поделив уравнения для x' на уравнение для t' :

$$c = \frac{\alpha(x - Vt)}{\sigma x + \alpha t} = \frac{\alpha(c - V)}{\sigma c + \alpha}$$

Отсюда:

$$\sigma(V) = \frac{-V}{c^2} \alpha(V) \quad (7.13)$$

Для определения коэффициента $\alpha(V)$, рассмотрим уравнение сферического волнового фронта в инерциальных системах отсчета K и K' :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2 \end{cases}$$

В данных уравнениях мы вновь использовали свойство инвариантности скорости света, соответственно, c – одинаковое. Так как $y = y', z = z'$, то:

$$(ct')^2 - x'^2 = (ct)^2 - x^2 \quad (7.14)$$

Используя выражения (7.9), (7.12) и (7.13) из уравнения (7.14) получаем:

³⁴ **Волновой фронт** (волновая поверхность) – это геометрическое место точек среды, в которых колебания, обусловленные распространением волны, происходят в одной и той же фазе. Если распространяющееся возмущение ограничено во времени (а следовательно, и в пространстве), фронтом волны называется также поверхность, до которой дошел волновой процесс к данному моменту времени, то есть граница между возмущенной и невозмущенной областями среды

$$\alpha^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) (c^2 t^2 - x^2) = (ct)^2 - x^2$$

Отсюда:

$$\alpha(V) = \pm(1 - V^2/c^2)^{-1/2} \quad (7.15)$$

В данном случае вновь необходимо взять только знак «плюс», т.к. «минус» будет соответствовать противоположному направлению осей x, x' .

Объединив все полученные результаты (выражения 7.9-7.15), мы приходим к следующим выражениям, т.н. релятивистским формулам преобразования координат и времени, они же – **преобразования Лоренца** (англ. Lorentz transformations)³⁵:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \end{cases} \quad (7.16)$$

Они позволяют, при условии, что известны координаты x, y, z и время t события в инерциальной системе отсчета K , найти координаты x', y', z' и время t' события в, соответственно, инерциальной системе отсчета K' .

Обратные формулы, которые выражают x, y, z, t через x', y', z', t' проще всего можно получить заменив V на $-V$ (т.к. инерциальная система K движется относительно K' со скоростью $-V$). Такие же формулы можно получить, решая уравнения (7.16) относительно x, y, z, t :

$$\begin{cases} x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (7.17)$$

³⁵ Прим.: еще в 1904 г. голландский физик *Хендрик А. Лоренц*, пытаясь преодолеть возникшие в классической физике трудности, показал, что скорость света будет иметь одинаковое значение во всех инерциальных системах отсчета, если вместо преобразований координат Галилея (7.1) и постулата классической (аналитической) механики об одинаковом течении времени в различных системах отсчета ($t = t'$) использовать новые преобразования координат и времени, впоследствии и названные в его честь преобразованиями Лоренца.

В целом, видно, что при малых скоростях $V \ll c$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Примечание: в этом заключается основная идея **принципа соответствия** (англ. conformity principle), в соответствии с которым любая новая научная теория при наличии, соответственно, старой, хорошо проверенной теории не находится с ней в полном противоречии, а скорее дает те же следствия в некотором предельном приближении (частном случае). Таким образом, релятивистская механика не отклоняет полностью законы классической (аналитической) механики, а является просто более полным выражением теории последней; данная теория имеет более широкие границы применимости (применима при высоких скоростях движения, близких к скорости света) и содержит в себе классическую теорию Ньютона в качестве своего предельного случая, случая малых в сравнении со скоростью света скоростей движения тел.

Важно запомнить: в преобразованиях Лоренца трансформации координат и времени *взаимосвязаны*: в закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени – пространственные координаты. Пространство и время в рамках релятивистской механики невозможно рассматривать по отдельности, как это допускала классическая (аналитическая) механика. Движение тел в специальной теории относительности следует рассматривать в едином **четырёхмерном пространстве-времени** (англ. four-dimensional space-time), представления о котором впервые были введены в научное знание немецким математиком и физиком Г. Минковским.

При скоростях $V > c$ в выражениях (7.17) координаты x, t становятся мнимыми; это соответствует факту о том, что движение со скоростью, большей скорости света, невозможно. Также невозможно и использование инерциальной системы отсчета, движущейся со скоростью, равной скорости света, – при этом знаменатели в выражениях (7.17) и (7.16) обратились бы в нуль.

7.5. Кинематические следствия из преобразований Лоренца

Из преобразований Лоренца вытекает несколько следствий, которые указывают на ряд важных понятий специальной теории относительности. В рамках данного параграфа познакомим уважаемого читателя с некоторыми из них.

7.5.1. Сокращение линейных размеров движущихся тел (лоренцово сокращение)

Первое кинематическое следствие из преобразований Лоренца – это **лоренцово сокращение** (англ. Lorentz contraction) или сокращение линейных размеров движущихся тел. Так, предположим, что в инерциальной системе отсчета K' покоится линейка, параллельная оси x . Ее длина, измеренная в данной системе, равна $l_0 = x'_2 - x'_1$. Длина стержня, также измеренная в K' и покоящаяся в этой системе отсчета, называется **собственной длиной** (англ. own length). Найдем длину линейки l в системе K . Согласно определению l – это разность координат конца и начала, взятых в один и тот же момент времени. Из выражения (7.16) находим:

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (7.18)$$

или

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Полученный результат означает, что длина движущегося объекта уменьшается вдоль направления скорости. Поперечные к скорости размеры тела не меняются, а значит объем уменьшается также, как и длина:

$$V = V_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad (7.19)$$

7.5.2. Эффект замедления хода движущихся часов (релятивистское замедление времени)

Второе кинематическое следствие из преобразований Лоренца – **эффект замедления хода движущихся часов** (англ. moving clock slowdown effect) или релятивистское замедление времени. Пусть в одном и том же пространстве в K' произошли два события. Предположим, что промежуток времени между ними, измеренный по часам, покоящимся в K' , – это $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = \tau$. Найдем время, которое прошло между этими двумя событиями в системе K :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{V^2}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{V^2}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Время, которое отсчитывается по часам, покоящимся относительно объекта, будет называться **собственным временем** (англ. own time) этого объекта. Как показывает нам выражение (7.4), промежуток собственного времени меньше промежутка времени, измеренного в неподвижной системе отсчета (движущиеся часы идут медленнее неподвижных):

$$\tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Хорошим примером замедления хода движущихся часов является распад μ -мезонов³⁶; они могут возникать в космических лучах на высоте $h \approx 10$ км над поверхностью Земли. Их время жизни составляет $\tau_0 \approx 2 \times 10^{-6}$ с. Если бы не было эффекта замедления времени, они проходили бы расстояние $d \leq 600$ м, тем не менее эти частицы регистрируются вблизи земной

³⁶ **Мезон** (от др.-греч. μέσος ‘средний’) – адрон, имеющий нулевое значение барионного числа. В Стандартной модели мезоны – составные элементарные частицы, состоящие из равного числа кварков и антикварков. К мезонам относятся пионы (π -мезоны), каоны (K-мезоны) и другие, более тяжелые, мезоны. Первоначально мезоны были предсказаны как частицы, являющиеся переносчиками сильного взаимодействия и отвечающие за удержание протонов и нейтронов в атомных ядрах. Все мезоны нестабильны. Благодаря наличию энергии связи масса мезона во много раз больше суммы масс составляющих его кварков.

поверхности. Подобное можно объяснить тем, что τ_0 – это время жизни в собственной системе отсчета, а с позиции наблюдателя на Земле время жизни $\tau_0/\sqrt{1-V^2/c^2}$, и если их скорость достаточно велика, то мюоны³⁷ могут достичь поверхности Земли.

Примечание: символ «ноль» в показателе длительности события τ_0 означает, что это **собственная длительность события** (англ. native event duration), иными словами, длительность события измеряемая часами в системе отсчета, относительно которой точка, где происходит событие, неподвижна.

7.5.3. Инвариантность пространственно-временного интервала

Предположим, что в некоторой точке пространства x_1, y_1, z_1 в момент времени t_1 произошло некоторое событие, тогда как в другой точке пространства x_2, y_2, z_2 в момент времени t_2 произошло другое событие. **Интервалом** (пространственно-временным интервалом) (англ. space-time interval) между этими двумя событиями будет являться величина S_{12} :

$$S_{12} = (c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2)^{1/2} \quad (7.20)$$

Соответственно, в инерциальной системе отсчета K' первое событие произошло в точке x'_1, y'_1, z'_1 в момент времени t'_1 , а второе – в точке x'_2, y'_2, z'_2 в момент времени t'_2 . Пространственно-временным интервалом между ними будет являться величина S'_{12} :

$$S'_{12} = (c^2(t'_2 - t'_1)^2 - (x'_2 - x'_1)^2 - (y'_2 - y'_1)^2 - (z'_2 - z'_1)^2)^{1/2}$$

Непосредственным расчетом можно проверить, что $S'_{12} = S_{12}$.

В случае, если оба события бесконечно близки друг к другу, то для пространственно-временного интервала между ними имеем:

$$ds = (c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{1/2} \quad (7.21)$$

Теперь введем обозначение $l_{12}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$ и запишем квадрат интервала в следующем виде:

$$s_{12}^2 = c^2(\Delta t_{12})^2 - l_{12}^2$$

величина s_{12}^2 , при этом, может быть и положительной, и отрицательной. Однако, если $s_{12}^2 > 0$, то такой интервал будет называться **времени-подобным** (англ. time-like interval), а если $s_{12}^2 < 0$, то – **пространственно-подобным** (англ. spacelike interval) (знак s_{12}^2 как у слагаемого со временем). Если события разделены времени-подобным интервалом, то, найти систему отсчета, в которой события происходили бы одновременно, не получится. В случае же,

³⁷ **Мюон** (от греческой буквы μ , использующейся для обозначения) в стандартной модели физики элементарных частиц – неустойчивая элементарная частица с отрицательным электрическим зарядом и спином $1/2$. Вместе с электроном, тау-лептоном и нейтрино классифицируется как часть лептонного семейства фермионов. Так же, как они, мюон бесструктурен и не состоит из каких-то более мелких частиц. Как и все фундаментальные фермионы, мюон имеет античастицу с квантовыми числами (в т.ч. зарядом) противоположного знака, но с равной массой и спином: антимюон (чаще частицу и античастицу называют соответственно отрицательным и положительным мюоном).

если события разделены пространственно-подобным интервалом, то такую систему найти можно; а из этого уже следует, что такие события не могут быть связаны причинно-следственной связью. Действительно, если $s_{12}^2 < 0$, то $c\Delta t_{12} < l_{12}$, и никакой сигнал просто не успеет попасть из точки 1 в точку 2.

7.5.4. Релятивистский закон преобразования (сложения) скоростей

Найдем выражения, которые связывают скорости частицы в инерциальных системах отсчета K и K' . Для решения этой задачи запишем преобразования Лоренца (7.17) в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ dy = dy' \\ dz = dz' \\ dt = \frac{dt' + V/c^2 dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Разделив первые три выражения на четвертое и введя обозначения для декартовых элементов скорости частицы в системе K , получаем:

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases} \quad (7.22)$$

а в инерциальной системе K' :

$$\begin{cases} v'_x = \dot{x}' \\ v'_y = \dot{y}' \\ v'_z = \dot{z}' \end{cases}$$

Таким образом, получаем **релятивистский закон преобразования (сложения) скоростей** (англ. relativistic law of transformation (addition) of velocities):

$$\begin{cases} v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \\ v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \\ v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \end{cases} \quad (7.23)$$

В предельном случае $c \rightarrow \infty$ уравнение (7.23) переходит в формат классической (аналитической) механики (7.2). Несложно убедиться в том, что сумма двух скоростей, меньших или равных скорости света – это вновь скорость, не большая скорости света. Таким образом, если $v'_x \rightarrow c$, $v'_y = v'_z = 0$, то $v_y = v_z = 0$, а:

$$v_x = \frac{c + V}{1 + \frac{V}{c}} = c \quad (7.24)$$

Важно запомнить: хотим обратить внимание уважаемого читателя на то, что при переходе в другую инерциальную систему отсчета неизменной останется только величина скорости света, тогда как ее направление может измениться.

Полученный нами результат (7.24) отнюдь не означает, что в специальной теории относительности никакие скорости не могут превысить скорость света. Скорость светового зайчика на экране, достаточно удаленном от источника, фазовая скорость волны, скорость разлета и сближения частиц в лабораторной системе отсчета и проч. вполне могут быть больше c . Специальная теория относительности утверждает лишь то, что со сверхсветовыми скоростями невозможна передача информации и взаимодействий.

7.6. Геометрический смысл преобразований Лоренца

Небезызвестен тот факт, что большинству результатов релятивистской кинематики можно придать простой *геометрический смысл*. Такого рода подход облегчает интерпретацию и, соответственно, понимание, а следовательно дает возможность развить изящный математический аппарат *специальной теории относительности*. В связи с тем, что время в специальной теории относительности теряет абсолютный характер и зависит от системы отсчета, то для иллюстрации кинематических соотношений вполне естественным будет использовать *четырёхмерное многообразие* – «пространство – время», для которого, как правило, используют также понятие «мир» или «**четырёхмерный мир Минковского**» (англ. «The four-dimensional world of Minkowski») ³⁸. Отдельные точки в четырёхмерном пространстве – времени указывают пространственные координаты и время некоторого события. Последовательность кинематических состояний любого тела (иными словами, его координаты в разные моменты времени) изображается мировой линией.

Теперь, собственно, выясним *геометрический смысл преобразований Лоренца*. Запишем их для x и ct (удобно умножить время на c , чтобы все координаты имели одинаковую размерность):

³⁸ См. подробнее: Сазанов А.А. Четырёхмерный мир Минковского. – М.: Наука, 1988. – 224 с.; Еганова И.А., Каллис В. Основание Мира Минковского как математической структуры: к ответу на вопрос Римана // МСМ. 2017. №4 (44). С. 33-48; Сазанов А.А. Четырёхмерная модель мира по Минковскому. – М.: URSS, 2022. – 288 с.; Левин Б.М. Возможность экспериментального обоснования «гипотезы об Антивселенной» в четырёхмерной модели мира «по Минковскому» // Евразийский научный журнал. 2022. №8. С. 7-15.

$$\begin{cases} x' = \frac{x - \frac{V}{c}ct}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ ct' = \frac{ct - \frac{V}{c}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (7.25)$$

Данное линейное однородное преобразование, как вероятно, заметил уважаемый читатель, напоминает *преобразование поворота в трехмерном евклидовом пространстве*. Далее, запишем, например, преобразование поворота на угол φ в плоскости xu в обычном пространстве:

$$\begin{cases} x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi \\ y' = -x\sin\varphi + y\cos\varphi \end{cases} \quad (7.26)$$

Важно запомнить: особо значимым свойством этого преобразования является *сохранение расстояния между любыми двумя точками*:

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \quad (7.27)$$

Расстояние $r_{12} = ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)^{1/2}$ между двумя точками 1 и 2 остается инвариантным при преобразовании поворота.

Для того, чтобы выявить сходства и различия между поворотом в евклидовом пространстве и преобразованием Лоренца запишем выражение (7.25) через гиперболические функции:

$$\begin{cases} x' = xch\psi - ctsh\psi \\ ct' = -xsh\psi + ctch\psi \end{cases} \quad (7.28)$$

где:

$$\begin{cases} ch\psi = \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} \\ sh\psi = \left(\frac{V}{c}\right)\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} \end{cases} \quad (7.29)$$

при этом,

$$ch^2\psi - sh^2\psi = 1 \quad (7.30)$$

Уравнение (7.28) также обладает свойством оставлять инвариантной некоторую квадратичную комбинацию координат x и ct – интервал:

$$s_{12} = ((ct_2 - ct_1)^2 - (x_2 - x_1)^2)^{1/2} \quad (7.31)$$

Интервал s_{12} можно рассматривать как «расстояние» между точками плоскости x, ct . Однако, квадрат разности пространственных координат входит в выражение интервала со знаком «минус». Пространство, в котором расстояние между точками определено уравнением (7.31), называется **псевдоевклидовым** (англ. pseudo-euclidean equation). Одновременно с этим, наряду с очевидным сходством между псевдоевклидовым и евклидовым пространствами имеют место и существенные различия. К примеру, в евклидовом пространстве квадрат расстояния между двумя точками $r_{12}^2 \geq 0$, причем равенство этой величины нулю означает, что точки 1 и 2 совпадают. В псевдоевклидовом пространстве s_{12}^2 может иметь любой знак, а обращение интервала в нуль возможно и для двух совершенно различных точек в четырехмерном пространстве – времени.

Интересно, что есть некоторый способ сделать преобразования Лоренца (7.25), (7.28) формально тождественными преобразованию поворота (7.26) в евклидовой плоскости; этого можно достичь через введение мнимой временной координаты ict и мнимого угла поворота. В выражении (7.28) заменим ψ на $-i\varphi$ и воспользуемся формулами $ch(-i\varphi) = \cos\varphi$, $sh(-i\varphi) = -i\sin\varphi$. В результате получим следующие выражения:

$$\begin{cases} x'^1 = x^1 \cos\varphi + x^4 \sin\varphi \\ x'^4 = -x^1 \sin\varphi + x^4 \cos\varphi \end{cases} \quad (7.32)$$

где: $x^1 = x$, $x^4 = ict$. Интервал в указанных переменных будет иметь следующий вид:

$$s_{12}^2 = -(x_2^1 - x_1^1)^2 - (x_2^4 - x_1^4)^2 \quad (7.33)$$

Иными словами, будет отличаться только знаком от квадрата расстояния r_{12}^2 между точками евклидовой плоскости.

Примечание: обращаем внимание уважаемого читателя на то, что введение мнимой временной координаты приводит исключительно к формальному сходству с евклидовым пространством. Глубокое внутреннее различие между двумя геометриями – евклидовой и псевдоевклидовой – этим, очевидно, не устраняется.

Глава 8. Релятивистская динамика

8.1. Релятивистская масса; релятивистский импульс частицы; основное уравнение релятивистской динамики

В классической (аналитической) механике **вектор импульса** $\vec{p}$ (англ. momentum vector) как динамическая характеристика движущейся частицы пропорционален соответствующей кинематической характеристике движения – вектору скорости $\vec{v}$, тогда как постоянный для этой частицы коэффициент пропорциональности – это ее инертная масса m . В классической физике масса m – это постоянная величина, которая не зависит от состояния ее движения. Из этого следует, что импульс – это произведение массы частицы на ее скорость, т.е. $\vec{p} = m\vec{v}$. В свою очередь, в релятивистской механике *импульс частицы* аналогичным образом определяется ее скоростью, однако, зависимость импульса от скорости будет сложнее, чем в классической (аналитической) механике, и уже не будет сводиться к простой пропорциональности. Так, для получения релятивистского выражения для импульса частицы, необходимо исходить из принципа соответствия, в соответствии с которым в классической области медленных движений ($v \ll c$) релятивистское выражение должно сводиться к ньютоновскому. Импульс частицы, при обращении скорости в нуль, также должен обращаться в нуль.

В связи с изотропностью свободного пространства все направления в нем, соответственно, эквивалентны, а значит импульс частицы должен быть направлен вдоль единственного физически выделенного направления – направления скорости.

Из сказанного следует, что **релятивистское выражение для импульса** (англ. relativistic expression for momentum) должно иметь следующий вид:

$$\vec{p} = m_v \vec{v} \quad (8.1)$$

где: величина m_v может находиться в прямой зависимости исключительно от абсолютной величины скорости частицы v , тогда как при $v \ll c$ в силу принципа соответствия величина m_v должна совпадать с массой частицы m , имеющей смысл, придаваемый инертной массе в классической (аналитической) механике.

Величина m_v , которая связывает в уравнении (8.1) релятивистский импульс частицы с ее скоростью называют **релятивистской массой частицы** (англ. relativistic particle mass), тогда как ее значение m_0 при $v \rightarrow 0$ – **массой покоя** (англ. rest mass).

Обращаем внимание уважаемого читателя на то, что релятивистское выражение импульса частицы, наряду с принципом соответствия, также должно удовлетворять еще одному *значимому условию*: закон сохранения импульса должен выполняться во всех инерциальных системах отсчета. Так, возьмем две такие системы – K', K'' – обе они движутся относительно системы отсчета K параллельно оси x в противоположных направлениях с одинаковыми по модулю скоростями $+v_x$; оси координат всех систем отсчета являются взаимно параллельными. Предположим, что в системах K' и K'' произведены выстрелы идентичными снарядами с одинаковыми по модулю скоростями ($u'_{1y} = u''_{2y}$) в направлении, параллельном оси y , иными словами, перпендикулярно направлению движения инерциальных систем отсчета. В итоге,

наблюдаем абсолютно неупругое столкновение снарядов, в результате которого они, естественно, соединяются. Согласно положениям о симметрии, в неподвижной системе отсчета K скорость, а значит и импульс образованного при столкновении тела будут равны нулю. В соответствии же с законом сохранения импульса результирующий импульс снарядов в системе K до момента столкновения должен быть равен нулю. Указанный закон сохранения импульса должен выполняться аналогичным образом в системах отсчета K', K'' .

Примечание: согласно закону сохранения импульса «импульс механической системы не изменится с течением времени, если векторная сумма внешних сил, действующих на систему равна нулю».

Далее отдельно рассмотрим систему K' и запишем этот закон в проекции на ось y . Однако, следует обратить внимание на то, что в системе отсчета K проекция скорости образованного при столкновении тела на ось y равна нулю (т.е. тело неподвижно в инерциальной системе отсчета K), а значит, согласно закону преобразования (сложения) скоростей (см. подробнее пп. 7.5) проекция скорости этого тела на ось y' в системе K' также будет равна нулю. В соответствии же с выражением (8.1), в таком случае, равна нулю будет и проекция импульса на ось y' . Из этого делаем общий вывод о том, что результирующий импульс снарядов в инерциальной системе отсчета K' до столкновения также равен нулю. Ниже запишем закон сохранения импульса в данной системе, принимая во внимание, что скорости снарядов вдоль оси y нерелятивистские, иными словами $u_y \ll c$:

$$m_0 u'_{1y} - m_v u'_{2y} = 0 \quad (8.2)$$

где: $m_0 u'_{1y}$ – проекция на ось y' импульса первого снаряда, выпущенного из инерциальной системы отсчета K' ; $m_v u'_{2y}$ – проекция на ось y' импульса второго снаряда, выпущенного из инерциальной системы отсчета K'' . Скорость первого снаряда относительно K' является нерелятивистской ($u'_{1y} \ll c$), а значит, опираясь на принцип соответствия используется масса покоя m_0 . Скорость же второго снаряда относительно системы отсчета K' , очевидно, не является малой величиной в связи с тем, что на скорость v относительного движения K' и K'' не накладывается никаких ограничений.

Запишем выражение проекции скорости u'_{2y} , опираясь на релятивистский закон преобразования (сложения) скоростей, принимая, при этом, во внимание, что проекция скорости снаряда на ось x'' равна нулю (u''_{2x}):

$$u'_{2y} = \frac{u''_{2y} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v u''_{2x}}{c^2}} \rightarrow u''_{2y} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Подставим полученное выражение для u'_{2x} в выражение (8.2):

$$m_0 u'_{1y} - m_v u''_{2y} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0$$

Далее, сократим одинаковые по модулю скорости ($u'_{1y} = u''_{2y}$), в результате чего получаем уравнения для релятивистской массы (8.3) и релятивистского импульса (8.4):

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.3)$$

$$\vec{p} = m_v \vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.4)$$

Таким образом, можно заключить, что масса в релятивистской механике не является постоянной физической величиной; она находится в прямой зависимости от скорости движения тела относительно выбранной системы отсчета. В собственной системе отсчета, т.е. там, где тело покоится, релятивистская масса минимальна и равна массе покоя m_0 . При скоростях, значительно меньших скорости света релятивистская масса приближенно равна массе покоя, что всегда согласуется с основами классической (аналитической) механики.

Первый закон Ньютона, который является выражением принципа относительности, в релятивистской механике свою классическую форму сохраняет, равно как и второй закон Ньютона, однако, в последнем случае импульс будет определяться формулой:

$$\dot{\vec{p}} = \vec{F} \text{ или } \frac{d}{dt} \left(\frac{m_v \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F} \quad (8.5)$$

Она выражает **релятивистское уравнение динамики** (англ. relativistic equation of dynamics); данное уравнение инвариантно относительно преобразований Лоренца. Одновременно с этим, для составляющих вектора силы $\vec{F}$ необходимо использовать специальные преобразования силы. При скоростях, значительно меньших скорости света оно будет переходить в классический второй закон Ньютона. Третий же закон Ньютона в релятивистской механике, по общему правилу, вообще не выполняется, т.к. предполагает мгновенную скорость передачи взаимодействия между удаленными телами, что несовместимо с релятивистским положением о том, что максимальная скорость передачи взаимодействия не может быть выше c .

8.2. Связь между энергией и импульсом материальной точки: релятивистский подход

Приращение кинетической энергии dK материальной точки при элементарном перемещении $d\vec{r}$, которое совершается точкой под действием силы $\vec{F}$, равно работе силы: $dK = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Исходя из релятивистского уравнения динамики (8.5), определим силу $\vec{F}$:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d(m_v \vec{v})}{dt} = \dot{m}_v \vec{v} + m_v \dot{\vec{v}} \quad (8.6)$$

где: m_v – релятивистская масса, которая определяется выражением (8.3); продифференцировав его, получим следующее уравнение:

$$dm_v = \frac{m_0 v}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} dv \quad (8.7)$$

Таким образом, выражение (8.6) приобретет следующий вид:

$$\vec{F} = \frac{m_0 v}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \vec{v} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (8.8)$$

Для приращения кинетической энергии материальной точки, в таком случае, получим:

$$dK = \frac{m_0 v}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{dv}{dt} \vec{v} \cdot d\vec{r} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \frac{m_0 v dv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \vec{v} \cdot \vec{v} + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

Если принять во внимание, что $\vec{v} \cdot \vec{v} = v^2$, а $\vec{v} \cdot d\vec{v} = v dv$, значит:

$$dK = \frac{m_0 v dv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{v^2}{c^2} + \frac{m_0 v dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 v dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[\frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 1 \right] = \frac{m_0 v dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

Теперь умножим и, затем, разделим полученное уравнение на c^2 :

$$dK = c^2 \frac{m_0 v dv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \quad (8.9)$$

Если сравнить выражения (8.9) и (8.7), можно получить достаточно простую формулу для элементарного приращения кинетической энергии материальной точки:

$$dK = c^2 dm \quad (8.10)$$

Попробуем решить это дифференциальное уравнение, принимая во внимание то, что в состоянии покоя кинетическая энергия материальной точки равна нулю, тогда как ее масса равна массе m_0 :

$$\int_0^K dK = \int_{m_0}^{m_v} c^2 dm$$

В результате, получаем следующее релятивистское выражение для кинетической энергии материальной точки:

$$K = m_v c^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad (8.11)$$

Первая часть уравнения (8.11) будет называться **полной энергией** (англ. total energy) релятивистской частицы E , а вторая, соответственно – ее **энергией покоя** E_0 (англ. rest energy); то есть:

$$E = m_v c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.12)$$

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (8.13)$$

Исходя из сказанного, заключим, что кинетическая энергия релятивистской частицы равна разности ее полной энергии и энергии покоя, т.е. $K = E - E_0$.

Согласно принципу соответствия, выведенное нами релятивистское выражение для кинетической энергии, при скоростях v , намного меньших скорости света, переходит в классическую формулу $K = m v^2 / 2$. Предлагаем уважаемому читателю это заключение проверить, для чего разложить уравнение (8.11) в ряд Тейлора по степеням малого параметра $\beta = (v/c)^2$, при этом, ограничившись линейным членом разложения:

$$K(\beta) = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta}} = m_0 c^2 \approx K(0) + K'(0)\beta = 0 + \frac{m_0 c^2}{2} \beta = \frac{m_0 v^2}{2}$$

Таким образом, мы доказали, что выражение для релятивистской кинетической энергии согласуется с принципом соответствия.

Теперь непосредственно проследим (докажем наличие) связи между релятивистским импульсом и полной энергией материальной точки. Для этого возведем в квадрат обе части выражения (8.12):

$$E^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{тогда} \quad m_0^2 c^4 = E^2 - E^2 \frac{v^2}{c^2}$$

В получившемся выражении заменим полную энергию E (во второй части) согласно формуле $E = m_v c^2$:

$$m_0^2 c^4 = E^2 - \frac{m_v^2 c^4 v^2}{c^2}$$

Принимая во внимание то, что релятивистский импульс определяется выражением $p = m_v v$, получим, таким образом, следующее:

$$m_0^2 c^4 = E^2 - c^2 p^2 \quad (8.14)$$

Левая часть получившегося выражения является постоянной величиной для конкретной материальной точки, а значит, выражение $E^2 - c^2 p^2$, является инвариантом, иными словами, не зависит от выбора инерциальной системы отсчета. Кроме того, из выражения (8.14) мы можем получить уравнение, демонстрирующее непосредственно *связь между полной энергией и релятивистским импульсом материальной точки*:

$$E = (m_0^2 c^4 + c^2 p^2)^{1/2} \quad (8.15)$$

Известно, что в природе существуют частицы, которые не имеют массы покоя, к примеру, фотон³⁹, нейтрино⁴⁰, антинейтрино и проч.; для таких случаев также можно вывести формулу импульса:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{mc^2}{c} = mc \quad (8.16)$$

Частицы, которые не имеют массы покоя, всегда будут двигаться со скоростью света; наличие импульса у безмассовой частицы, например, фотона (переносчик электромагнитного взаимодействия) подтверждается такими явлениями, как фотоэффект, давление света, эффект Комптона⁴¹ и проч.

8.3. Релятивистская механика; функция Лагранжа свободной частицы

Итак, релятивистской называют механику, уравнения которой ковариантны относительно преобразований Лоренца; при ее построении, в первую очередь, необходимо описать движение **свободной релятивистской частицы** (англ. free relativistic particle)⁴², для чего оптимальнее ориентироваться на принцип наименьшего действия. В соответствии с данным принципом, любая механическая система характеризуется некоторой функцией от координат, скоростей и времени, при этом, движение системы подчиняется следующему условию. Предположим, что в моменты времени t_1 и t_2 система занимает определенные положения, которые

³⁹ **Фотон** (от др.-греч. φῶς, фос – свет) – фундаментальная частица, квант электромагнитного излучения (в узком смысле – света) в виде поперечных электромагнитных волн и переносчик электромагнитного взаимодействия. Это безмассовая частица, способная существовать, только двигаясь со скоростью света. Электрический заряд фотона равен нулю. Фотон может находиться только в двух спиновых состояниях с проекцией спина на направление движения (спиральностью) ± 1 . В физике фотоны обозначаются буквой γ . Современная наука рассматривает фотон как фундаментальную элементарную частицу, не обладающую строением и размерами.

⁴⁰ **Нейтрино** (итал. neutrino – нейтрончик, уменьшительное от neutrone – нейтрон) – общее название нейтральных фундаментальных частиц с полуцелым спином, участвующих только в слабом и гравитационном взаимодействиях и относящихся к классу лептонов. В настоящее время известно три разновидности нейтрино: электронное, мюонное и тау-нейтрино, а также соответствующие им античастицы.

⁴¹ **Эффект Комптона** (комpton-эффект, комптоновское рассеяние) – упругое рассеяние фотона заряженной частицей, обычно электроном, названное в честь первооткрывателя Артура Холли Комптона. Если рассеяние приводит к уменьшению энергии, поскольку часть энергии фотона передаётся отражающемуся электрону, что соответствует увеличению длины волны фотона (который может быть рентгеновским или гамма-фотоном), то этот процесс называется эффектом Комптона. Обратное комптоновское рассеяние происходит, когда заряженная частица передаёт фотону часть своей энергии, что соответствует уменьшению длины волны кванта света. Обнаружен американским физиком Артуром Комптоном в 1923 г. в экспериментах с рентгеновским излучением; за это открытие Комптон стал лауреатом Нобелевской премии по физике за 1927 г.

⁴² **Свободная частица** – термин, который используется в физике для обозначения частиц, которые не взаимодействуют с другими телами и имеют только кинетическую энергию.

характеризуются набором координат $\vec{q}^{(1)}$ и $\vec{q}^{(2)}$. В таком случае между данными положениями система движется таким образом, чтобы интеграл

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t) dt$$

имел наименьшее из возможных значений. Функция $L(\vec{q}, \dot{\vec{q}}, t)$ называется **функцией Лангранжа** (англ. Lagrange function)⁴³ данной системы, а интеграл S – **действием** (англ. action). Таким образом, действие стационарно на физических траекториях, $\delta S = 0$, и из этого условия выводятся уравнения движения.

Теперь запишем действие релятивистской частицы как интеграл по траектории в четырехмерном пространстве или, как чаще отмечается в академической литературе, **интеграл по мировой линии** (англ. world line integral) (точки мировой линии определяют координаты частицы во все моменты времени):

$$S = \int_a^b dU$$

Согласно принципу относительности потребуем, чтобы действие свободной релятивистской частицы не менялось при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, иными словами, чтобы S было инвариантной величиной. Для свободной частицы единственная такая величина, характеризующая ее движение из точки a в точку b , – это интеграл

$$S = \alpha \int_a^b ds \quad (8.17)$$

где: α – инвариантная постоянная; об инвариантности бесконечно малого интервала мы уже говорили в предыдущих параграфах ($ds = (c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2)^{1/2}$) (7.21) (см. подробнее пп. 7.5.3). Если переписать выражение для интервала $ds = c dt (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ и привести выражение (8.17) к (8.16), получим следующее уравнение:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \alpha c (1 - v^2/c^2)^{1/2} dt$$

Из этого следует, что функция Лагранжа будет выражена следующим уравнением:

$$L = \alpha c (1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (8.18)$$

⁴³ **Жозеф Луи Лагранж** (1736-1813) – французский математик, астроном и механик итальянского происхождения. Наряду с Леонардом Эйлером – крупнейший математик XVIII в. Особенно прославился исключительным мастерством в области обобщения и синтеза накопленного научного материала. Автор классического трактата «Аналитическая механика», в котором установил фундаментальный «принцип возможных перемещений» и завершил математизацию механики. Внёс огромный вклад в математический анализ, теорию чисел, в теорию вероятностей и численные методы, создал вариационное исчисление.

Значение постоянной α определим исходя из условия перехода (8.18) при $v \ll c$ в более классическое выражение: $L_{\text{кл}} = m v^2/2$. При малых v/c из уравнения (8.18) получим:

$$L \approx \alpha c - \frac{\alpha v^2}{2c}$$

В связи с тем, что в классической функции Лангранжа постоянную (в нашем случае $-\alpha c$) вполне можно опустить, то $\alpha = -mc$. Соответственно, функция Лангранжа свободной релятивистской частицы будет выражена следующим уравнением:

$$L = -mc^2(1 - v^2/c^2)^{1/2} \quad (8.19)$$

8.4. Энергия свободной частицы; формула Эйнштейна

Из лагранжева метода в механике известно, что импульс частицы выражается через функцию Лагранжа согласно следующей формуле:

$$\vec{p} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} = \nabla_{\vec{v}} L$$

Продифференцировав функцию Лагранжа получим:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8.20)$$

Как видно, при малых скоростях $v \ll c$ из (8.20) получается нерелятивистское выражение для импульса: $\vec{p} = m\vec{v}$. В академической литературе уважаемый читатель также может встретить вариант формулы (8.20) в виде, аналогичном нерелятивистскому, т.е. $\vec{p} = m'\vec{v}$, вводя массу движущегося тела:

$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8.21)$$

в отличие от массы покоя m . Важно, при этом, принимать во внимание тот факт, что между силой, массой m' и ускорением нет той связи, которая имеет место в классической (аналитической) механике.

Энергией E будет называться величина, равная:

$$E = \vec{v} \cdot \frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \vec{v} \cdot \vec{p} - L$$

Подставив в это выражение уравнения (8.19) и (8.20) для L и $\vec{p}$, получаем:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8.22)$$

Получившаяся формула показывает, в т.ч., что в релятивистской механике энергия свободной частицы не обращается в ноль при $v = 0$, а остается конечной величиной, которая равна (аналогично (8.13))

$$E_0 = mc^2 \quad (8.23)$$

Энергию E_0 , как мы уже указывали ранее, называют *энергией покоя* (см. подробнее пп. 8.3), а формулу (8.23/8.13) – **формулой Эйнштейна** (англ. Einstein's formula). При малых скоростях ($v \ll c$), разлагая выражение (8.21) по степеням v/c , получаем:

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2} \quad (8.24)$$

т.е. имеем, за вычетом энергии покоя, классическое выражение для кинетической энергии частицы. Напомним уважаемому читателю, что в классической (аналитической) механике энергия определена неоднозначно и постоянную mc^2 в (8.23/8.13) можно опустить.

Следует отметить следующее: несмотря на тот факт, что выше речь шла о частице, ее элементарность не использовалась, ввиду чего, полученные нами выражения вполне применимы и к *сложному телу, представляемому как множество частиц*; под m в данном случае принимается полная масса тела, под $\vec{v}$ – скорость его движения как целого. В частности, формула (8.23/8.13) будет справедливой для любого покоящегося (как целое) тела. Энергия такого тела содержит в себе помимо энергии покоя входящих в него частиц, также энергию кинетическую и энергию их взаимодействия:

$$mc^2 = \sum_a m_a c^2 + \text{кин. эн.} + \text{пот. эн.} \quad (8.25)$$

Проще говоря, *энергия покоя тела не равна сумме энергий покоя его частей*, т.е.:

$$mc^2 \neq \sum_a m_a c^2$$

соответственно и масса тела не аддитивна:

$$m \neq \sum_a m_a$$

Вышесказанное позволяет заключить, что в релятивистской механике *закон сохранения массы не имеет места*: масса сложного тела не равна сумме масс его частей. Вместо этого имеет место только *закон сохранения энергии*, в которую включается также и энергия покоя частиц.

Разность между массой связанной системы взаимодействующих частиц (тел) и суммой их масс в свободном состоянии:

$$\Delta m = \sum_a m_a - m$$

называется **дефектом массы** (англ. mass defect) (см. также подробнее пп. 8.5). Приведем примеры, более иллюстративно показывающие величину изменения массы покоя при различных превращениях. Так, например, при сжигании обычного (химического) топлива в реакции типа $C + O_2 = CO_2 + Q$ на один акт выделяется энергия Q в форме кинетической энергии молекулы CO_2 и фотонов порядка нескольких электронвольт⁴⁴. Иными словами, масса образовавшейся молекулы CO_2 меньше суммы масс молекул C и O_2 на величину $\Delta m = Q/c^2$. Энергия покоя молекулы CO_2 составляет $E_0 = mc^2 \approx 4 \times 10^9$ эВ. Из этого следует, что относительное изменение массы покоя равно $\Delta m/m \sim 10^{-9}$, т.е. данная величина сохраняется с очень высокой точностью. Таким образом, при изучении явлений, происходящих с нерелятивистскими частицами (к примеру, химические превращения, нерелятивистская механика сплошных сред и проч.), сохранение массы участвующих в них частиц можно считать точным законом природы. При **ядерных реакциях** относительное изменение массы значительно больше. К примеру, в реакции термоядерного синтеза⁴⁵: ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} = {}^4\text{He} + n + Q$ ядро гелия ${}^4\text{He}$ (α -частица) и нейтрон получают кинетическую энергию $Q \approx 17.6$ МэВ. При этом относительное изменение массы $\Delta m/m \approx 3 \times 10^{-3}$.

Безусловно, в природе происходят и такие процессы, в которых $\Delta m/m$ достигает десятков процентов и даже может быть $\Delta m/m = 1$, иными словами частицы с отличной от нуля массой покоя превращаются в **бездмассовые частицы** (англ. massless particles). Хорошим примером здесь может послужить превращение электронно-позитронных пар⁴⁶ в гамма-кванты (фотоны большой энергии): $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$.

⁴⁴ **Электронвольт** (электрон-вольт, редко электроновольт; русское обозначение: эВ, международное: eV – внесистемная единица энергии, используемая в атомной и ядерной физике, в физике элементарных частиц и в близких и родственных областях науки (биофизике, физической химии, астрофизике и т. п.). В Российской Федерации электронвольт допущен к использованию в качестве внесистемной единицы без ограничения срока с областью применения «физика».

⁴⁵ **Управляемый термоядерный синтез (УТС)** – синтез более тяжёлых атомных ядер из более лёгких с целью получения энергии, который, в отличие от взрывного термоядерного синтеза (используемого в термоядерных взрывных устройствах), носит управляемый характер. Управляемый термоядерный синтез отличается от традиционной ядерной энергетики тем, что в последней используется реакция распада, в ходе которой из тяжёлых ядер получаются более лёгкие ядра. В основных ядерных реакциях, которые планируется использовать в целях осуществления управляемого термоядерного синтеза, будут применяться дейтерий (${}^2\text{H}$) и тритий (${}^3\text{H}$), а в более отдалённой перспективе – гелий-3 (${}^3\text{He}$) и бор-11 (${}^{11}\text{B}$). Проводятся эксперименты по управляемому термоядерному синтезу двух типов: магнитный управляемый термоядерный синтез и инерциальный управляемый термоядерный синтез.

⁴⁶ **Рождение пар** – в физике элементарных частиц – обратный аннигиляции процесс, в котором возникают пары частица-античастица (реальные или виртуальные). Для появления реальной пары частиц закон сохранения энергии требует, чтобы энергия, затраченная в этом процессе, превышала удвоенную массу частицы: $E_p = 2mc^2$. Минимальная энергия E_p , необходимая для рождения пары данного типа, называется порогом рождения пар. Кроме того, для рождения реальной пары необходимо выполнение других законов сохранения, применимых к данному процессу. Так, законом сохранения импульса запрещено рождение одним фотоном в вакууме реальной электрон-позитронной пары (или пары любых других массивных частиц), т.к. единичный фотон в любой системе отсчёта несёт конечный импульс, а электрон-позитронная пара в своей системе центра масс обладает нулевым импульсом. Чтобы происходило рождение пар, необходимо, чтобы фотон находился в поле ядра или массивной заряженной частицы. Этот процесс происходит в области, имеющей размер комптоновской длины волны электрона $\lambda = 2,4 \times 10^{-10}$ см (или, при рождении пар более тяжёлых частиц, например мюонов, размер их комптоновской длины волны). Рождение электрон-позитронных пар при взаимодействии гамма-кванта с электромагнитным полем ядра (в сущности, с виртуальным фотоном) является преобладающим процессом потери энергии гамма-квантов в веществе при энергиях выше 3 МэВ (при более низких энергиях действуют в основном комптоновское рассеяние и фотоэффект, при энергиях ниже $E_p = 2mc^2 = 1,022$ МэВ рождение пар вообще отсутствует). Вероятность рождения пары в таком процессе пропорциональна квадрату заряда ядра. Рождение электрон-позитронных пар гамма-квантами (в камере Вильсона, помещённой в магнитное поле для разделения треков электрона и позитрона) впервые наблюдали *Ирен и Фредерик Жолио-Кюри* в 1933 г., а также *Патрик Блэкетт*, получивший в 1948 г. за это и другие открытия Нобелевскую премию по физике.

Таким образом, по общему правилу, *масса покоя частиц (а следовательно, и макроскопических тел) не сохраняется.*

Во всех указанных процессах та или иная часть энергии покоя исходных частиц $\Delta E_0 = \Delta mc^2$, превращалась в кинетическую энергию, образовавшихся частиц (включая фотоны) и через нее – в другие виды энергии. Подобный эффект и показывает физическую реальность энергии покоя.

Вернемся к вопросу об импульсе и энергии свободной частицы. Так, из уравнений (8.20), (8.22) имеем:

$$\begin{cases} \frac{E^2}{c^2} = \frac{m^2 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \\ p^2 = \frac{m^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{cases}$$

Из приведенных выражений легко получить следующее релятивистское соотношение:

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m^2 c^2 \quad (8.26)$$

Ввиду того, что энергия, выраженная через импульс, есть функция Гамильтона⁴⁷ H , то:

$$H = c(p^2 + m^2 c^2)^{1/2} \quad (8.27)$$

При нерелятивистском движении $v \ll c$ и

$$H \approx mc^2 + p^2/2m \quad (8.28)$$

т.е. за вычетом энергии покоя, получаем известное выражение из нерелятивистской механики.

Также считаем необходимым рассмотреть еще одно соотношение между энергией и импульсом частицы, которое легко получить из (8.20), (8.22):

$$\vec{p} = E \vec{v}/c^2 \quad (8.29)$$

Из формулы (8.22) следует, что для частицы с ненулевой массой покоя, т.е. $m \neq 0$, при стремлении скорости частицы к скорости света $v \rightarrow c$, энергия частицы возрастает до бесконечности $E \rightarrow \infty$. В целом, понятно, что такой результат показывает невозможность движения

⁴⁷ **Функция Гамильтона**, или гамильтониан – это функция, зависящая от обобщенных координат, импульсов и, возможно, времени, описывающая динамику механической системы в гамильтоновой формулировке классической механики: $H(\vec{p}, \vec{q})$ или $H(\vec{p}, \vec{q}, t)$, где: $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ – полный набор обобщенных импульсов, описывающий данную систему (n – число степеней свободы), $\vec{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ – полный набор обобщенных координат. В квантовой механике и квантовой теории поля гамильтониан, или оператор Гамильтона, определяющий временную эволюцию системы, соответствует функции Гамильтона в классической физике и является её обобщением, в принципе достаточно прямым, однако в ряде случаев не совсем тривиальным (в принципе квантовый гамильтониан может быть получен просто подстановкой квантовых операторов координат и импульсов в функцию Гамильтона, однако из-за того, что такие операторы не всегда коммутируют, может быть не сразу очевиден выбор правильного варианта).

частицы с $m \neq 0$ со скоростью света (частице нельзя сообщить бесконечную энергию). Если же частица имеет скорость $v = c$, то ее масса равна нулю. Действительно, согласно формуле (8.29) импульс и энергия такой частицы связаны соотношением:

$$p = E/c \quad (8.30)$$

и из (8.26) следует, что $m = 0$.

8.5. Дефект массы и энергия связи ядра: взгляд с позиции атомной и ядерной физики

8.5.1. Физика атомного ядра

Согласно профессору И.Н. Бекману, **атомное ядро** (англ. atomic nucleus) – это положительно заряженная часть атома, в которой сосредоточена вся его масса (более 99,9%); оно состоит из элементарных частиц – протонов⁴⁸ и нейтронов⁴⁹ (протонно-нейтронная модель ядра была предложена Д.Д. Иваненковым и В. Гейзенбергом⁵⁰)⁵¹ (см. таблицу 8.1). Протон (1_1p) имеет положительный заряд, равный заряду электрона ($q_p = +1,6 \times 10^{-19}$ Кл) и массу покоя $m_p \approx 1836m_e$, где m_e – масса электрона. Нейтрон (1_0n) – это нейтральная частица с массой покоя $m_n \approx 1839m_e$. Протоны и нейтроны (их общее наименование) называются **нуклонами** (англ. nucleon). **Заряд ядра** (англ. nuclear charge) $q_{\text{я}} = +Ze$, где Z – это зарядовое число ядра, равное числу протонов в ядре (совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической таблице Д.И. Менделеева). Поскольку, в целом, атом нейтрален, зарядовое число определяет число электронов в атоме.

Примечание: единицей измерения электрического заряда (количества электричества), в системе единиц СИ является **кулон** (обозначается как Кл или С).

Массовое число (A) (англ. mass number) – это общее число нуклонов в ядре, равно сумме числа протонов Z и нейтронов N в ядре, т.е. $A = Z + N$. A_ZX – это символ химического элемента. Так, например, в ${}^{238}_{92}\text{U}$: $A = 238, Z = 92$. В ядре атома урана содержится 92 протона и 146 нейтронов ($N = A - Z = 238 - 92 = 146$).

⁴⁸ **Протон** (англ. proton) – это стабильная элементарная частица с зарядом $+e$, со спином $1/2$, магнитным моментом $\mu = 2,79\mu_B$ и массой 1838,5 электронных масс (10^{-24} г), относящаяся к группе барионов (класс адронов). Положительный заряд протона точно равен электромагнитному заряду $e = 1,6021773 \times 10^{-19}$ Кл, масса протона равна $m_p = 1,6726231 \times 10^{-27}$ кг = 1,00726470 а.е.м. = 938,27231 МэВ. Масса легкого изотопа атома водорода (протия) $m_{\text{ат}}({}^1_1\text{H}) = 1,00814$ а.е.м. = 938,7 МэВ = $1837m_e$, $m_p = 1,00759$ а.е.м. = 938,7 МэВ = $1839m_e$.

⁴⁹ **Нейтрон** (англ. neutron) – это электрически нейтральная элементарная частица со спином $1/2$, магнитным моментом $\mu = -1,91\mu_B$; относится к барионам, $m_n = 1,008986$ а.е.м. = 939,5 МэВ = $1838,5m_e$; $m_n > m_p + m_e$. Радиус нейтрона 0,681 фм (нейтрон тяжелее протона, но меньше его по размеру. В свободно состоянии нейтрон стабилен: он распадается с периодом полураспада $T = 10,18$ мин (время жизни нейтрона $\tau = 881,5 \pm 1,5$ с, образуя протон и испуская электрон и антинейтрино $\bar{\nu}$ -распад). Вместе с протонами нейтроны образуют атомные ядра; в ядрах нейтрон стабилен.

⁵⁰ **См. подробнее:** Кудрявцев П.С. Курс истории физики [Текст]: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ. спец. – 2 изд., испр. и доп. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с. – С. 401-403.

⁵¹ Бекман И.Н. Атомная и ядерная физика: радиоактивность и ионизирующие излучения [текст]: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 493 с. – С. 35.

Таблица 8.1 – Обозначения частиц

Частица	Наименование	Заряд	Масса покоя
${}_{-1}^0e$ или ${}_{-1}^0\beta$	электрон	$-1,6 \times 10^{-9}$ Кл	9.10938×10^{-31} кг
${}_{+1}^0\beta$	позитрон	$+1,6 \times 10^{-9}$ Кл	9.10938×10^{-31} кг
${}_{+2}^4\alpha$	α -частица	$+2 \times 1,6 \times 10^{-9}$ Кл	≈ 4 а. е. м.
${}_{+1}^0p$	протон	$+1,6 \times 10^{-9}$ Кл	$1836m_e$
${}_{0}^1n$	нейтрон	0	$1839m_e$

Примечание: а. е. м. – это обозначение **атомной единицы массы** (англ. atomic mass unit)⁵² (дантона, *Da*) – внесистемной единицы массы, которая применяется для измерения масс молекул, атомов, атомных ядер и элементарных частиц; атомная единица массы определяется как 1/12 массы свободного покоящегося атома углерода ${}^{12}\text{C}$, находящегося в основном состоянии⁵³.

К разновидностям ядер одного и того же химического элемента относятся:

- **изотопы** (англ. isotopes) – это ядра с одинаковыми Z , однако разными A , т.е. с разными числами нейтронов ($N = A - Z$);
- **изобары** (англ. isobars) – это ядра с одинаковыми A , однако разными Z .

Так, например, водород имеет *три изотопы*: ${}^1_1\text{H}$ – протий ($Z = 1, N = 0$), ${}^2_1\text{H}$ – дейтерий ($Z = 1, N = 1$) и ${}^3_1\text{H}$ – тритий ($Z = 1, N = 2$). Все изотопы имеют схожие химические и физические свойства.

Важно запомнить: химически чистое вещество всегда представляет собой органичную совокупность данного элемента, каждая составляющая которого содержится в нем в разных пропорциях; по этой причине массовое число A может быть дробным, например, изобарами могут быть ядра ${}^{10}_4\text{Be}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{10}_6\text{C}$.

8.5.2. Дефект массы ядра; ядерные силы

Энергия связи ядра ($E_{\text{св}}$) (англ. core binding energy) – это энергия, которую необходимо затратить, для того, чтобы полностью расщепить ядро на отдельные нуклоны без сообщения им кинетической энергии:

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2 = [Zm_{\text{н}} + (A - Z)m_n - m]c^2 \quad (8.31)$$

где: $m_p, m_n, m_{\text{я}}$ – массы протона, нейтрона и ядра, соответственно; m – масса атома; $m_{\text{н}} = m_p + m_e$ – масса атома водорода ${}^1_1\text{H}$; c – скорость света в вакууме.

⁵² **Прим.:** атомная единица массы не является единицей Международной системы единиц (СИ), но Международный комитет мер и весов относит её к единицам, допустимым к применению наравне с единицами СИ. В Российской Федерации она допущена для использования в качестве внесистемной единицы без ограничения срока действия допуска с областью применения «атомная физика». В соответствии с ГОСТ 8.417-2002 и «Положением о единицах величин, допускаемых к применению в Российской Федерации», наименование и обозначение единицы «атомная единица массы» не допускается применять с дольными и кратными приставками СИ. Однако, дольные и кратные единицы допустимы для использования с синонимичным названием единицы «дальтон»; например, массы биологических макромолекул часто выражаются в килодальтонах (кДа) и мегадальтонах (МДа), а чувствительность масс-спектрометрической аппаратуры может выражаться в миллидальтонах (мДа) и микродальтонах (мкДа).

⁵³ *Гаршин А.П.* Относительная атомная масса // В кн.: Общая и неорганическая химия в схемах, рисунках, таблицах, химических реакциях [Текст]: учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 304 с. – С. 11-13, 16-19.

Примечание: МэВ – это обозначение **мегаэлектронвольт** (англ. megaelectronvolt) – внесистемной единицы энергии, кратной электронвольту; **электронвольт** (англ. electron-volt) – это энергия, необходимая для переноса элементарного заряда в электростатическом поле между точками с разницей потенциалов в 1 В.

Если массу протона, нейтрона и атома выразить в а.е.м., а энергию в МэВ, то выражение (8.31) приобретет следующий вид:

$$E_{\text{св}} = 931[(Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}} - m)]\text{МэВ}$$

Удельная энергия связи (англ. specific binding energy) – это энергия связи, которая приходится на один кулон, т.е. $\delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A$. Она характеризует устойчивость (прочность) ядер, и чем больше $\delta E_{\text{св}}$, тем более устойчивым является ядро. Из **рисунка 8.1**, на котором представлен график зависимости $\delta E_{\text{св}}(A)$, можно заключить следующее: во-первых, тяжелые и легкие ядра менее устойчивы; во-вторых, наиболее устойчивыми будут ядра средней части Периодической таблицы Д.И. Менделеева (максимумы $\delta E_{\text{св}}(A)$); в-третьих, энергетически более выгодно деление тяжелых ядер на наиболее легкие, чем слияние – легких ядер в тяжелые.



Рисунок 8.1 – График зависимости $\delta E_{\text{св}}(A)$

Энергия будет выделяться в том случае, если система переходит из состояния с большей энергией в состояние с меньшей, т.е. из состояния с меньшей энергией связи к состоянию с большей энергией связи. К данным реакциям и принадлежат две рассмотренные выше, при которых выделяется огромное количество энергии.

В этом контексте также необходимо сказать о таком явлении, как **дефект массы ядра** (англ. nuclear mass defect) (8.32); оно означает распад массы ядра на отдельные нуклоны, причем она меньше суммы последних, т.е.: $m_{\text{я}} < Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}}$. Таким образом, на величину дефекта массы ядра Δm уменьшится сумма масс всех нуклонов при образовании из них атомного ядра. Энергия последнего, при этом, также будет меньше суммарной энергии нуклонов, из которых оно состоит.

$$\Delta m = (Zm_{\text{p}} + (A - Z)m_{\text{n}}) - m_{\text{я}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_{\text{n}}] - m \quad (8.32)$$

Ядерные силы (англ. nuclear forces) – это силы, которые действуют между протонами и нейтронами в ядре и обеспечивают существование устойчивых ядер. Данные силы имеют *определенный спектр свойств*, среди которых:

- они являются силами взаимного притяжения;
- они являются короткодействующими, т.е. их действие проявляется на расстоянии в пределах размеров ядра ($10^{-14} - 10^{-15}$ м);
- им свойственно насыщение, т.е. каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом ближних к нему нуклонов;
- они обладают свойствами зарядовой независимости: ядерные силы действуют между нуклонами независимо от их электрического заряда; силы, которые действуют между двумя нейтронами, между нейтроном и протоном или двумя протонами, одинаковы по величине;
- между двумя нуклонами они действуют как силы притяжения на расстоянии порядка 10^{-15} м и резко убывают при увеличении расстояния; на расстояниях более 3×10^{-15} м они становятся практически равными нулю; ядерные силы переходят в силы отталкивания, когда нуклоны при столкновении сближаются до расстояния $0,5 \times 10^{-15}$ м;
- они сильнодействующие; по величине они на несколько порядков выше, чем силы других известных в природе взаимодействий;
- они не являются центральными, т.е. действующими по линии, которая соединяет центры взаимодействующих нуклонов.
-

8.6. Четырехмерные векторы и тензоры

Начнем с того, что время и координаты события оптимально рассматривать как координаты точки в четырехмерном пространстве (см. подробнее пп. 7.6). Перенумеруем их верхними индексами от 0 до 3:

$$\begin{cases} x^0 = ct \\ x^1 = x \\ x^2 = y \\ x^3 = z \end{cases} \quad (8.33)$$

По определению совокупность четырех величин x^i , $i = 0, 1, 2, 3$ называется **четырёхмерным радиус-вектором** (англ. 4D radius vector) (или, сокращенно, 4-радиус-вектором). Для 4-радиус-вектора используется обозначение $x^i = (ct, \vec{r})$. При переходе к новой системе отсчета компоненты 4-радиус-вектора преобразуются в соответствии с преобразованиями Лоренца (7.16) таким образом, что:

$$x'^i = \sum_{k=0}^3 \alpha^i_k x^k \quad (8.34)$$

Далее будем исходить из того, что по любому индексу, повторяющемуся в конкретном выражении дважды, производится суммирование (такие **индексы** называют **немыми** – англ. dumb indexes), а знак суммы опускается. Одновременно с этим, в каждой паре одинаковых индексов один должен стоять вверху, а другой – внизу. Согласно этому правилу вместо уравнения (8.34) пишем следующее:

$$x'^i = \alpha^i_k x^k \quad (8.35)$$

Матрицу преобразования α^i_k найдем, сравнивая выражение (8.35) с выражением (7.16):

$$\alpha^i_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & 0 & 0 \\ \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.36)$$

Далее, определим произвольный 4-вектор как набор четырех величин $A^i = (A^0, A^1, A^2, A^3)$, которые при преобразованиях четырехмерной системы координат (при переходе в другую инерциальную систему отсчета) преобразуются в элементы 4-радиус-вектора:

$$A'^i = \alpha^i_k A^k \quad (8.37)$$

Для 4-вектора используется также обозначение $A^i = (A^0, \vec{A})$. Элемент A^0 называется **временной** (англ. time component), компоненты A^1, A^2, A^3 – **пространственными** (англ. spatial component). Теперь запишем в четырехмерных обозначениях квадрат пространственно-временного интервала (7.20):

$$s^2 = (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 \quad (8.38)$$

Обращаем внимание уважаемого читателя на то, что s^2 является инвариантом (т.е. он не меняется при преобразовании четырехмерной системы координат), а значит, инвариантом является следующая комбинация компонент любого 4-вектора:

$$(A^0)^2 - (A^1)^2 - (A^2)^2 - (A^3)^2 \quad (8.39)$$

Для удобства записи выражений, подобных (8.38), (8.39), как правило, вводятся два типа компонент (элементов) 4-векторов – **контравариантные** и **ковариантные**. **Контравариантные компоненты** (англ. contravariant components) (т.е., те которые использовались выше) обозначаются верхними индексами (A^i), а **ковариантные** (англ. covariant components) – нижними индексами (A_i).

Важно запомнить: согласно определению:

$$A^0 = A_0, A_{1,2,3} = -A^{1,2,3} \quad (8.40)$$

Далее, запишем преобразование Лоренца для ковариантных компонент вектора:

$$A'_i = \alpha^i_k A_k \quad (8.41)$$

Матрица преобразования, таким образом, сохранит следующий вид:

$$\alpha_i^k = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & 0 & 0 \\ \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.42)$$

Посредством ковариантных и контравариантных компонент s^2 записывается в виде:

$$s^2 = x^i x_i = x^0 x_0 + x^1 x_1 + x^2 x_2 + x^3 x_3 \quad (8.43)$$

Согласно определению, данное выражение называется **квадратом 4-радиус-вектора** (англ. 4-radius-vector square). Квадрат произвольного 4-вектора A_i есть:

$$A^i A_i = (A^0)^2 - (\vec{A})^2 \quad (8.44)$$

Аналогично квадрату 4-вектора составляется скалярное произведение двух разных 4-векторов $A^i = (A^0, \vec{A})$ и $B^i = (B^0, \vec{B})$:

$$A^i B_i = A_i B^i = A^0 B^0 - \vec{A} \cdot \vec{B} \quad (8.45)$$

Одновременно с этим, как следует из уравнения (8.40), его можно записать как в виде $A^i B_i$, так и в виде $A_i B^i$, – результат от этого не изменится. Скалярное произведение является инвариантом по отношению к преобразованиям Лоренца; данное обстоятельство можно проверить непосредственно, хотя оно и так вполне очевидно (по аналогии с квадратом $A^i A_i$) из того, что все 4-векторы преобразуются по одинаковому закону.

Рассмотрим **свойства матриц преобразований Лоренца**.

1. Из матриц (8.36) и (8.42) следует симметрия:

$$\alpha^i_k = \alpha_i^k, \alpha_i^k = \alpha^i_k \quad (8.46)$$

2. Преобразование, обратное преобразованию Лоренца для контравариантного вектора (8.37), запишем следующим образом:

$$A^i = (\alpha^{-1})^i_k A'^k \quad (8.47)$$

Однако, важно, что из физических соображений очевидно, что $\alpha^{-1}(V) = \alpha(-V)$ (см. уравнения (7.17), (7.16), а значит, учитывая выражения (8.36) и (8.42), имеем:

$$(\alpha^{-1}(V))_k^i = (\alpha(-V))_k^i = \alpha(V)_i^k \quad (8.48)$$

или

$$(\alpha^{-1})_k^i = \alpha_i^k \quad (8.49)$$

Таким образом, очевидно, что обратное преобразование для контравариантного вектора совпадает с прямым преобразованием для ковариантного вектора.

3. *Непосредственным вычислением можно показать, что матрицы (8.36) и (8.42) имеют единичный детерминант:*

$$\det(\alpha_k^i) = 1 \quad (8.50)$$

Теперь рассмотрим, каким образом преобразуется элемент четырехмерного объема:

$$d\Omega = dx^0 dx^1 dx^2 dx^3 = c dt dV \quad (8.51)$$

при преобразовании Лоренца. Следует отметить, что элемент $d\Omega'$ связан с $d\Omega$ через якобиан⁵⁴ выражения (8.35):

$$d\Omega' = \left| \frac{\partial(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)}{\partial(x^0, x^1, x^2, x^3)} \right| d\Omega$$

Вычисляя якобиан, получаем следующую матрицу:

$$d\Omega' = \left| \frac{\partial(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)}{\partial(x^0, x^1, x^2, x^3)} \right| d\Omega = \begin{vmatrix} \frac{\partial x'^0}{\partial x^0} & \frac{\partial x'^0}{\partial x^1} & \frac{\partial x'^0}{\partial x^2} & \frac{\partial x'^0}{\partial x^3} \\ \frac{\partial x'^1}{\partial x^0} & \frac{\partial x'^1}{\partial x^1} & \frac{\partial x'^1}{\partial x^2} & \frac{\partial x'^1}{\partial x^3} \\ \frac{\partial x'^2}{\partial x^0} & \frac{\partial x'^2}{\partial x^1} & \frac{\partial x'^2}{\partial x^2} & \frac{\partial x'^2}{\partial x^3} \\ \frac{\partial x'^3}{\partial x^0} & \frac{\partial x'^3}{\partial x^1} & \frac{\partial x'^3}{\partial x^2} & \frac{\partial x'^3}{\partial x^3} \end{vmatrix} = \det(\alpha_k^i)$$

и принимая во внимание уравнение (8.50), убедимся в том, что

$$d\Omega' = d\Omega \quad (8.52)$$

⁵⁴ **Якобиан** (определитель Якоби, функциональный определитель) – определенное обобщение производной функции одной переменной на случай отображений из евклидова пространства в себя. Якобиан выражается как определитель матрицы Якоби – матрицы, составленной из частных производных отображения.

Далее примем следующее определение: **4-тензором 2-го ранга** (англ. 4-tensor of the 2nd rank)⁵⁵ называется совокупность 16 величин, которые при переходе в другую инерциальную систему преобразуются как произведения компонент двух 4-векторов. Можно определить и 4-тензор n -го ранга как совокупность 4^n величин, которые при преобразовании координат преобразуются как произведения компонент n 4-векторов. При $n = 0$ введенная таким образом величина является скаляром, при $n = 1$ – вектором, при $n = 2$ – тензором 2-го ранга, при $n = 3$ – тензором 3-го ранга и проч.

Теперь вернемся к тензору 2-го ранга; так как произведение компонент двух векторов A^i и B^k преобразуются как

$$A'^i B'^k = a^i_m a^k_n A^m B^n, \quad (8.53)$$

то, в соответствии с определением, $T'^{ik} = a^i_m a^k_n T^{mn}$. Тензоры 2-го ранга могут быть трех видов: контравариантные (T^{ik}), ковариантные (T_{ik}) и смешанные (T_i^k, T^i_k).

Важно запомнить: $T_i^k \neq T^i_k$, поэтому необходимо следить за тем, какой индекс – первый или второй – стоит сверху, а какой – внизу. В связи с этим, возможны следующие законы преобразования 4-тензоров 2-го ранга:

$$\begin{aligned} T'^{ik} &= a^i_m a^k_n T^{mn} & T'_{ik} &= a_i^m a_k^n T_{mn} \\ T'^i_k &= a^i_m a_k^n T^n_m & T'^k_i &= a_i^m a^k_n T^n_m \end{aligned} \quad (8.54)$$

Связь между различными видами компонент определяется по общему правилу: *поднятие или опускание временного индекса (0) не меняет, а поднятие или опускание пространственного индекса (1,2,3) меняет знак компоненты*. Так,

$$\begin{aligned} T_{00} &= T^{00}, T_{01} = -T^{01}, T_{11} = T^{11}, \dots, \\ T_0^0 &= T^{00}, T_0^1 = T^{01}, T^0_1 = -T^{01}, T^1_1 = -T^{11}, \dots \end{aligned}$$

Также важно не забывать, что во всяком тензорном равенстве выражения с обеих его сторон должны содержать *одинаковые и одинаково расположенные (вверху или внизу) свободные, т.е. не ные, индексы*. Свободные индексы в тензорных равенствах можно перемещать (вверх или вниз), но обязательно одновременно во всех членах уравнения.

Из компонент тензора A^{ik} можно образовать скаляр через образование суммы: $A^i_i = A^0_0 + A^1_1 + A^2_2 + A^3_3$ (при этом, естественно, $A^i_i = A_i^i$). Такую сумму называют **следом тен-**

⁵⁵ **Тензор** (от лат. *tensus*, «напряжённый») – применяемый в математике и физике объект линейной алгебры, заданный на векторном пространстве V конечной размерности n . В физике в качестве V обычно выступает физическое трёхмерное пространство или четырёхмерное пространство-время, а компонентами тензора являются координаты взаимосвязанных физических величин. Использование тензоров в физике позволяет глубже понять физические законы и уравнения, упростить их запись за счет сведения многих связанных физических величин в один тензор, а также записывать уравнения в форме, не зависящей от выбранной системы отсчета. Тензоры различаются по типу, который определяется парой натуральных чисел (s, r) , где s – контравариантный, а r – ковариантный ранг (и говорят s раз контравариантный и r раз ковариантный тензор), а сумма $s + r$ называется просто **рангом тензора**.

зора (англ. tensor trace), а об операции его образования говорят как о **свертывании** или **упрощении тензора** (англ. folding, tensor simplification). Операцией свертывания является и рассмотренное выше образование скалярного произведения двух 4-векторов: это, собственно, и есть образование скаляра $A^i B_i$ из тензора.

Примечание: любое свертывание по паре индексов *понижает ранг тензора на 2*. К примеру, $A^i{}_{kli}$ есть тензор 2-го ранга, $A^i{}_k B^k$ – 4-вектор, $A^{ik}{}_{ik}$ – скаляр и проч.

Одним из наиболее простых тензоров 2-го ранга является **метрический тензор** g_{ik} :

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (8.55)$$

Преобразуя данный тензор с помощью матрицы (8.42) к другой инерциальной системе отсчета ($g'_{ik} = a_i{}^m a_k{}^n g_{mn}$), получим $g'_{ik} = g_{ik}$ (вычисления можно произвести самостоятельно). Таким образом, тензор g_{ik} – инвариантный, его компоненты одинаковы во всех системах отсчета. Поднимая один индекс у g_{ik} по правилу (8.40), получаем единичный тензор δ^i_k :

$$g^i{}_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \equiv \delta^i_k \quad (8.56)$$

Расположение верхнего и нижнего индексов у единичной матрицы произвольно, а значит, используется обозначение δ^i_k . Компоненты этого тензора, равно как и компоненты g_{ik} , *одинаковы во всех координатных системах*. Если поднять оба индекса у метрического тензора, то получим $g_{ik} = g^{ik}$ – *контравариантные компоненты совпадают с ковариантными*. С помощью метрического тензора можно произвести опускание и поднятие индекса у любого 4-вектора или 4-тензора; так, из выражений (8.40), (8.55) следует, что: $A_i = g_{ik} A^k$, $A^i = g^{ik} A_k$

Примечание: квадрат интервала может быть записан через g_{ik} как

$$s^2 = g_{ik} x^i x^k \quad (8.57)$$

а скалярное произведение как

$$A_i B^i = g_{ik} A^i B^k \quad (8.58)$$

Выражение (8.57) поясняет, почему тензор g_{ik} называется метрическим: *он позволяет определить инвариантное «расстояние» между двумя точками в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве, или, как более часто отмечается в академическом сообществе, задать метрику этого пространства*.

Наряду с тензорами δ^i_k , g_{ik} , g^{ik} одинаковые компоненты во всех системах координат имеет совершенно *антисимметричный единичный 4-тензор четвертого ранга* e^{iklm} ; он определяется по аналогии с соответствующим трехмерным тензором $e_{\alpha\beta\gamma}$ двумя условиями: во-

первых, $e^{0123} = 1$, во-вторых, e^{iklm} меняет знак при перестановке любых двух индексов. В результате остаются отличными от нуля (и равными ± 1) только те компоненты, у которых все 4 индекса различны; их число равно $4! = 24$.

4-тензор $T^{ik...lm}$ называется **истинным** (англ. true 4-tensor), или просто тензором, если при инверсии пространственных координат (преобразование $x'^0 = x^0, x'^\alpha = -x'^\alpha, \alpha = 1, 2, 3$) он преобразуется как произведение координат $x^i, x^k, \dots, x^l, x^m$. Если же при таком преобразовании тензор приобретает дополнительный множитель -1 , он называется псевдотензором. В соответствии с этим определением g_{ik} – истинный тензор, а e^{iklm} – псевдотензор (этот момент также вполне можно проверить самостоятельно).

8.6. Примеры 4-векторов: релятивистская механика vs электродинамика

В настоящем параграфе, для закрепления пройденного материала дополнительно изучим примеры 4-векторов, которые встречаются не только в релятивистской механике, но также и электродинамике. Итак:

1. Набор четырех величин – 4-радиус-вектор – $x^i = (ct, \vec{r})$ является 4-вектором по определению.

2. Имея 4-радиус-вектор, введем четырехмерную скорость (*4-скорость*). Очевидно, что при делении dx^i на dt , будет получена величина dx^i/dt , которая не является 4-вектором (поскольку dx^i – 4-вектор, а dt – не скаляр). Величину с нужными трансформационными свойствами и размерностью скорости получим при делении dx^i на инвариант $\frac{ds}{c} = d\tau$, где: $ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = c dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$, – бесконечно малый интервал, $d\tau = dt \sqrt{1 - v^2/c^2}$ – собственное время. Производную

$$u^i = \frac{dx^i}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{dx^i}{dt} \quad (8.59)$$

называют **четырёхмерной скоростью** (англ. four dimensional speed). Запишем составляющие 4-скорости через трехмерную скорость:

$$u^i = \left(\frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (8.60)$$

Из последнего выражения находим $u^i u_i = c^2$.

Компоненты 4-скорости в инерциальной системе отсчета K' могут быть выражены через компоненты в системе K по общему правилу $u'^i = a^i_k u^k$. На самом деле, на практике удобно не вычислять u'^i с помощью матрицы преобразования a^i_k (8.36), а просто заменить в выражениях (7.17) для преобразований Лоренца:

$$t \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \vec{r} \rightarrow \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Трансформационные формулы для компонент 4-скорости, как правило, связывают компоненты трехмерной скорости в системах K и K' и позволяют получить (этот момент можно проверить самостоятельно) релятивистский закон преобразования скоростей (7.23).

3. Умножив 4-скорость частицы на ее массу, получим 4-вектор, который называется **четырёхмерным импульсом** (англ. four-dimensional momentum):

$$p^i = m u^i \quad (8.61)$$

или:

$$p^i = \left(\frac{mc}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (8.62)$$

Так как

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = E, \quad \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \vec{p},$$

четырёхмерный импульс можно записать в следующем виде:

$$p^i = (E/c, \vec{p}) \quad (8.63)$$

Проще говоря, энергия (деленная на c) и трехмерный импульс образуют четырехмерный вектор, который называется **4-импульсом**. Опираясь на этот факт, представляется возможным получить, используя свойства 4-векторов, ряд соотношений, в которые входят энергия и импульс частицы. Так, например, вычисляя квадрат 4-импульса и используя для p^i формулу (8.63), приходим к выражению (8.26):

$$E^2/c^2 - p^2 = m^2 c^2 \quad (8.64)$$

Используя же трансформационные свойства 4-векторов, можно найти закон преобразования энергии и импульса при переходе из одной инерциальной системы в другую. Для этого заменим в (7.17) $t \rightarrow E/c^2, \vec{r} \rightarrow \vec{p}$, что приводит нас к следующим уравнениям:

$$\begin{cases} \frac{E}{c^2} = \frac{E'/c^2 + V/c^2 p'_x}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ p_x = \frac{p'_x + V(E'/c^2)}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ p_y = p'_y \\ p_z = p'_z \end{cases} \quad (8.65)$$

При малых скоростях частицы ($v \ll c$) и системы K' ($V \ll c$), что означает также $v' \ll c$, формулы (8.65) переходят в известные нерелятивистские формулы. Записав приближенные равенства

$$E \approx mc^2 + \frac{mv^2}{2}, E' \approx mc^2 + \frac{mv'^2}{2}$$

и учитывая в выражения (8.65) только главные по v/c члены, получаем классические законы преобразования импульса $\vec{p}_{\text{кл}} = \vec{p}'_{\text{кл}} + m\vec{V}$ и энергии (теореме Кёнига⁵⁶):

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + p'_x V + \frac{mV^2}{2}$$

4. Четырёхмерным ускорением называется производная 4-скорости по собственному времени:

$$w^i = du^i/d\tau \quad (8.66)$$

Продифференцировав по τ квадрат 4-скорости $u^i u_i = c^2$, $d/d\tau (u^i u_i) = 2u^i w_i = 0$, приходим к заключению, что четырёхмерные скорость и ускорение ортогональны друг другу.

5. **Четырёхмерной силой** (англ. four dimensional force) называется величина

$$g^i = dp^i/d\tau \quad (8.67)$$

Для того, чтобы выразить компоненты g^i через трёхмерные величины, используем равенство:

$$\frac{dp^i}{d\tau} = \frac{dp^i}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{dp^i}{dt} \quad (8.68)$$

Однако, например, $dp^1/dt = dp_x/dt = F_x$, поэтому, пространственные компоненты выражаются через трёхмерную силу $d\vec{p}/dt = \vec{F}$. Временная компонента выражается через производную от энергии по времени:

$$\frac{dp^0}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dE}{dt}$$

Для того, чтобы преобразовать эту величину, продифференцируем по времени выражение (8.64):

$$\frac{E}{c^2} \dot{E} = \vec{p} \cdot \dot{\vec{p}}$$

Принимая во внимание, что $\vec{p} = E \vec{v}/c^2$, находим:

$$\dot{E} = \vec{F} \cdot \vec{v} \quad (8.69)$$

⁵⁶ Теорема Кёнига позволяет выразить полную кинетическую энергию механической системы через энергию движения центра масс и энергию движения относительно центра масс. Сформулирована и доказана И. С. Кёнигом в 1751 г.

Последнее соотношение, которое выражает изменение энергии через работу силы (обращаем внимание уважаемого читателя, что оно не содержит c) справедливо и в ньютоновой механике. В результате, имеем следующее выражение для *четырёхмерной силы в записи через трехмерные величины*:

$$g^i = \left(\frac{\vec{F} \cdot \vec{v}}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{\vec{F}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (8.70)$$

8.7. Операторы дифференцирования 4-радиус-вектора по его контравариантным компонентам

Продолжая тему 4-радиус-вектора, рассмотрим операторы дифференцирования по его контравариантным компонентам (см. подробнее пп. 8.6):

$$\frac{\partial}{\partial x^i}, i = 0, 1, 2, 3,$$

и найдем, как они преобразуются при переходе к другой системе отсчета.

Так, согласно *правилам дифференцирования сложной функции*:

$$\frac{\partial}{\partial x'^i} = \sum_k \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} \frac{\partial}{\partial x^k}$$

Вычислим $\partial x^k / \partial x'^i$, для чего запишем *правило обратного преобразования для контравариантного вектора (8.47)*: $x^k = (\alpha^{-1})^k_i x'^i$; тогда $\partial x^k / \partial x'^i = (\alpha^{-1})^k_i$. Однако, согласно свойствам, определенным в выражениях (8.48) и (8.46) $(\alpha^{-1})^k_i = \alpha_k^i = \alpha_i^k$, поэтому:

$$\frac{\partial}{\partial x'^i} = \alpha_i^k \frac{\partial}{\partial x^k} \quad (8.71)$$

Сравнивая полученное выражение с (8.41) становится очевидно, что закон преобразования производных (8.71) такой же, как у ковариантных компонент 4-вектора, а значит, оператор $\partial / \partial x^i$ представляет собой *ковариантный вектор*. Его пространственная часть совпадает с оператором $\vec{\nabla}$, а временная представляет собой $\partial / \partial x^0$:

$$\frac{\partial}{\partial x^i} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right) \quad (8.72)$$

Из этого следует, что:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right) \quad (8.73)$$

Таким образом, становятся более очевидными **следующие утверждения**.

Во-первых, если φ – скалярная функция, то $\partial \varphi / \partial x^i$ – ковариантный вектор. Такой результат можно получить и из других рассуждений. Так, запишем дифференциал φ , который является скаляром:

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} dx^i$$

Из правой части этого равенства (*скалярное произведение двух 4-векторов*) следует, что оператор $\partial / \partial x^i$ – это ковариантный вектор.

Во-вторых, производная $\partial A^i / \partial x^k$ – это смешанный тензор 2-го ранга, а производная $\partial A^i / \partial x^k \partial x^l$ – смешанный тензор 3-го ранга.

В-третьих, производная $\partial A^i / \partial x^i$ – четырехмерная дивергенция – это скалярная (инвариантная) величина. В более традиционных обозначениях:

$$\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = \frac{1}{c} \frac{\partial A^0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \quad (8.74)$$

В-четвертых, $\partial^2 / \partial x^i \partial x_i$ – это скалярный оператор, который отличается знаком от оператора Даламбера⁵⁷.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^i \partial x_i} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (8.75)$$

Это учебное пособие является продолжением ранее изданного [98], Пономарев М.Г., Физические Основы Механики, часть 1.

Для демонстрации уникальных приложений Физических Основ Механики приведен также и список публикаций автора, Пономарева Максима Глебовича, [264], [265], [266], [267], [268], [269], [270], [271], [272], [273], [274], [275], [276], [277], [278], [279], [280], [281], [282], [283], [284], [285], [286], [287], [288], [289], [290], [291], [292], [293], [294], [295], [296], [297], [298], [299], [300], [301], [302], [303], [304], [305], [306], [307], [308].

⁵⁷ **Оператор Д’Аламбера** (оператор Даламбера, волновой оператор, даламбертиан) – дифференциальный оператор второго порядка. См. подробнее: *Спирин П.А.* Некоторые математические вопросы теоретической физики. Часть 2 [Текст]: учеб. конспект. – М.: ФИЗФАК МГУ, 2023. – 213 с.

Список используемых и рекомендуемых источников

Научная и учебная литература:

1. Айзерман М.А. Классическая механика. – М.: Наука, 1980. – 368 с.
2. Акустические взаимодействия в газовых потоках [Текст] / под ред. В.Н. Емельянова, К.Н. Волкова. – М.: Физматлит, 2021. – 588 с.
3. Ардашев А.П. Преобразования Лоренца. Новые горизонты [Текст]: [Монография]. – Киров, 2003 (Тип. ТДООШ). – 50 с.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – 5-е изд., стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 416 с.
5. Асипова К.В. Есть ли тяготение закон? [Текст]: новый подход к явлению гравитации в рамках синтез. концепции поля силы притяжения и отталкивания: теорет.-эксперимент. исслед. – Сергиев Посад: Весь Сергиев Посад, 2005. – 159 с.
6. Афонин А.М. Физические основы механики [Текст]: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по техническим направлениям подгот. и специальностям. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. – 366 с.
7. Баутин С.П. Аналитическое и численное моделирование течений газа при учете действия силы Кориолиса = Analitical and numerical modeling the gas flows under the action of the Coriolis force [Текст]: монография / С. П. Баутин, И. Ю. Крутова. – Екатеринбург: УрГУПС, 2019. – 181 с.
8. Баутин С.П. Торнадо и сила Кориолиса [Текст]. – Новосибирск: Наука, 2008. – 92 с.
9. Бекман И.Н. Атомная и ядерная физика: радиоактивность и ионизирующие излучения [текст]: учебник для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 493 с.
10. Бергсон А. Длительность и одновременность. По поводу теории Эйнштейна [Текст]; пер. А. А. Франковский. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 174 с.
11. Биденхарн Л., Лаук Дж. Угловой момент в квантовой физике. Теория и приложения [Текст]. – М.: Мир, 1984. – Т. 1. – 302 с.
12. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики [Текст]. – М.: Наука, 1976. – 664 с.
13. Борн М. Эйнштейновская теория относительности [Текст]. – М.: «Мир», 1972. – 368 с.
14. Боум А. Квантовая механика: основы и приложения [Текст]. – М.: Мир, 1990. – 720 с.
15. Бугаенко Г.А. Механика [Текст]: учебник для вузов / Г.А. Бугаенко, В.В. Маланин, В.И. Яковлев. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 368 с.
16. Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. – Л.: Наука, 1975. – 441 с.
17. Ватульян А.О. Коэффициентные обратные задачи механики [Текст]. – М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2019. – 271 с.
18. Волченко А.П. Преобразования Лоренца как объект классической механики. – М.: URSS, 2022. – 130 с.
19. Галенко П.К. Высокоскоростная динамика в методе фазового поля: микроскопика [Текст]: монография / П. К. Галенко, В. Е. Анкудинов, И. О. Стародумов. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2021. – 239 с.
20. Гарипов Т.Х. Что такое Закон сохранения энергии [Текст]: автореферат: новая редакция истины на Закон сохранения первичной формы движения тел / Т. Х. Гарипов. – Изд. 3-е, перераб. и расш. – Балашиха: Гарипов Т. Х., 2020. – 137 с.

21. *Гаршин А.П.* Относительная атомная масса // В кн.: Общая и неорганическая химия в схемах, рисунках, таблицах, химических реакциях [Текст]: учебное пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2022. – 304 с.
22. *Гладун А.Д.* Элементы релятивистской механики [Текст]: учебно-методическое пособие по курсу Общая физика. – 2-е изд. – М.: МФТИ, 2012. – 37 с.
23. *Голдратт Э.М.* Критическая цепь [Текст]; пер. с англ. – М.: ТООС Центр, 2006 – 272 с.
24. *Голубев Ю.Ф.* Основы теоретической механики. – М.: МГУ, 2000. – 720 с.
25. *Губайдуллин, Д. А.* Аэрогидродинамика дисперсной частицы [Текст]: [монография] / Д.А. Губайдуллин, П. П. Осипов; Российская академия наук, Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр», Институт механики и машиностроения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2020. – 170 с.
26. *Данилов С.В.* Классическая и релятивистская механика: конспект лекций. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2008. – 56 с.
27. Двумерные нестационарные волны в электромагнитоупругих телах [Текст] / [В.А. Вестяк, А.Р. Гачкевич, Р.С. Мусий и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 283 с.
28. *Дерюгин Е.В.* Динамика вращательного движения абсолютно твердого тела [Текст]: учебное пособие / Е. Е. Дерюгин, Л. А. Теплякова. – Томск: Изд-во ТГАСУ, 2010. – 64 с.
29. *Димитриенко Ю.И.* Механика композитных конструкций при высоких температурах [Текст]: [монография] / Ю.И. Димитриенко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. - 447 с.
30. *Ефремов Ю.С.* Квантовая механика [Текст]: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 458 с.
31. *Зар Р.* Теория углового момента. О пространственных эффектах в физике и химии [Текст]. – М.: Мир, 1993. – 352 с.
32. *Земсков А.В.* Моделирование механо диффузионных процессов в многокомпонентных телах с плоскими границами [Текст]: монография / А. В. Земсков, Д. В. Тарлаковский. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. – 283 с.
33. *Зоммерфельд А.* Механика = Sommerfeld A. Mechanik. Zweite, revidierte auflage, 1944 [текст]. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 368 с.
34. *Зуев Л.Б.* Автоволновая пластичность. Локализация и коллективные моды [Текст]: [монография] / Л.Б. Зуев; отв. ред. С.Г. Псахье. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. - 207 с.
35. *Иваницкая О.С.* Обобщенные преобразования Лоренца и их применение [Текст]; под ред. докт. физ.-мат. наук, проф. В.И. Родичева. – Изд. 2-е. – М.: URSS: ЛЕНАНД, сор. 2020. – 226 с.
36. *Иванов В.К.* Физика. Молекулярная физика [Текст]: учеб. пособие. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2021. – 202 с.
37. *Иванов М.Г.* Размерность и подобие [Текст]. – Долгопрудный: б/и, 2019. – 103 с.
38. Исаак Ньютон. Математические начала натуральной философии [Текст]; пер. с лат. и прим. А. Н. Крылова / под ред. Полака Л.С. – М.: Наука, 1989. – 690 с.
39. *Канель Г.И.* Ударные волны в физике твердого тела [Текст]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. - 203 с.
40. *Киселев А.Б.* Закон всемирного тяготения в классическом и квантовом представлении [Текст]. - Иркутск, 2002. – 21 с.
41. *Ковалев А.Е.* Новый подход к явлению гравитации [Текст] / Ковалев А.Е. [и др.]. – М.: Перо, 2014. – 40 с.
42. *Колесников А.А.* Гравитация и самоорганизация [Текст]. – М.: URSS, 2006. – 107 с.

43. Кравченко Н.С. Физика. Часть I. Механика. Молекулярная физика и термодинамика [Текст]: учебное пособие / Н.С. Кравченко, Е.В. Лисичко, С.И. Твердохлебов. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 208 с.
44. Кудрявцев П.С. Курс истории физики [Текст]: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ. спец. – 2 изд., испр. и доп. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
45. Кузнецов Б.Г. Основные принципы физики Ньютона / отв. ред. Григорьян А. Т., Полак Л. С. Очерки развития основных физических идей. – М.: АН СССР, 1959. – С. 186-197.
46. Кузнецов С.И. Физика: оптика. Элементы атомной и ядерной физики. Элементарные частицы [Текст]: учебное пособие для вузов. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 301 с.
47. Кулешов А.С. О первых интегралах уравнений движения тяжелого тела вращения на абсолютно шероховатой плоскости [Текст]. – М.: б/и, 2002. – 19 с.
48. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика [Текст]. – Изд. 4-е, испр. – М.: Наука, 1988. – 215 с.
49. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля [Текст]. – Изд. 7-е, испр. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
50. Лошкарева Е., Лукаш П., Ниненко И., Смагин И., Судаков Д. Навыки будущего. Что нужно знать и уметь в новом сложном мире [Текст]: доклад. – М.: Ворлдскиллс Россия, 2020. – 93 с.
51. Мамчур Е.А. Объективность науки и релятивизм: (К дискуссиям в современной эпистемологии) [Текст]. – М.: РАН Институт философии, 2004. – 242 с.
52. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности = Mechanics and relativity theory [Текст]: учебное пособие. – 4-е изд., стер. – СПб. [и др.]: Лань, 2009. – 324 с.
53. Международная система единиц (SI). – 9-е изд. – М.: Росстандарт, 2019. – 100 с.
54. Механика. Отдельные главы [Текст]: учеб. пособие / сост.: А. А. Русинов, Д. Н. Вандышев, В. И. Житенев, Е. А. Русинова. – Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2022.— 94 с.— ISBN 978-5-7996-3415-5.
55. Мещанин А.П. Откуда взялась гравитация, или Тайна природы универсального механизма гравитации Вселенной в рамках закона всемирного тяготения Ньютона и наша Солнечная система (новый взгляд) [Текст]. – М.: Спутник+, 2020. – 16 с.
56. Михайлов В.Н. Закон всемирного тяготения [Текст]. – изд. 3-е, перераб. – М.: УРСС, 2004. – 181 с.
57. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики [Текст]: [учеб. пособие для ун-тов] / под ред. проф. П. М. Огибалова. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1961. – 478 с.
58. Моренко В.И. Общая теория относительности и корпускулярно-волновой дуализм материи [Текст]. – [Изд. 2, доп. и перераб.]. – М.: Дизайн-студия Стайл-А, 2004. – 116 с.
59. Мултановский В.В. Классическая механика [Текст]: учебное пособие для студентов педагогических и технических высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области физики и естественнонаучного образования. – 2-е изд., перераб. – М.: Дрофа, 2008. – 382 с.
60. Мурзин А.О. Законы Ньютона [Текст]: учебно-методическое пособие / А. О. Мурзин, А. А. Шейкин, И. В. Блашков. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2021. – 59 с.
61. Мусин Ю.Р. Физика: механика [Текст]: учебное пособие для среднего профессионального образования. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 262 с.
62. Ньютон. Закон всемирного тяготения. Самая притягательная сила природы [Текст]: [пер. с исп.] / В кн.: «Наука. Величайшие теории»; изд., учред., ред.: ООО «Де Агостини». – М.: Де Агостини, 2015. – 167 с.

63. Паули В. Общие принципы волновой механики [Текст]. – М.: ОГИЗ, 1947. – 333 с.
64. Платонов А.А. Произвольное движение инерциальных систем отсчета и группа тригонометрических преобразований Лоренца. – СПб.: Страта, 2022. – 209 с.
65. Погребысский И.Б. От Лангранжа к Эйнштейну: классич. механика XIX в. / АН СССР. Эйнштейновский ком. – М.: Наука, 1966. – 327 с.
66. Пожарский Д.А. Фундаментальные решения статики упругого клина и их приложения [Текст] / Д.А. Пожарский. – Ростов-на-Дону: ООО «ДГТУ-Принт», 2019. – 311 с.
67. Приходовский М.А. Математическая модель формирования и вращения галактик под действием сил Кориолиса на четырёхмерной гиперсфере [Текст]: препринт. – Томск: Иван Фёдоров, 2019. – 46 с.
68. Радул Д.Н. История и философия науки: философия математики [Текст]: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 385 с.
69. Релятивизм как болезнь современной философии [Текст]; отв. ред. В.А. Лекторский. – М.: Канон+, 2015. – 392 с.
70. Рыжиков С.Б. Энергия и движение. Физика [Текст]: [физика Аристотеля. Законы Ньютона. Золотое правило механики. Сила трения. Плавание и полёты. Тепловые машины / [Рыжиков С. Б., Рыжикова Ю. В.]. – М.: ОЛМА Медиа Групп, 2014. – 303 с.
71. Сазанов А.А. Четырёхмерный мир Минковского. – М.: Наука, 1988. – 224 с.
72. Сазонов А.А. Четырёхмерная модель мира по Минковскому. – М.: URSS, 2022. – 288 с.
73. Сивухин Д.В. Общий курс физики [Текст]. – Изд. 4-е. – М.: Физматлит, 2002. – Т. I. Механика. – 792 с.
74. Складорова Е.А. Физика. Механика [Текст]: учебное пособие для вузов / Е. А. Складорова, С. И. Кузнецов, Е. С. Кулюкина. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2022. – 248 с.
75. Сложное движение точки [Текст]: методические указания для самостоятельной работы по дисциплинам «Теоретическая механика», «Механика»; сост.: О.В. Емельянова, С.Ф. Яцун, О.Г. Локтионова. – Курск: Юго-Зап. гос. ун-т, 2013. – 18 с.
76. Сметана А.И. Новый взгляд на природу сил взаимодействия [Текст] / А. И. Сметана, С. А. Сметана. – М.: URSS, 2007. – 155 с.
77. Сота С. Движение по кругу. Закон гравитации [Текст]; [пер.: Г. Кириллов]. – Калуга: Акватинта, сор. 2016. – 15 с.
78. Спирин П.А. Некоторые математические вопросы теоретической физики. Часть 2 [Текст]: учеб. конспект. – М.: ФИЗФАК МГУ, 2023. – 213 с.
79. Ступишин Л.Ю. Критические уровни внутренней потенциальной энергии деформации твердых деформируемых тел [Текст]: монография. – М.; Курск: Университетская книга, 2022. – 386 с.
80. Тимофеев Е.И. Электричество. Роль законов сохранения импульса и момента импульса электронов в электродинамике Ампера [Текст]. – М.: Тимофеев Е. И., 2011. – 34 с.
81. Трубачев О.О. История и методология физики. – М.: ФИЗФАК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2021. – 64 с.
82. Усенко А.С. Сила Кориолиса [Текст]. – Краснодар: Традиция, 2020. – 295 с.
83. Ухватов А.В. Законы электричества и гравитации при движении [Текст]. – 2-е изд. – Саранск: Тип. «Красный Октябрь», 2001. – 16 с.
84. Учайкин В.В. Механика. Основы механики сплошных сред [Текст]: учебник / В. В. Учайкин. – 2-е изд., стер. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2021. – 858 с.

85. Федулов И.Н. Закон сохранения импульса и эффект инверсии импульса [Текст]: новое применение в теории космических полетов. – М.: Ленанд, 2015. – 19 с.
86. Фейнман Р. Ф. Фейнмановские лекции по физике [Текст]. Вып. 1 Современная наука о природе. Законы механики. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 440 с.
87. Фок В.А. Теория пространства времени и тяготения. – 2-е изд., доп. – М.: Гос.изд. физ.-мат. лит., 1961. – С. 568.
88. Фрейман Л.С. К истории доказательства теоремы Кориолиса // Труды института истории естествознания и техники; гл. ред. Н. А. Фигуровский. – М.: АН СССР, 1956. – Т. 10. – С. 213-244.
89. Храмов Ю.А. Физики: Биографический справочник. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983. – 400 с.
90. Цветков А.В. Фотон и геометрия. – М.: Беловодье, 2005. – 62 с.
91. Чернышенко Л.В. Уточнение формулировок закона сохранения энергии и пределов его применимости [Текст]: (методическое руководство). – Таганрог: Ньюанс, 2017. – 11 с.
92. Ширков Д. В. Физика микромира [Текст]. – М.: Советская энциклопедия, 1980. – 527 с.
93. Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика [Текст]. – М.: Наука, 1972. – 672 с.
94. Элементы классической и релятивистской механики [Текст]: учеб. пособие / сост.: В.Я. Чечуев, С.В. Викулов, И.М. Дзю. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2012. – 80 с.
95. Яковлев В.И. Предыстория аналитической механики [Текст]. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 328 с.
96. Milner R.G. A Short History of Spin (англ.) // Contribution to the XVth International Workshop on Polarized Sources, Targets, and Polarimetry. – Charlottesville, Virginia, USA, September 9-13, 2013. – arXiv:1311.5016.
97. The 12 Transferable Skills from UNICEF's Conceptual and Programmatic Framework. Panama: United Nations Children's Fund (UNICEF), 2022. – 35 p.
98. Пономарев М. Г. Физические Основы Механики [Текст]: учебное пособие для высшего образования [в 2 ч.] Часть 1 «Ньютонова механика». – Москва: Издательство «Мир науки», 2023. – 99 с.

Статьи и публикации:

99. Алюшин Ю.А. Энергетическая модель механики в горном деле // ГИАБ. 2014. №1. С. 311-320.
100. Амирханов И.В., Барбашов Б.М., Гусев А.А., Первушин В.Н., Шувалов С.А., Винуцкий С.И., Захаров А.Ф., Зинчук В.А. Ньютоновский потенциал в общей теории относительности в конечном пространстве // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. 2007. №1-2. С. 123-135.
101. Андреев А.В. Восемьдесят лет парадоксу Клейна // РЭНСИТ. 2010. №1-2. С. 3-43.
102. Андреев А.Ю., Киржниц Д.А. Точные решения одномерной задачи общей теории относительности // Краткие сообщения по физике ФИАН. 1996. №5-6. С. 34-38.
103. Андреев С. Н., Еремеечева Ю. И., Тараканов В. П. Особенности отражения фемтосекундного лазерного импульса от резкой границы релятивистской лазерной плазмы // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2013. №8. С. 25-32.

104. Анисимова Т.А., Сабирова Ф.М. Актуализация магистерской программы «цифровое образование» посредством дополнения ее модулем «технологии STEAM-образования» // Общество: социология, психология, педагогика. 2022. №8 (100). С. 186-191.
105. Арбит О.А. О решении уравнений лагранжевой гидродинамики // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2014. №3 (29). С. 39-44.
106. Аринчев С.В. Третий закон Ньютона – это не догма. Это расчетная гипотеза // Известия вузов. Машиностроение. 2020. №6 (723). С. 36-50.
107. Афонасьева А. Б., Зайцев А. А. Влияние силы Кориолиса на распространение вынужденных длинных морских волн // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: Физико-математические и технические науки. 2010. №4. С. 8-13.
108. Бальбус И.А. Крупномасштабные модели атмосферы за пределами традиционного приближения // Символ науки. 2020. №6. С. 8-10.
109. Баскин В. Э. Нестационарные вихревые движения слабо-возмущенного газа и преобразования Лоренца // Ученые записки ЦАГИ. 1971. №4. С. 15-21.
110. Баутин С.П. Линеаризованная система уравнений газовой динамики при учёте действия силы Кориолиса и её некоторые решения // МСМ. 2019. №3 (51). С. 59-73.
111. Баутин С.П., Бугаенко А.А., Крутова И.Ю. Частные решения линеаризованной системы уравнений газовой динамики при учёте действия силы Кориолиса // МСМ. 2020. №1 (53). С. 82-93.
112. Беднов Б.Б. О точках Штейнера в пространстве непрерывных функций // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2011. №6. С. 26-31.
113. Белашов А.Н. Опровержение закона сохранения энергии // МНИЖ. 2013. №9-1 (16). С. 7-19.
114. Беловол А.В. Законы механики и универсальные законы природы // Вестник ХНАДУ. 2013. №60. С. 148-153.
115. Берестовой А. М., Надточий В. А. Гравитационное красное смещение // ФМО. 2020. №1 (23). С. 11-15.
116. Бирюков В. В., Грачев В. А. Моделирование электромагнитного поля прямоугольного волновода с использованием преобразований Лоренца // Вестник ННГУ. 2014. №2-1. С. 164-169.
117. Богословский М.М. Новая формулировка закона сохранения энергии // Наука, техника и образование. 2022. №1 (84). С. 5-11.
118. Бордонская Л.А., Серебрякова С.С. К 150-летию создания Джеймсом Клерком максвеллом теории электромагнитного поля // Учёные записки ЗабГУ. Серия: Физика, математика, техника, технология. 2015. №3 (62). С. 143-148.
119. Брусин С.Д. Открытие новой формы материи и анализ фундаментальных положений науки // Евразийский Союз Ученых. 2017. №2 (35). С. 58-62.
120. Брусник О.В. Мировоззренческий аспект специальной теории относительности // Вестник ТГПУ. 2004. №6. С. 122-127.
121. Будехин А.П. Электромагнитное поле в метрическом тензоре общей теории относительности // Вестник БГУ. 2008. №4. С. 13-18.
122. Бурьян Ю.А., Чернявская Д.Д., Чернявский Д.И. Закон сохранения энергии при центральном ударе двух тел // ОНВ. 2016. №2 (146). С. 5-8.
123. Ваганов А.Г. Анти-ньютон – феномен дилетантской науки на примере попыток опровержения закона всемирного тяготения // Управление наукой: теория и практика. 2020. №4. С. 2-4-225.

124. Варфаламеева С.А., Ларченкова Л.А. Построение иерархии математических моделей при решении задач на закон сохранения импульса // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. 2017. №183. С. 14-21.
125. Васильев Э.Ф. Объективность и наблюдаемость теории относительности эйнштейна и теории релятивистской массы // Наука и образование сегодня. 2020. №10 (57). С. 5-9.
126. Васильев Э.Ф. Сравнение роли массы в теориях Ньютона и Эйнштейна // Наука и образование сегодня. 2020. №9 (56). С. 5-8.
127. Васильков Г.В. Локальный закон сохранения энергии деформаций в саморегулирующихся механических системах // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2003. №2. С. 17-23.
128. Вельгас Л.Б., Яволинская Л.Л. Нет никакой силы всемирного тяготения // Интерактивная наука. 2020. №6 (52). С. 52-53.
129. Вернов С. Ю., Хрусталева О. А., Чичикина М. В. Квантование релятивистски инвариантных систем в терминах групповых переменных Боголюбова. I. операторы координаты и импульс // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2004. №1. С. 3-6.
130. Витко А.В. Законы сохранения энергии и импульса с применением релятивистских понятий полной энергии, импульса, запаса скорости и массы тела // Евразийский Союз Ученых. 2020. №12-4 (81). С. 18-22.
131. Вышинский В.А. «Коррекция» закона всемирного тяготения // Sciences of Europe. 2018. №25-2 (25). С. 22-31.
132. Галкин А. Л., Галстян А. М., Коробки В. В., Романовский М. Ю., Ширяев О. Б. Движение заряженной частицы в поле короткого лазерного импульса релятивистской интенсивности // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2007. №3. С. 31-40.
133. Галкин А. Л., Калашиников М. П., Трофимов В. А. Угловое распределение электронов в поле короткого лазерного импульса релятивистской интенсивности // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2012. №8. С. 35-42.
134. Гальцов Д.В., Мелкумова Е.Ю., Спирин П. Гравитационное столкновение частиц с доменными стенками и релятивистские потенциалы // Вестник ТГПУ. 2014. №12 (153). С. 70-79.
135. Гантимуров А.Г. Интерпретация формулы $E = mc^2$ на основе уравнения Гельберта-Эйнштейна для заряженных равновесных образований // Вестник БГУ. Химия. Физика. 2012. №3. С. 192-195.
136. Геворкян С.Г., Голубов Б.Н. Развитие представлений о метрике пространства-времени в окрестности Земли и проблема формулировки закона всемирного тяготения // Электронное научное издание Альманах Пространство и Время. 2014. №1-1. С. 5.
137. Грановский Я.И. О сохранении энергии в общей теории относительности // Вестник НовГУ. 2022. №3 (128). С. 133-134.
138. Григорьев М.А. Единый гармонично пульсирующий периодический закон массы и гравитации // The Scientific Heritage. 2020. №53-2. С. 19-53.
139. Гришина О.В. Квантовая теория и Восточная философия о принципиальном единстве Вселенной // Инновационная наука. 2015. №6-2. С. 10-13.
140. Гришковский В.Е. Об усовершенствовании опыта Майкельсона, несостоятельности корпускулярной теории и происхождении Вселенной // Достижения вузовской науки. 2014. №11. С. 167-172.
141. Давидович М.В. Законы сохранения и плотности энергии и импульса электромагнитного поля в диспергирующей среде // Изв. Саратов. ун-та Нов. сер. Сер. Физика. 2012. №1. С. 46-54.

142. Дерябин С.Л., Мезенцев А.В. Численно-аналитическое моделирование газовых течений, примыкающих к вакууму в условиях действия сил тяготения и Кориолиса // ЖВТ. 2010. №5. С. 51-57.
143. Джохадзе Д.В. Античный диалог и диалектика Архивная копия от 18 декабря 2014 на Wayback Machine // Философия и общество. 2012. № 2. С. 23-45.
144. Еганова И.А., Каллис В. Основание Мира Минковского как математической структуры: к ответу на вопрос Римана // МСМ. 2017. №4 (44). С. 33-48
145. Егоров Г.В. О роли законов сохранения в физике // Вестник БГУ. 2014. №1. С. 291-294.
146. Ермолин В.Б. Кориолисово ускорение и его влияние на космические объекты // Наука без границ. 2017. №2 (7). С. 74-93.
147. Ернылева С. Е., Богданкевич И. Л., Лоза О. Т. Механизм укорочения импульса излучения плазменного релятивистского СВЧ-генератора // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2013. №7. С. 10-23.
148. Ернылева С.Е., Лоза О.Т. Устранение срыва излучения плазменного релятивистского СВЧ-генератора // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2014. №2. С. 20-25.
149. Жарова Н.Р. Аналитическое и численное решения линейного неоднородного дифференциального уравнения в задаче теоретической механики «исследование движения материальной точки» при помощи MAPLE и MATHCAD // The Scientific Heritage. 2021. №73-2. С. 44-50.
150. Жмудь В.А. Закон сохранения энергии в астрофизике // Автоматика и программная инженерия. 2020. №3 (33). С. 144-148.
151. Жмудь В.А. О физических объяснениях некоторых природных процессов // Автоматика и программная инженерия. 2020. №3 (33). С. 74-78.
152. Захаров А.Ю., Бичурин М.И. Равновесные и квазиравновесные состояния микрогетерогенных многокомпонентных систем с внутренними степенями свободы частиц // Вестник НовГУ. 2010. №55. С. 4-6.
153. Зырянов Д.Е., Шастовский П.С. Влияние силы Кориолиса на направление движения ветра // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2019. №. С. 489-491.
154. Идаятов Э.И., Абдурахманов А.А., Мусаев Г.М., Рабазанов А.К. Псевдо-ортонормированные локальные базисные векторы в общей теории относительности // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1: Естественные науки. 2007. №1. С. 5-8.
155. Ильченко В.Л. Квантование лунной гравитации (энергии приливной волны) в земной оболочке и «Квантовая» основа силы упругости // Вестник Кольского научного центра РАН. 2017. №1. С. 34-42.
156. Ильченко Д.В., Ильченко Л.И. Электродинамика. Часть 1. Природа сил электромагнитной индукции. Новый взгляд: Лоренц или Лармор? // Проблемы Науки. 2021. №4 (161). С. 9-20.
157. Ишлинский А.Ю. К вопросу об абсолютных силах и силах инерции в классической механике // Сб. науч.-мет. ст. «Теоретическая механика». 2000. № 23. С. 3-8.
158. Клименко А.В., Клименко В.А. Частицы, античастицы и гравитация. Антитяготение // Вестник ЧелГУ. 2013. №19 (310). С. 78-88.
159. Козлов В.В. Сила Лоренца и ее обобщения // Rus. J. Nonlin. Dyn., RJND. 2011. №3. С. 627-634.
160. Козырева Н.В. STEM-форма в профорientации обучающихся образовательных организаций // Образование. Карьера. Общество. 2022. №4 (75). С. 15-18.

161. Колесникова Е.М., Куденко И.А. Интерес к STEM-профессиям в школе: проблемы про-
фориентации // Социологические исследования. 2020. № 4. С. 124-133.
162. Кочетков А.В., Федотов П.В. Анализ понятия «Пространство» в общей теории относи-
тельности // Пространство и Время. 2012. №4. С. 42-49.
163. Кочетков А.В., Федотов П.В. Общая теория относительности и параметрический пост-
ньютоновский формализм // Вестник евразийской науки. 2013. №3 (16). С. 73.
164. Кочетков А.В., Федотов П.В. Проблема итогов научной революции в физике начала
XX века // НАУ. 2015. №2-10 (7). С. 27-30.
165. Кочетков А.В., Федотов П.В. Специальная теория относительности А. Эйнштейна:
комментарии и сомнения // Пространство и Время. 2013. №1 (11). С. 49-57.
166. Кочетков А.В., Федотов П.В. Энергия фотона или энергия излучений: уточненный вид
формулы А. Эйнштейна // Вестник евразийской науки. 2015. №6 (31). С. 114.
167. Кочетков А.В., Федотов П.В., Шашков И.Г., Ермолаева В.В. Вывод формулы связи
энергии и частоты в макро- и микромеханике // Вестник евразийской науки. 2014. №3 (22). С.
107.
168. Кошман В. От закона всемирного тяготения к оценке гравитационной массы вселенной
// Norwegian Journal of Development of the International Science. 2022. №80. С. 45-49.
169. Кошман В.С. Закон всемирного тяготения и космологическое расширение вселенной //
The Scientific Heritage. 2021. №74-1. С. 25-27.
170. Кошман В.С. Закон всемирного тяготения и уравнения связи между параметрами кос-
мологического расширения вселенной // The Scientific Heritage. 2021. №80-2. С. 49-51.
171. Кошман В.С. Закон всемирного тяготения как ключ к разгадке космологических зага-
док природы // The Scientific Heritage. 2021. №80-2. С. 45-48.
172. Кошман В.С. Информативность закона всемирного тяготения в реалиях XXI века //
Sciences of Europe. 2021. №84-1. С. 35-40.
173. Кошман В.С. К вопросу оценки «трудового стажа» закона всемирного тяготения //
Norwegian Journal of Development of the International Science. 2021. №69-1. С. 45-47.
174. Кошман В.С. От глубинной сущности законов всемирного тяготения и Стефана – Боль-
цмана к описанию космологической эволюции вселенной // The Scientific Heritage. 2021. №79-
1. С. 23-28.
175. Кошман В.С. От физической сущности законов всемирного тяготения и Стефана Боль-
цмана к вопросу космологической динамики вселенной // The Scientific Heritage. 2021. №78-2.
С. 61-64.
176. Кречет В.Г. Астрофизические эффекты гравитационного взаимодействия вихревых по-
лей // Ярославский педагогический вестник. 2010. №1. С. 71-77.
177. Крымский Г.Ф. Специальная теория относительности и механика силовых линий //
Вестник СВФУ. 2009. №1. С. 39-45.
178. Ксендзов В.А. Динамика движения частицы по горизонтальному неподвижному диску,
перемещаемой вертикально расположенной к нему прямолинейной лопастью // Вестник
РГАТУ. 2016. №4 (32). С. 98-100.
179. Кузнецов С. А., Дикий Р. В. Закон сохранения момента импульса в динамическом ана-
лизе механизмов // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки.
2007. №3. С. 28-30.
180. Куролес В.К. Преобразования Лоренца без парадоксов // Актуальные проблемы гума-
нитарных и естественных наук. 2015. №10-1. С. 19-24.

181. Курочкин Ю. Специальная теория относительности и геометрия Лобачевского // Наука и инновации. 2016. №157. С. 51-56.
182. Лебедев С.П. Элейское мышление в современной физике. Часть 1. Предпосылки. Преобразования Лоренца // Вестник РХГА. 2022. №3-1. С. 11-27.
183. Левин Б.М. Возможность экспериментального обоснования «гипотезы об Антивселенной» в четырёхмерной модели мира «по Минковскому» // Евразийский научный журнал. 2022. №8. С. 7-15.
184. Липанов А.М., Кодолов В.И., Кораблев Г.А. Применение функций Лагранжа и пространственно-энергетических параметров для определения вероятности процессов // Химическая физика и мезоскопия. 2005. №1. С. 6-22.
185. Ляхов А.И., Слепнев Н.Ф. Ускорение и силы Кориолиса, их влияние на характер распределения золота по площади и поперечному сечению аллювиальных россыпей // Вестник ИрГТУ. 2004. №1 (17). С. 48-53.
186. Макаров В.Н., Баутин С.П., Баутин К.В., Горбунов С.А. Исследование циркуляционного течения атмосферного воздуха под действием силы Кориолиса // Известия УГТУ. 2013. №2 (30). С. 35-38.
187. Макеев Н. Н. Творец синтетической геометрии (к 215-летию со дня рождения Якоба Штейнера) // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2013. №1 (13). С. 69-77.
188. Малова И.Е., Гельфман Э.Г. Приёмы доказательства теоремы Штейнера-Лемуса // Ученые записки ОГУ. Серия: Гуманитарные и социальные науки. 2020. №3 (88). С. 203-207.
189. Малых В.С., Феклистов Г.С. Адекватность законов Ньютона для задач динамики систем с голономными связями // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 4: Естественно-математические и технические науки. 2014. №2 (137). С. 55-59.
190. Матвеев В.И. Релятивистское обобщение приближения внезапных возмущений // Arctic Environmental Research. 2008. №1. С. 91-97.
191. Мацевич И.С. Естественно-научное образование будущего: STEM-технологии в современном образовательном пространстве // ELS. 2022. №октябрь. С. 55-58.
192. Меньшов Е.Н. Роль калибровки Лоренца в электродинамике // Вестник УлГТУ. 2019. №2 (86). С. 51-54.
193. Моисеев Б.М. О подтверждении второго постулата специальной теории относительности // Вестник КГУ. 2014. №6. С. 14-18.
194. Моисеев Б.М., Яковлев В.Ю. Эпистемологические проблемы второго постулата специальной теории относительности // Вестник КГУ. 2012. №5. С. 14-18.
195. Набиев Ш.И., Юсупов О.Я., Курбонова Ф.К., Садиров С.Х. Безмассовые частицы – основа мироздания // Science Time. 2016. №4 (28). С. 592-595.
196. Нагибин Г.Е. Решение задачи о движении тела в поле тяготения с учетом сил инерции // Известия ТПУ. 2008. №2. С. 59-61.
197. Настасенко В.А. Новое толкование постоянной Планка и закона сохранения импульса движения // Вестник Херсонского национального технического университета. 2012. №2 (45). С. 16-20.
198. Невдах В.В. О выполнении закона сохранения энергии в теории упругих волн // Наука и техника. 2021. №2. С. 161-167.
199. Никонов О.А. Диалектика принципа соответствия и математический аппарат специальной теории относительности // Вестник МГТУ. 2013. №2. С. 344-349.

200. Никонов О.А. Принцип дополнительности в философии и специальная теория относительности // Вестник МГТУ. 2000. №3. С. 457-460.
201. Носов М.А., Колесов С.В., Нурисламова Г.Н., Большакова А.В., Семенцов К.А., Карпов В.А. Роль силы Кориолиса в динамике волн, возбуждаемых в океане глубоководными землетрясениями // ЖВТ. 2019. №1. С. 73-85.
202. Павлечко В.Н., Протасов С.К. К вопросу о теоретическом давлении радиального нагнетателя с учетом силы Кориолиса // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки. 2014. №11. С. 81-84.
203. Палешева Е.В. К вопросу о спинорных духах в общей теории относительности // Вестник ОмГУ. 2004. №4. С. 19-21.
204. Пивоваров В.Г., Никонов О.А. Методологические аспекты вывода преобразований Лоренца при выборе стандартов длины и времени // Вестник МГТУ. 1999. №1. С. 119-124.
205. Пивоваров В.Г., Пивоваров В.В. Вывод преобразований Лоренца без использования постулата о постоянстве скорости света // Вестник МГТУ. 2002. №2. С. 281-292.
206. Плясовских А.П. О наглядном геометрическом представлении движения материальной точки в пространстве и времени на примере воздушного движения // Crede Experto: транспорт, общество, образование, язык. 2021. №1. С. 6-29.
207. Подберезкин С. М. Обобщенные преобразования Лоренца // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 1996. №4. С. 106-124.
208. Подберезкин С.М. Анализ обобщенных преобразований Лоренца // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2001. №12. С. 157-164.
209. Поддубный Н.В. Философская интерпретация природы внутренней взаимосвязи трех законов механики Ньютона // Наука. Искусство. Культура. 2022. №2 (34). С. 154-165.
210. Полищук Р.Ф. Каноническая связность и законы сохранения в гравитации // Краткие сообщения по физике ФИАН. 2014. №7. С. 8-19.
211. Полищук Р.Ф. Конец общей теории относительности // Discrete and Continuous Models and Applied Computational Science. 2013. №1. С. 260-273.
212. Похмельных Л.А. Физика близкодействия. Базовые соотношения // Вестник науки и образования. 2021. №13-1 (116). С. 6-22.
213. Романенко В.А. Преобразования Лоренца в вертикальной гиперплоскости // Проблемы Науки. 2019. №3 (136). С. 5-20.
214. Романенко В.А. Теория времени и специальная теория относительности // Проблемы Науки. 2015. №4 (34). С. 8-24.
215. Романов В.А., Бескачко В.П. Идентификация гироскопических сил в колебательной системе расхождомера Кориолиса // Вестник ПНИПУ. Механика. 2021. №3. С. 129-140.
216. Рындин В.В. Вывод уравнения первого закона термодинамики на основе законов и механики Ньютона и статистической физики // Наука и техника Казахстана. 2005. №2. С. 114-122.
217. Рысин А., Бойкачев В., Никифоров И. Вывод силы Лоренца, усовершенствованных уравнений максвелла, констант электрической и магнитной проницаемостей из преобразований Лоренца // EESJ. 2016. №6. С. 15-157.
218. Рысин А., Бойкачев В., Никифоров И. Сила Кориолиса как результат выполнения СТО И ОТО Эйнштейна // EESJ. 2015. №3. С. 113-118.
219. Рысин А.В., Никифоров И.К., Бойкачев В.Н., Хлебников А.И. Динамика взаимодействия противоположностей на основе формулы мироздания и дальнейшего развития законов философии // Sciences of Europe. 2020. №60-2. С. 45-56.

220. Рысин А.В., Никифоров И.К., Бойкачев В.Н., Хлебников А.И. Подгонка под результат в квантовой и классической механике // *Sciences of Europe*. 2021. №66-2. С. 50-65.
221. Рысин А.В., Никифоров И.К., Бойкачев В.Н., Хлебников А.И. Физика и логика принципа взаимодействия объектов мироздания // *Sciences of Europe*. 2021. №72-1. С. 32-51.
222. Рысин А.В., Рысин О.В., Бойкачев В.Н., Никифоров И.К. Парадокс связи электромагнитного поля с преобразованиями Лоренца и вывод силы Лоренца из уравнений Максвелла // *Sciences of Europe*. 2017. №22-1 (22). С. 52-61.
223. Рысин А.В., Рысин О.В., Бойкачев В.Н., Никифоров И.К. Парадоксы вычисления боровских орбит в квантовой механике на основе системы измерения Си // *Sciences of Europe*. 2019. №42-2 (42). С. 50-58.
224. Рысин А.В., Рысин О.В., Бойкачев В.Н., Никифоров И.К. Парадоксы электронно-позитронного вакуума и математических преобразований в квантовой механике // *Sciences of Europe*. 2019. №43-1 (43). С. 28-42.
225. Рысин А.В., Рысин О.В., Бойкачев В.Н., Никифоров И.К. Уравнения Максвелла, как результат отражения преобразований Лоренца-Минковского в противоположности // *Sciences of Europe*. 2016. №8-1 (8). С. 104-113.
226. Салин А.А., Гришин Н.С., Поникаров С.И. Действие сил Кориолиса на радиальные потоки в центробежных экстракторах // *Вестник Казанского технологического университета*. 2014. №7. С. 228-231.
227. Салосин Е.Г. Замена преобразований Лоренца // *Глобус*. 2022. №1 (66). С. 36-40.
228. Сафиуллин Р.К. Движение и силы в неинерциальных системах отсчета. Влияние силы Кориолиса на климат Земли // *Известия КазГАСУ*. 2014. №1 (27). С. 253-260.
229. Си Дж С. Мезомеханика взаимодействия энергии и массы в диссипативных системах // *Физ. мезомех.* 2010. №5. С. 27-40.
230. Страданченко С.Г., Прокопов А.Ю., Басакевич С.В., Курнаков В.А. Оценка влияния силы Кориолиса на подъемный сосуд и жесткую армировку вертикального ствола в зависимости от кинематики подъема // *Известия ТулГУ. Естественные науки*. 2009. №3. С. 317-325.
231. Сумачев Ю.Н. Закон всемирного тяготения и гравитационная постоянная: уточнение понятий. Предложения // *Инновационная наука*. 2021. №8-1. С. 12-15.
232. Сумачев Ю.Н. Эфирный ветер: куда и откуда дует // *Инновационная наука*. 2022. №10-2. С. 6-10.
233. Сучилин В.А. Об использовании преобразований Лоренца в задачах математической физики // *Проблемы науки*. 2018. №12 (36). С. 18-21.
234. Таранников Ю.В. О рангах подмножеств пространства двоичных векторов, допускающих встраивание системы Штейнера $s(2, 4, v)$ // *ПДМ*. 2014. №1 (23). С. 73-76.
235. Терехин В.А. К особым свойствам земной гравитации // *Евразийский научный журнал*. 2020. №7. С. 29-31.
236. Трунев А.П. Аномальное движение орбит в общей теории относительности // *Научный журнал КубГАУ*. 2014. №98. С. 14-31.
237. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность в общей теории относительности // *Научный журнал КубГАУ*. 2015. №107. С. 1180-1225.
238. Трунев А.П. Метрика местного Супер-кластера галактик и общая теория относительности // *Научный журнал КубГАУ*. 2013. №94. С. 1-10.
239. Трунев А.П. Метрика ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности // *Научный журнал КубГАУ*. 2015. №107. С. 1732-1754.

240. Трунев А.П. Общая теория относительности и метрика галактик // Научный журнал КубГАУ. 2013. №94. С. 46-54.
241. Трунев А.П. Общая теория относительности и метрики неоднородной вращающейся Вселенной // Научный журнал КубГАУ. 2014. №95. С. 82-102.
242. Трунев А.П. Скорость гравитации и сверхбыстрое движение в общей теории относительности // Научный журнал КубГАУ. 2014. №100. С. 98-108.
243. Федоровский В.Е. О законе всемирного тяготения // Инновационная наука. 2021. №2. С. 18-23.
244. Федоткин А.Н. Уравнения Гамильтона в релятивистской механике классической материальной точки в приближении малых импульсов // Вестник МГУ. 2007. №3. С. 8-14.
245. Феоктистов В.В., Феоктистова О.П., Чернышева И.Н. Гаспар-Гюстав Кориолис и эйлеровы силы инерции // Машиностроение и компьютерные технологии. 2017. №6. С. 185-197.
246. Харитонов В.И. Эксперимент, опровергающий специальную и общую теории относительности А. Эйнштейна // Проблемы науки. 2017. №4 (17). С. 19-24.
247. Харлаб В.Д. О двух важных результатах специальной теории относительности // Проблемы науки. 2019. №10 (46). С. 7-10.
248. Цапурин К.С., Цапурин Л.М. О возможности противодействия силам тяготения (гравитации) // Проблемы науки. 2018. №12 (36). С. 22-25.
249. Цой В.И. Необратимость времени в общей теории относительности // Изв. Саратов. ун-та Нов. сер. Сер. Физика. 2022. №4. С. 374-379.
250. Цыденов Б.О. Влияние силы Кориолиса и ветра на динамику осеннего термобара // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2019. №1. С. 64-68.
251. Червенчук В.Д. К вопросу о физическом смысле преобразований Лоренца // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2015. №2. С. 34.
252. Чеснокова К.В. Об отображении, сопоставляющем тройке точек банахова пространства их точку Штейнера // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2016. №2. С. 40-44.
253. Чуев Н.П. Задача Коши для системы интегральных уравнений типа Вольтерра, описывающей движение конечной массы самогравитирующего газа // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. 2020. №. С. 35-50.
254. Чуприков Н.Л. О совместимости корпускулярных и волновых свойств частицы в двухщелевом эксперименте // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2011. №2 (23). С. 235-242.
255. Ширяев О.Б. Математическое моделирование энергетических спектров, формирующихся при ускорении электронов релятивистски интенсивными гауссовскими и лаггерровскими лазерными импульсами // Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении. 2021. №1 (11). С. 4-12.
256. Эткин В.А. Альтернатива закону тяготения Ньютона // Проблемы науки. 2020. №6 (54). С. 6-13.
257. Яковлева А.Ф. Размышления над книгой «Релятивизм как болезнь современной философии» // Философия науки. 2015. Т. 20. С. 209-222.
258. Яловенко С. Н. Законы Кеплера. // Colloquium-journal. 2020. №5 (57). С. 36-48.
259. Яловенко С.Н. Выведение закона гравитации // Цифровая наука. 2021. №3. С. 59-79.
260. Яловенко С.Н. Вывод закон всемирного тяготения из закона сохранения энергии // Colloquium-journal. 2019. №18 (42). С. 15-26.

261. Яловенко С.Н. Закон гравитации. Физика времени. Атом // Евразийский Союз Ученых. 2017. №9-1 (42). С. 52-67.
262. Яловенко С.Н. Расширенная теория относительности, гравитация и время // Кронос: естественные и технические науки. 2019. №3 (25). С. 41-49.
263. Янчилин В.Л. Эксперимент с лазером по опровержению общей теории относительности // Автоматика и программная инженерия. 2017. №4 (22). С. 128-138.
264. Carati D., Ponomarjov M. G. Statistical description of currents induced by two electron cyclotron counter-propagating waves // ELECTRON CYCLOTRON EMISSION AND ELECTRON CYCLOTRON HEATING. Proceedings of the 12th Joint Workshop. Held 13-16 May 2002 in Aix-en-Provence, France. Edited by Gerardo Giruzzi (Association Euratom-CEA sur la Fusion, France) . Published by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003. ISBN #9789812705082, pp. 77-82
265. Gun'ko, Yu.F., Ponomarev, M.G. The charged particles emission in a magnetic field // Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Ser 1. Matematika Mekhanika Astronomiya. 1993. n2. 89-94.
266. Gun'ko, Yu.F., Ponomarev, M.G. The charged particle layer expansion in a magnetic field // Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Ser 1. Matematika Mekhanika Astronomiya. 1995. n4. 105-108.
267. Gun'ko, Yu.F., Ponomarev, M.G. The charged particle distribution due to emission in a magnetic field // Astronomische Nachrichten. 1995. 316. 1. 17-21.
268. A case for new statistical software testing models / May, J.; Ponomarev, M.; Kuball, S.; Gallardo, J. // 2006 Annual Reliability and Maintainability Symposium, RAMS'06; Newport Beach, CA; United States; 23 January 2006 through 26 January 2006; Category number CH3744; Code 69734, Proceedings - Annual Reliability and Maintainability Symposium, Article number 1677399, 349-353. DOI: 10.1109/RAMS.2006.1677399
269. Ponomarev M., Johanning L., Parish D., Enhancing precision and reliability of tri-axial load cells for mooring load measurements // Proc. of the 3rd International Conference on Ocean Energy. 6 October. 2010. (ICOE2010). ISBN 978-84-693-5467-4.
270. Ponomarev M. A novel physical model to enhance precision and performance of 3-dimensional force sensors // Processes in Geomedia 2022. No2(32). p.1589-1600.
271. Ponomarev M. Experimental validation of novel physical model for improvement of sensing 3-dimensional fluid flow loads and responses in real sea conditions with South Western Mooring Test Facility (SWMTF) // Processes in Geomedia 2022. No2(32). 1579-1589.
272. Ponomarev M. A Novel Physical Model to Enhance Precision and Performance of Multidimensional Force Sensors // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes – 2022, Proceedings of 8th International Scientific Conference-School, Springer, 347-364, ISBN 978-3-031-25961-6
273. Ponomarev M., Johanning L., Parish D., Experimental validation of novel physical model for improvement of sensing multidimensional fluid flow loads and responses in real sea conditions with South Western Mooring Test Facility // Physical and Mathematical Modeling of Earth and Environment Processes – 2022, Proceedings of 8th International Scientific Conference-School, Springer, 365–376, ISBN 978-3-031-25961-6
274. Digital radiographic inspection technique for production friendly quality assessment of PM parts / Ponomarev M.G., Kappatos V., Selcuk C., Gan T.-H., Amos M., Halai H., Gierl C., Iovea M. // Powder Metallurgy. 2013. 56. 2. 92-95.

275. PM Dimensional Control: Development of a Digital Radiographic Inspection Technique for Production Friendly Quality Assessment of Powder Metallurgy Parts / M. G. Ponomarev, V. Kappatos, C. Selcuk, T.-H. Gan, M. Amos, H. Halai, C. Gierl, M. Iovea // Proceedings of the International Euro Powder Metallurgy Congress and Exhibition. Euro PM 2012. 2012. Volume 1. Basel. Switzerland. 16 September 2012 through 19 September 2012. Code 105676.
276. Ponomarev M.G., Selcuk C., Gan T.-H. Construction of pattern recognition system optimized for X-ray inspection of plastic electronics and OLED displays // 51st Annual Conference of the British Institute of Non-Destructive Testing 2012. NDT 2012. BINDT 2012. Northamptonshire. United Kingdom. 11 September 2012 through 13 September 2012. Code 107048. pp. 354 - 360.
277. Defect detection and classification system for automatic analysis of digital radiography images of PM parts / M. G. Ponomarev, C. Selcuk, T.-H. Gan, M. Amos, I. Nicholson, M. Iovea, M. Neagu, B. Stefanescu, G. Mateiasi // Powder Metallurgy. 2014. 57. 1. 17-20.
278. Non Destructive Testing: A Defect Detection and Classification System for Automatic Analysis of Digital Radiography Images of Powder Metallurgy Parts / M. G. Ponomarev, C. Selcuk, T.-H. Gan, M. Amos, I. Nicholson, M. Iovea, M. Neagu, B. Stefanescu, G. Mateiasi // International Powder Metallurgy Congress and Exhibition. Euro PM 2013. Gothenburg. Sweden. 15 September 2013 through 18 September 2013. Code 110976.
279. Preliminary NDT investigation of sintered powder metallurgy parts by high-resolution TDI based X-ray digital radiography / M. Iovea, M. Neagu, B. Stefanescu, G. Mateiasi, H. Halai, M. Amos, M. Ponomarev, V. Kappatos, C. Selcuk, T.-H. Gan, C. Gierl // 2012. Volume 1. European International Powder Metallurgy Congress and Exhibition. Euro PM 2012. Basel. Switzerland. 16 September 2012 through 19 September 2012. Code 105676.
280. PM parts fast in-line X-ray digital radiography / M. Iovea, M. Neagu, B. Stefanescu, G. Mateiasi, A. Clarke, I. Nicholson, M. Ponomarev, V. Kappatos, C. Selcuk, T.-H. Gan // International Powder Metallurgy Congress and Exhibition. Euro PM 2013. European PM Conference Proceedings.1. 2013. European Powder Metallurgy Association (EPMA).
281. A molecular dynamics study of a 5 keV C60 fullerene impact on a two-component organic molecular sample / Ponomarev M.G., Garrison B.J., Vickerman J.C., Webb R.P. // Surface and Interface Analysis. Wiley Online Library. 2011. 43. 1-2. 107-111.
282. Ponomarjov M. G. Imaginary-emission method for modeling disturbances of all magnetoplasma species: Reflecting and absorbing objects in motion through a rarefied plasma at different angles to the ambient magnetic field // Physical Review E. 1996. 54. 5. 5591-5598.
283. Ponomarjov M. G. Disturbances of the ambient magnetoplasma due to its interactions with object surfaces. Imaginary emission method. Far-wake of objects moving through a rarefied plasma at different angles to the ambient magnetic field // Planetary and Space Science. 1995. 43. 10-11. 1419-1427.
284. Ponomarjov M. G. Space flows and disturbances due to bodies in motion through the magnetoplasma // Astrophysics and Space Science. 2000. 274. 1. 423-429.
285. Ponomarjov M. G. Pressure of charged particle flows in ambient magnetic fields // Astronomische Nachrichten. 1997. 318. 3. 187-192.
286. Ponomarjov M. G. 3D time-dependent kinetic simulation of space plasma disturbances due to moving bodies with the ambient magnetic field effect // Advances in Space Research. 2002. 29. 9. 1397-1402.
287. Ponomarjov M. G., Gunko Y. F. Kinetic modeling of charged particle cloud expansion and emission in magnetic and electric fields // Planetary and Space Science. 1995. 43. 10-11. 1409-1418.

288. Ponomarjov M. G. Acceleration and transport of particles in collisionless plasmas: Wakes due to the interaction with moving bodies // *Astrophysics and Space Science*. 2001. 277. 1. 39-44.
289. Ponomarjov M. G. Outer atmosphere and wake of space objects, kinetic simulation. Disturbances of ambient magnetoplasma due to diffuse reflecting bodies in motion // *APS Division of Plasma Physics Meeting Abstracts*. 1998. abstract id. U9Q.09.
290. Ponomarjov M. G. Simulation of oscillations in charged particle systems under the ambient magnetic field control // 2nd International Conference. Control of Oscillations and Chaos (COC 2000). St. Petersburg, Russia. 5 July 2000 through 7 July 2000. Code 57512. Proceedings (Cat. No.00TH8521), 2000, vol.1. pp. 167-170. doi: 10.1109/COC.2000.873548.
291. Ponomarjov M. G. 3D Collisional Kinetic Simulation of Stratifications and Flute Structures of Plasma Flows and Wakes in External Magnetic Fields // *AAS, DPS Meeting*. No 32. id.15.10. 2000. *Bulletin of the American Astronomical Society*. Vol. 32, p.1022.
292. Ponomarjov M. G., Carati D. Enhanced acceleration of electrons populations by crossing electron cyclotron waves in an ambient magnetic field, Resonant Moments method // *Advances in Space Research*. 2006. Volume 38. Issue 8. 1576-1581.
293. Ponomarjov M. G. Outer atmosphere and wake of space objects, kinetic simulation. Disturbances of ambient magnetoplasma due to diffuse reflecting bodies in motion // *American Physical Society, Division of Plasma Physics Meeting*, November 16-20, 1998 New Orleans, LA abstract id. U9Q.09.
294. Ponomarjov M. G. 3D Kinetic Dynamical models of Ionized HII Clouds in External Magnetic Field // *Ionized Gaseous Nebulae*. 2000. Mexico City. November 21- 24. meeting abstract id. 44.
295. Ponomarjov M. G. Kinetic simulation of stratifications and flute structures of charged particle jets and wakes in the ambient magnetic field // *Bulletin of the Astronomical Society*. 1999. Vol. 31. No. 4. p. 1157. id.53.12.
296. Ponomarjov M. G. 3D Collisional Kinetic Simulation of Stratifications and Flute Structures of Plasma Flows and Wakes in External Magnetic Fields // 32nd Annual Meeting of the Division for Planetary Sciences. 23-27 October 2000. Pasadena. California. USA. Session 15. Outer Planets IV- Aurorae and Magnetospheres. 2000/10/24. Abstract 15.10. 1022.
297. Ponomarjov M. G. Kinetic Simulation of Magnetic Field Effects on Stratifications and Flute Structures of Space Plasma Flows and Wakes of Bodies // 2001 Joint Assembly American Geophysical Union Spring Meeting. Boston. Massachusetts. USA. Abstracts. 2001. SM52B-04.
298. Ponomarjov M. G., Carati D. Search for optimal 3D wave launching configurations for the acceleration of charged particles in a magnetized plasma: Resonant Moments Method // *American Physical Society. 46th Annual Meeting of the Division of Plasma Physics*. 15-19 November. 2004. Savannah. GA. MEETING ID: DPP04. abstract id. RP1.042.
299. Ponomarjov M. G. New Ways of Protecting Astronomical Equipment and Solar Batteries of Spacecrafts // *American Astronomical Society, DPS meeting No 29*, id.27.02. *Bulletin of the American Astronomical Society*. 1997. Vol. 29. p.1023.
300. Ponomarjov M. G., Carati D. Acceleration of charged particles by crossed cyclotron waves, Resonant Moments Method // 35th COSPAR Scientific Assembly. 18 - 25 July 2004. Paris. France. p.2851.
301. Ponomarjov M. G., Carati D. Kinetic Simulations of Relativistic Electron Flows in Time-Dependent Electromagnetic Fields // *Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Heating. Conference Proc. World Scientific Publishing Co Pte Ltd*. 2003. 137-142.

302. Ponomarjov M. G. Kinetic simulation of magnetic field effects on wakes of meteoroids imaginary emission method // European Space Agency, (Special Publication) ESA SP. 2001. 495. 295-300.
303. Ponomarjov M. G., Carati D. Search for optimal 2D and 3D wave launching configurations for the largest acceleration of charged particles in a magnetized plasma, Resonant Moments Method // arXiv 2004. <https://arxiv.org/format/physics/0411075> arXiv:physics/0411075 [physics.plasm-ph]
304. Ponomarjov M. G. 3D time-dependent kinetic simulation of turbulent plasma flows under the effect of external magnetic field // American Physical Society. 42nd Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics combined with the 10th International Congress on Plasma Physics October 23 – 27. 2000 Québec City. Canada Meeting ID: DPP00. abstract id. NO1.007. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2000APS..DPPNO1007P/abstract>
305. Ponomarjov M. G. Kinetic modeling magnetic field effect on ion flows, disturbances and wakes in space plasma // Space plasma simulation: proceedings of the Sixth International School/Symposium. ISSS-6. Garching. Germany. 3-7 September. 2001. Edited by J. Büchner, C.T. Dum, and M. Scholer. Berlin: Schaltungsdienst Lange o.H.G. 2001. p.328.
306. Ponomarjov M. G., Carati D. Acceleration of electron populations by crossing EC waves in an external magnetic field // 13th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Resonance Heating. Nizhny Novgorod. Russia. 2004. Conference paper <https://ec13.iapras.ru/papers/Ponomarjov.pdf>
307. Ponomarjov M. G., Carati D. Enhanced acceleration of charged particles by crossing electromagnetic waves in a magnetized plasma, resonant moments method // 2004. fhal-00001926v1f. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00001926v1>
308. Webb R. P., Ponomarev M. Molecular dynamics simulation of low energy cluster impacts on carbon nanotubes // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms. 2007. 255. 1. 229-232.

Интернет-источники:

309. *Абрамов А.* Навыки будущего: что нужно знать и уметь в XXI веке [Электронный ресурс]. – 30.09.2020 // РБК. Тренды. Образование. – URL: <https://trends.rbc.ru/trends/education/5e728cbc9a79476476f6eb4e> (дата обращения: 01.02.2023)
310. *Волкова Г.Л., Шматко Н.А.* Наиболее востребованные STEM-профессии и компетенции [Электронный ресурс]. – 25.08.2021 // Институт статистических исследований и экономики знаний. – URL: <https://issek.hse.ru/news/499130554.html> (дата обращения: 15.12.2022)
311. Общая и специальная теории относительности [Текст]: курс лекций РосНОУ (Кафедра математики. «Концепция современного естествознания») // РосНОУ. – URL: <http://www.labrab.ru/spbrosnou/uchebnicCSE/05.htm> (дата обращения: 07.11.2022)
312. Система уравнений Максвелла [Электронный ресурс] // Физико-механический институт СПбПУ. – URL: https://physics.spbstu.ru/userfiles/files/El_m4-06_new141102019.pdf (дата обращения: 12.11.2022)
313. 200 законов мироздания – физика [Электронный ресурс] // Элементы. – URL: <https://elementy.ru/> (дата обращения: 05.02.2023)

Приложение 1. Пространство и время в релятивистской механике

Важной предпосылкой создания теории относительности явились новые представления о свойствах пространства и времени.

В обыденном сознании время заключается в объективно существующей закономерной координации сменяющих друг друга явлений. Пространственными характеристиками служат положения одних тел относительно других и расстояния между ними. В теоретической системе Ньютона была четко сформулирована первая научная концепция времени как объективной, ни от чего не зависящей сущности – **субстанциальная концепция времени** (англ. substantial concept of time). Данная концепция берет свое начало у античных атомистов и переживает расцвет в учении Ньютона об абсолютном пространстве и времени. После Ньютона именно эта концепция была ведущей в физике до начала XX в. Ньютон использовал двойственный подход к определению времени и пространства. Согласно этому подходу существует как *абсолютное*, так и *относительное время*. Первое, истинное и математическое время само по себе без всякого отношения к чему-либо внешнему протекает равномерно и называется длительностью; второе, кажущееся или обыденное время есть мера продолжительности, употребляемая в обыденной жизни вместо математического времени – это час, месяц, год и проч.; абсолютное время не может быть изменено в своем течении.

На бытовом уровне возможна система отсчета длительных промежутков времени. Если она предусматривает порядок счета дней в году и в ней указана эпоха, то это календарь. **Реляционная концепция времени** (англ. relational concept of time) столь же «древняя», как и субстанциальная; она разработана в трудах Платона и Аристотеля. Впервые развернутое представление об этой концепции времени дал Аристотель в своей «Физике». В ней время не является чем-то самостоятельно существующим, а есть нечто производное от более фундаментальной сущности. Для Платона время сотворено богом, у Аристотеля – результат объективного материального движения. В философии нового времени, начиная с Декарта и кончая позитивистами XIX в., время есть свойство или отношение, выражающее различные стороны деятельности сознания человека.

Проблема пространства при ближайшем рассмотрении оказывается тоже относительно сложной. Пространство – это логически мыслимая форма, служащая средой, в которой существуют другие формы и те или иные конструкции. Например, в элементарной геометрии плоскость – это пространство, которое служит средой, где строятся разнообразные, но плоские фигуры. В классической (аналитической) механике Ньютона абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему-либо внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным. Оно выступает как аналог пустоты Демокрита и является ареной динамики физических объектов. Идея изотропного пространства Аристотеля отошла от однородности и бесконечности пространства Демокрита. Согласно Аристотелю и его последователям, пространство приобрело центр – Землю, с обращающимися вокруг нее сферами, причем наиболее отдаленная небесная сфера звезд служит границей конечного мирового пространства. Аристотель отвергает бесконечность пространства, однако придерживается **концепции бесконечного времени** (англ. infinite time concept). Данная концепция выражена у него в идее сферического пространства Вселенной, которое хоть и является ограниченным, не является конечным.

Классическое ньютоново пространство базируется на идее его однородности; это основная идея классической (аналитической) физики, последовательно развивавшаяся в трудах

Николая Коперника, Джордано Бруно, Галилео Галилея и Рене Декарта. Уже Дж. Бруно отказался от идеи центра Вселенной и объявил ее бесконечной и однородной. Эта идея достигла завершения у Ньютона. В однородном пространстве изменяется идея абсолютного движения, то есть тело в нем движется в силу инерции. Силы инерции не возникают в отсутствие ускорения. Смысл прямолинейного и равномерного движения сводится к изменению расстояния между данным телом и произвольно выбранным телом отсчета. Прямолинейное и равномерное движение является относительным.

Исторически первым и важнейшим математическим пространством является плоское евклидово пространство, представляющее абстрактный образ *реального пространства*. Свойства этого пространства описываются с помощью *пяти основных постулатов и девяти аксиом*. В геометрии Евклида был слабый пункт, так называемый пятый постулат о непересекающихся параллельных прямых. Математики древности и нового времени безуспешно пытались доказать это положение. В XVIII – XIX вв. данную проблему пытались решить *Джованни Саккери, Иоганн Генрих Ламберт и Адриен Мари Лежандр*. Неудачные попытки доказательства 5-ого постулата принесли большую пользу. Математики пошли по пути видоизменения понятий геометрии евклидова пространства. Самое серьезное видоизменение было введено в первой половине XIX в. Н.И. Лобачевским (1792 – 1856). Он пришел к выводу, что вместо аксиомы о двух параллельных прямых можно выдвинуть прямо противоположную гипотезу и на ее основе создать непротиворечивую геометрию. В этой новой геометрии некоторые утверждения выглядели странно и даже парадоксально. Например, евклидова аксиома гласит: «*в плоскости через точку, не лежащую на данной прямой можно провести одну и только одну прямую, параллельную первой*». В геометрии Лобачевского данная аксиома заменена на следующую: «*в плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести более одной прямой, не пересекающей данную*». Но, несмотря на внешнюю парадоксальность, логически эти утверждения совершенно равноправны с евклидовыми. Они коренным образом изменили представления о природе пространства. Почти одновременно с Н.И. Лобачевским к подобным выводам пришел венгерский математик *Янош Бойяи* и знаменитый математик *Иоганн Карл Фридрих Гаусс*. Современники ученых скептически отнеслись к неевклидовой геометрии, считая ее чистой фантазией. Однако, римский математик *Эудженио Бельтрами* нашел модель для неевклидовой геометрии, которой является псевдосфера (см. рисунок 1.1):

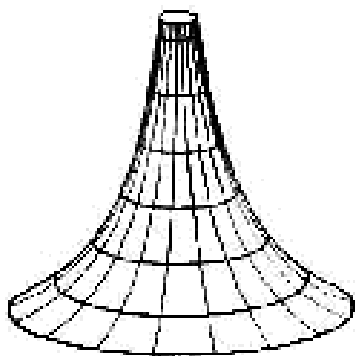


Рисунок 1.1 – Псевдосфера (реконструкция)

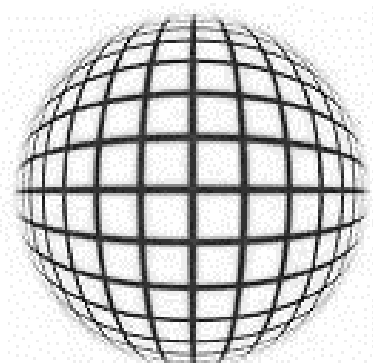


Рисунок 1.2 – Риманово сферическое пространство

Следующий крупный шаг в понимании природы пространства, сделал *Бернхард Риман* (1826 – 1866). Окончив в 1851 г. Гёттинггенский университет, он уже в 1854 г. (28 лет от роду)

сделал доклад «О гипотезах, лежащих в основании геометрии», где дал общую идею математического пространства, в которой геометрии Евклида и Н.И. Лобачевского были частными случаями. В n -мерном пространстве Римана все линии подразделяются на элементарные отрезки, состояние которых определяется коэффициентом g . Если коэффициент равен 0, то все линии на данном отрезке – прямые – работают постулаты Евклида. В других случаях пространство будет искривленным. Если кривизна положительна, – то пространство называют римановым сферическим. Если отрицательна, – *псевдо-сферическим пространством Лобачевского*. Таким образом, к середине XIX столетия место плоского трехмерного пространства Евклида занимает *многомерное искривленное пространство*. Понятия Риманова пространства (см. рисунок 1.2), в результате, послужили одной из основных предпосылок для создания А. Эйнштейном общей теории относительности.

Окончательную подготовку пространственно-геометрической подоплеки теории относительности дал непосредственный учитель А. Эйнштейна *Герман Минковский* (1864 – 1909), сформулировавший представление о четырехмерном пространственно-временном континууме, объединяющем физическое трехмерное пространство и время. Он активно занимался электродинамикой движущихся сред на основе электронной теории и принципа относительности. Полученные им уравнения, названные позднее уравнениями Минковского, несколько отличаются от уравнений Лоренца, но согласуются с экспериментальными фактами. Они составляют математическую теорию физических процессов в четырехмерном пространстве. Пространство Минковского позволяет наглядно интерпретировать кинематические эффекты специальной теории относительности, и лежит в основе современного математического аппарата теории относительности. Данная идея единого пространства и времени, позже названного пространством-временем, и его принципиальное отличие от ньютоновских независимых пространства и времени, по-видимому, завладела А. Эйнштейном задолго до 1905 г., и не связана напрямую ни с опытом А.А. Майкельсона, ни с теорией Лоренца-Пуанкаре⁵⁸.

⁵⁸ См. подробнее: *Радул Д.Н.* История и философия науки: философия математики [Текст]: учебное пособие для вузов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2023. – 385 с. – С. 24.

Приложение 2. Общая теория относительности Альберта Эйнштейна

Развитие специальной теории относительности А. Эйнштейн продолжил в работе «*Закон сохранения движения центра тяжести и инерции тела*»; он принял за основу вывод Дж. Максвелла о том, что световой луч обладает массой, т.е. при движении оказывает давление на преграду. Данное предположение позднее было экспериментально доказано выдающимся русским физиком-экспериментатором П.Н. Лебедевым. В своей работе А. Эйнштейн обосновал соотношение между массой и энергией; он пришел к выводу, что при испускании телом энергии L его масса уменьшается на величину, равную L/v^2 . Отсюда был сделан вывод общего характера – *масса тела есть мера содержащейся в нем энергии*. Если энергия изменяется на величину, равную L , то масса соответственно изменяется на величину L , деленную на квадрат скорости света $v = c$. Так впервые появляется знаменитое соотношение Эйнштейна $E = Mc^2$.

В 1911-1916 гг. А. Эйнштейну удалось обобщить теорию относительности. Теория, созданная в 1905 г., как уже говорилось нами выше (см. подробнее пп. 7.3), называлась специальной теорией относительности, т.к. она была справедлива лишь для *прямолинейного и равномерного движения*. В общей же теории относительности были раскрыты новые стороны зависимости пространственно-временных отношений и материальных процессов. Данная теория подвела физические основания под неевклидовы геометрии и связала кривизну пространства, и отступление его метрики от евклидовой с действием гравитационных полей, создаваемых массами тел. В самом общем виде, общая теория относительности исходит из *принципа эквивалентности инерционной и гравитационной масс* (см. подробнее Приложение 3), количественное равенство которых было давно установлено в классической (аналитической) физике. Кинематические эффекты, возникающие под действием гравитационных сил, эквивалентны эффектам, возникающим под действием ускорения. Так, если ракета вылетает с ускорением $3g$, то экипаж ракеты будет чувствовать себя так, как будто он находится в утроенном поле тяжести Земли.

Классическая механика не могла объяснить, почему инерция и тяжесть измеряются одной и той же величиной – массой, ввиду чего тяжелая масса пропорциональна инертной, почему, иначе говоря, тела падают с одним и тем же ускорением. С другой стороны, классическая (аналитическая) механика, объясняя силы инерции ускоренным движением в абсолютном пространстве, полагала, что это абсолютное пространство действует на тела, однако, не испытывает воздействий с их стороны. Отсюда вытекало выделение инерциальных систем, как особых систем, в которых только и соблюдаются законы механики. А. Эйнштейн объявил принципиально неразличимым ускоренное движение системы вне гравитационного поля и инерционное движение в поле тяготения. Ускорение и тяготение дают физически неразличимые эффекты. Данный факт, формально, был установлен еще Галилеем: все тела движутся в поле тяжести (в отсутствие сопротивления среды) с одинаковым ускорением, траектории всех тел с заданной скоростью искривлены в гравитационном поле одинаково. Благодаря этому, в свободно падающем лифте никакой эксперимент не может обнаружить гравитационное поле. Иными словами, в свободно движущейся в гравитационном поле системе отсчета в малой области пространства-времени гравитации нет.

Последнее утверждение – это одна из формулировок принципа эквивалентности (см. подробнее Приложение 3), который объясняет явление невесомости в космических кораблях. Если распространить принцип эквивалентности на оптические явления, то это приведет к ряду важных следствий. Это явление красного смещения и отклонения светового луча под действием гравитационного поля; **эффект красного смещения** (англ. redshift effect) проявляется, когда свет направляется из точки с большим гравитационным потенциалом к точкам с меньшим гравитационным потенциалом. Иными словами, в этом случае его частота уменьшается, а длина волны увеличивается и наоборот. К примеру, солнечный свет, падающий на Землю, придет сюда с измененной частотой, в которой спектральные линии сместятся в сторону красной части спектра. Вывод об изменении частоты света в поле тяготения связан с эффектом замедления времени вблизи больших гравитационных масс. Там, где поля тяготения больше, часы идут медленнее. Таким образом, получен новый фундаментальный результат – скорость света уже не величина постоянная, *а увеличивается или уменьшается в поле тяготения в зависимости от того, совпадает ли направление светового луча с направлением поля тяготения*.

Следует отметить, что новая теория количественно практически не изменила теорию Ньютона, однако, она ввела глубокие качественные изменения. Инерция и гравитация свелись к единому свойству поля, а обобщенный закон инерции перенял роль закона движения. Одновременно с этим, было показано, что пространство и время не являются абсолютными категориями – тела, их массы влияют на них, изменяют их метрику. Вероятно уважаемый читатель задастся вопросом о том, как можно представить себе искривление пространства и замедление времени, о которых говорит общая теория относительности. Так, представим себе модель пространства в виде листа резины (пусть это будет не все пространство, а его плоский срез). Если мы растянем этот лист горизонтально и положим на него большие шары, то они будут прогибать резину, тем больше, чем больше масса шара; это наглядно демонстрирует зависимость кривизны пространства от массы тела и показывает также, как можно изобразить *неевклидовы геометрии Лобачевского*⁵⁹ и *Римана*⁶⁰.

Теория относительности установила не только искривление пространства под действием полей гравитации, но и замедление хода времени в сильном поле тяготения. Одно из самых фантастических предсказаний общей теории относительности – полная остановка времени в очень сильном поле тяготения. Замедление времени проявляется в гравитационном красном смещении света: чем сильнее тяготение, тем больше длина волны и меньше частота.

⁵⁹ **Геометрия Лобачевского** (или гиперболическая геометрия) – это одна из неевклидовых геометрий, геометрическая теория, основанная на тех же основных аксиомах, что и обычная евклидова геометрия, за исключением аксиомы о параллельных прямых, которая заменяется её отрицанием. Евклидова аксиома о параллельных (точнее, одно из эквивалентных ей утверждений, при наличии других аксиом) может быть сформулирована следующим образом: «На плоскости через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести ровно одну прямую, параллельную данной». В геометрии Лобачевского вместо неё принимается следующая аксиома: «Через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие её». Аксиома Лобачевского является точным отрицанием аксиомы Евклида (при выполнении всех остальных аксиом), так как случай, когда через точку, не лежащую на данной прямой, не проходит ни одной прямой, лежащей с данной прямой в одной плоскости и не пересекающей её, исключается в силу остальных аксиом (аксиомы абсолютной геометрии). Так, например, сферическая геометрия и геометрия Римана, в которых любые две прямые пересекаются, и следовательно, не выполнена ни аксиома о параллельных Евклида, ни аксиома Лобачевского, не совместимы с абсолютной геометрией. Геометрия Лобачевского имеет обширные применения как в математике, так и в физике. Историческое и философское её значение состоит в том, что её построением Лобачевский показал возможность геометрии, отличной от евклидовой, что знаменовало новую эпоху в развитии геометрии, математики и науки в целом.

⁶⁰ **Геометрия Римана** (называемая также эллиптической геометрией) – одна из неевклидовых геометрий постоянной кривизны (другие – это геометрия Лобачевского и сферическая геометрия). Если геометрия Евклида реализуется в пространстве с нулевой гауссовой кривизной, Лобачевского – с отрицательной, то геометрия Римана реализуется в пространстве с постоянной положительной кривизной (в двумерном случае – на проективной плоскости и локально на сфере).

При определенных условиях длина волны может устремиться к бесконечности, а ее частота – к нулю, т.е. свет исчезнет. Со светом, испускаемым Солнцем, это могло бы случиться, если бы наше светило сжалось и превратилось в шар диаметром в 5 км (диаметр Солнца равен 1,39 млн. км). Солнце превратилось бы в «черную дыру». Изначально «черные дыры» были предсказаны теоретически, однако в 1993 г. двум астрономам – *Расселу Алану Халсу* и *Джозефу Хотону Тейлору*, была присуждена Нобелевская премия за открытие такого объекта в системе «Черная дыра – пульсар». Открытие этого объекта явилось еще одним подтверждением общей теории относительности А. Эйнштейна.

Общая теория относительности смогла объяснить противоречие между расчетной и истинной орбитами Меркурия. В ней орбиты планет незамкнутые, то есть после каждого оборота планета возвращается в иную точку пространства. Расчетная орбита Меркурия давала погрешность в 43 угловые секунды, т.е. наблюдалось вращение ее перигелия (перигелий – ближайшая к Солнцу точка орбиты обращаемой вокруг Солнца планеты). Только общая теория относительности смогла объяснить этот эффект искривлением пространства под действием гравитационной массы Солнца. Представления о пространстве и времени, формулирующиеся в теории относительности, являются наиболее последовательными и непротиворечивыми. Однако, они опираются на макромир, на опыт исследования больших объектов, больших расстояний, больших промежутков времени. При построении теорий, описывающих явления микромира, теория Эйнштейна может быть и неприменима, хотя экспериментальных данных, противоречащих ее использованию в микромире, пока нет. Безусловно, не исключено, что само развитие квантовых представлений потребует пересмотра понимания физики пространства и времени.

В настоящее время общая теория относительности является общепризнанной в научном мире теорией, описывающей процессы, происходящие во времени и в пространстве. Однако, как и всякая научная теория, она соответствует уровню знаний на данный конкретный период. С появлением новой информации, получением новых экспериментальных данных всякая теория может быть опровергнута.

Приложение 3. Масса (инертная и гравитационная массы)

Масса (англ. mass) – это скалярная физическая величина, которая определяет инерционные и гравитационные свойства тел в ситуациях, при которых их скорость намного меньше скорости света. Поскольку масса самым непосредственным образом связана с такими физическими категориями классической (аналитической) механики, как «энергия» и «импульс», она проявляется в природе двумя способами, что, соответственно, дает основание для подразделения ее на два вида: *инертную и гравитационную*. **Инертная масса** (англ. inertial mass) характеризует инертность тел и «участвует» во втором законе Ньютона: «если заданная сила в инерциальной системе отсчета одинаково ускоряет различные тела, им приписывают одинаковую инертную массу». Так, величина массы входит в нерелятивистское выражение *второго закона Ньютона* $\vec{F} = m\vec{a}$, которое дает связь между силой и вызываемым ею ускорением свободного тела. Данный закон, одновременно с утверждением линейности соотношения «сила – ускорение», фактически, и есть определение инертной массы. Инертная масса m^i также выступает как коэффициент пропорциональности между импульсом и скоростью:

$$\vec{p} = m^i \vec{v}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m^i \frac{d\vec{v}}{dt} = m^i \vec{a}$$

Основу определения инертной массы составляют инертные свойства тел. Однако, важно указать на то, что тела обладают не только свойствами инерции, но также и способностью возбуждать в окружающем пространстве гравитационные поля (по аналогии с электрическими зарядами), причем сила взаимодействия между двумя локальными телами (материальными точками) будет выражаться в следующем:

$$F = G \frac{m_1^g m_2^g}{r^2}$$

В данном случае m^g – это уже гравитационная масса. **Гравитационная масса** (англ. gravitational mass, weight) показывает, с какой силой тело взаимодействует с внешними полями тяготения⁶¹ и какое гравитационное поле создает само это тело; она входит в закон всемирного тяготения⁶² и положена в основу измерения массы взвешиванием. Коэффициент G вводится для согласования системы единиц для того, чтобы и инертная, и гравитационная массы измерялись в одних и тех же единицах. Важно, при этом, заметить, что инерция тел и их способность возбуждать гравитационные поля не должны рассматриваться как взаимосвязанные или, тем более, тождественные свойства.

⁶¹ **Гравитационное поле, или поле тяготения**, – фундаментальное физическое поле, через которое осуществляется гравитационное взаимодействие между всеми физическими телами.

⁶² **Классическая теория тяготения Ньютона** (Закон всемирного тяготения Ньютона) – закон, описывающий гравитационное взаимодействие в рамках классической механики. Этот закон был открыт Ньютоном около 1666 года, опубликован в 1687 г. в «Началах» Ньютона. Закон гласит, что сила F гравитационного притяжения между двумя материальными точками с массами m_1 и m_2 , разделёнными расстоянием r , действует вдоль соединяющей их прямой, пропорциональна обоим массам и обратно пропорциональна квадрату расстояния.

Рассматривая движение тела в поле Земли, имеем:

$$F = G \frac{m^g M^g}{R^2}$$

где: M^g – это масса Земли и R – ее радиус. Если тело имеет инертную массу m^i , то под действием этой силы тяжести тело приобретет ускорение, т.е.:

$$a = \frac{F}{m^i} = G \frac{M^g m^g}{R^2 m^i} = g \frac{m^g}{m^i}$$

Опытно-экспериментальным путем Галилей установил, что ускорение всех тел у поверхности Земли одинаковое.

Таким образом, физический закон, определенный Ньютоном гласит: «*сила гравитационного взаимодействия тел пропорциональна их инертным массам*», иными словами, инертная масса тела пропорциональна его гравитационной массе. Единицы гравитационной массы m^g можно выбрать такими же, как и для инертной массы m^i . Это фундаментальный закон – **закон эквивалентности инертной и гравитационной масс** (англ. law of equivalence of inertial and gravitational masses). В итоге, мы можем сформулировать **обобщенный закон Галилея** (англ. generalized Galilean law): «*все тела при свободном падении в одном и том же гравитационном поле приобретают одинаковое ускорение*». Данный закон соответствует принципу эквивалентности инертной и гравитационной масс.

$$\vec{v}_r = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

Первые четыре слагаемые в правой части (4.2) определяют скорость той неизменно связанной с подвижной системой отсчета точки, с которой на конкретный момент времени совпадает точка M ; это – **переносная скорость** (англ. portable speed) данной точки, обозначаемая как $\vec{v}_c$. Под ней можно понимать скорость точки тела, которое неизменно связано с подвижной системой, и вычислить ее по формуле $\vec{v}_c = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$, где $\vec{\omega}$ – это вектор мгновенной угловой скорости тела.

Таким образом, получается, что (4.4): $\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_c$.

Из сказанного заключаем, что *абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скорости.*

В.2. Теорема Кориолиса о сложении ускорений

Продифференцируем выражение (4.2) по времени для того, чтобы найти абсолютное ускорение точки $M_{(x,y,z)}$ (4.5):

$$\begin{aligned} \vec{w}_a = \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + x \frac{d^2 \vec{i}}{dt^2} + y \frac{d^2 \vec{j}}{dt^2} + z \frac{d^2 \vec{k}}{dt^2} + \\ + \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} + 2 \left(\frac{dx}{dt} \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dy}{dt} \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dz}{dt} \frac{d\vec{k}}{dt} \right) \end{aligned}$$

Первая строка определяет ускорение неизменно связанной с подвижной системой точки, с которой на конкретный момент времени совпадает движущаяся точка M ; эти слагаемые представляют собой **переносное ускорение** (англ. portable acceleration) обозначаемое как $\vec{w}_e$. Его можно определить как ускорение точки тела, которое неизменно связано с подвижной системой и выражается следующим образом: $\vec{w}_e = \vec{w}_0 + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$. Первые три слагаемые второй строки определяют ускорение точки M относительно подвижной системы $\vec{w}_r$. В свою очередь, три последние слагаемые выражения (4.5) с множителем 2 есть **кориолисово ускорение** (англ. Coriolis acceleration). Таким образом, имеем: $\vec{w}_a = \vec{w}_r + \vec{w}_e + \vec{w}_c$.

Из сказанного заключаем, что *абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений: относительного, переносного и кориолисова.*

Выражение для ускорения Кориолиса можно упростить, используя формулы Пуассона:

$$\vec{w}_c = 2 \left(\frac{dx}{dt} \vec{\omega} \times \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{\omega} \times \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{\omega} \times \vec{k} \right) = 2 \vec{\omega} \times \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \right)$$

Таким образом, в итоге получаем: $\vec{w}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_r$.

Из вышесказанного заключаем, что *кориолисово ускорение точки равно удвоенному векторному произведению угловой скорости переносного движения подвижной системы отсчета на относительную скорость точки.*

Впоследствии российский ученый-механик, основоположник гидро- и аэродинамики Н.Е. Жуковский предложил удобный способ нахождения кориолисова ускорения (также называемое **правилом Жуковского**, англ. Zhukovsky's rule) (см. рисунок 4.2). Для этого, вектор относительной скорости $\vec{v}_r$ проецируется на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения и затем поворачивается на 90° в сторону вращения.

Пономарев Максим Глебович

Физические основы механики. Часть 2. «Релятивистская механика»

Учебное пособие издано в авторской редакции

Сетевое издание

Ответственный за выпуск – Алимова Н.К.

Учебное издание

Системные требования:

операционная система Windows XP или новее, macOS 10.12 или новее, Linux.

Программное обеспечение для чтения файлов PDF.

Объем данных 5 Мб

Принято к публикации «12» мая 2023 года

Режим доступа: <https://izd-mn.com/PDF/26MNNPU23.pdf> свободный. – Загл. с экрана. –
Яз. рус., англ.

ООО «Издательство «Мир науки»

«Publishing company «World of science», LLC

Адрес:

Юридический адрес — 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

Почтовый адрес — 127055, г. Москва, пер. Порядковый, д. 21, офис 401.

<https://izd-mn.com/>

**ДАННОЕ ИЗДАНИЕ ПРЕДНАЗНАЧЕНО ИСКЛЮЧИТЕЛЬНО ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ НА
ЭЛЕКТРОННЫХ НОСИТЕЛЯХ**